

# 2022 年臺灣國際科學展覽會 優勝作品專輯

作品編號 160002  
參展科別 物理與天文學  
作品名稱 蠟燭火焰震盪之研析  
得獎獎項

就讀學校 臺北市立建國高級中學  
指導教師 賴奕帆  
作者姓名 鍾耀賢、王仁軒

關鍵詞 蠟燭火焰、耦合震盪、渦流

## 作者簡介



我是王仁軒，著手研究這個主題也有大約一年多了，在過程中自己有許多的收穫。期許能透過這次的展覽得到來自不同人的看法，尤其是理論方面，並繼續探討這個主題。

我是鍾耀賢，自從被這個神奇現象引起興趣，經歷了很多，也有學習到許多新奇的事物，為了繼續研究我會再更加精進。能夠參加這次展覽十分榮幸，也要感謝許多人，希望未來可以把這個題目詮釋得更加完整。

## 摘要

此研究由 2020 的 IYPT 中的其中一題的題目中發現，當兩根以上的蠟燭擺在一起時，蠟燭火焰會產生穩定的耦合震盪，於是本研究將深入探討此現象。我們將兩組蠟燭束以不同的距離由近而遠擺放，發現其會產生同相震盪、轉相序、反相震盪的現象。除了觀察蠟燭火焰不同的震盪的模式，也分析了其在各個模式下的相位差與頻率。接著我們以理論模型來探討蠟燭火焰在不同的間距時的理論相位差與頻率，並與我們得到的實驗數據進行比較與討論。再來為了觀察蠟燭周圍氣流流動的情形，我們使用紋影攝影觀察並使用線香煙霧與 PIV 技術來分析周圍氣流的流動速率與氣流產生漩渦的位置，與在不同的震盪模式下蠟燭火焰周圍渦流出現的特徵和渦流交互影響的情況。我們利用其得到的結果建立一氣流流動模型來解釋周圍氣流流動、渦流與蠟燭火焰震盪的現象的關聯並嘗試驗證，且希望尋找到更穩定的震盪器取代蠟燭。

## Abstract

A question in IYPT said that when two or more candles are placed together, the candle flame will exhibit a stable coupled oscillation, so this research will dig into this phenomenon. We placed two bundles of candle at different distances from near and gradually increase the distance to far. The flame shows in-phase, rotation, and anti-phase oscillation mode respectively. We analyze the phase shifts and frequency of each mode. Then we use the theoretical model to probe into the theoretical phase shifts and frequency of the flames at different modes of oscillation; compare and discuss about the theoretical results and data we obtained. In order to observe the airflow around the candle, we use schlieren photography to observe the airflow around the oscillating flame and use smoke of incense and PIV technique to analyze the velocity magnitude of the surrounding air currents and the position where the vortices are generated. We also discuss about the interaction between the vortices respectively generated by two candle oscillators and the characteristics of the vortices exhibited in different oscillation modes. We use the results obtained from the experiment to establish a model of airflows so as to explain the relation between the surrounding airflow, vortex and oscillation modes of the candle flame. We also attempted to seek new oscillators that can display a rather stable oscillation phenomenon.

# 壹、 前言

## 一、 研究動機

作為 2020 IYTP 的題目之一，看似是很容易出現的現象，卻難以解釋它，或許生活中曾經有看過，卻沒細思其中蠟燭閃爍震盪的原理，更沒有注意還有不同的震盪模式，可能牽涉到能量變化，又可能牽涉到氣流影響，又或者兩者皆是，背後繁雜的原因引起了我們的興趣。

藉由 IYPT 認識這個現象，我們嘗試著解釋發生的原因，並且希望可以更進一步的探討，了解其箇中本質。

## 二、 研究目的

- (一)、觀察蠟燭束之間的距離與火焰耦合震盪模式的關係
- (二)、以能量角度模擬蠟燭束耦合震盪時火焰震盪的模式
- (三)、以紋影法觀察蠟燭束耦合震盪時的氣流流動並嘗試說明與建立蠟燭火焰周圍空氣流動的模型
- (四)、以線香的煙霧來測量氣流的相關數據
- (五)、尋找穩定的震盪器替代蠟燭來模擬震盪

## 貳、研究方法與過程

### 一、研究設備及器材

#### (一)、實驗耗材

- 1.蠟燭若干(高 24.0cm、直徑 1.5cm、材質以石蠟為主)
- 2.線香若干
- 3.甲醇(99.5%)

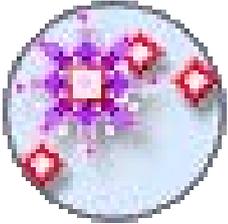
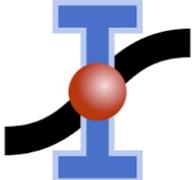
#### (二)、實驗器材

- 1.可移動平台(放置蠟燭用)
- 2.凸透鏡兩片(直徑 10cm)
- 3.鋁擠若干
- 4.白光 LED 燈
- 5.攝影機

#### (三)、使用軟體(表一)

- 1.Tracker
- 2.Excel
- 3.SciDAVis
- 4.PIVlab

(表一)軟體列表

Tracker	Excel
	
SciDAVis	PIVlab
	

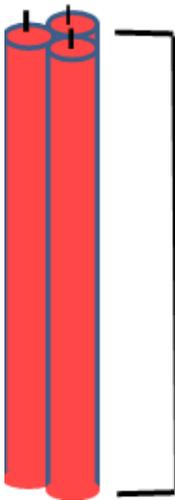
## 二、實驗架設及方法

### (一)、蠟燭震盪實驗

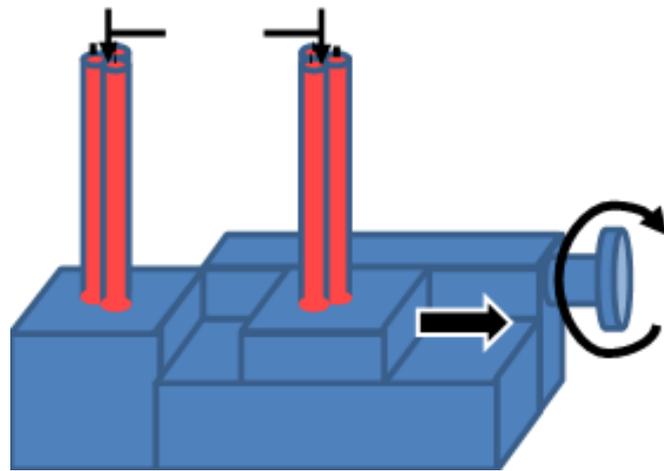
實際上這個現象兩根以上的蠟燭互相靠近就會引發，但為了更清楚的觀測，我們以三根蠟燭綁在一起為一組震盪器(圖一)，使得火焰震盪的效果放大，也可再增加兩組相互耦合的穩定性。

置於可移動平台上使得更容易調整距離(圖二)，以攝影機拍攝慢速之現象。兩捆蠟燭束之間的距離定義為蠟燭的燭心到燭心之間的距離，利用平台底下基座的旋鈕可以十分細微的調整蠟燭束之間的距離，最小刻度為一毫米。

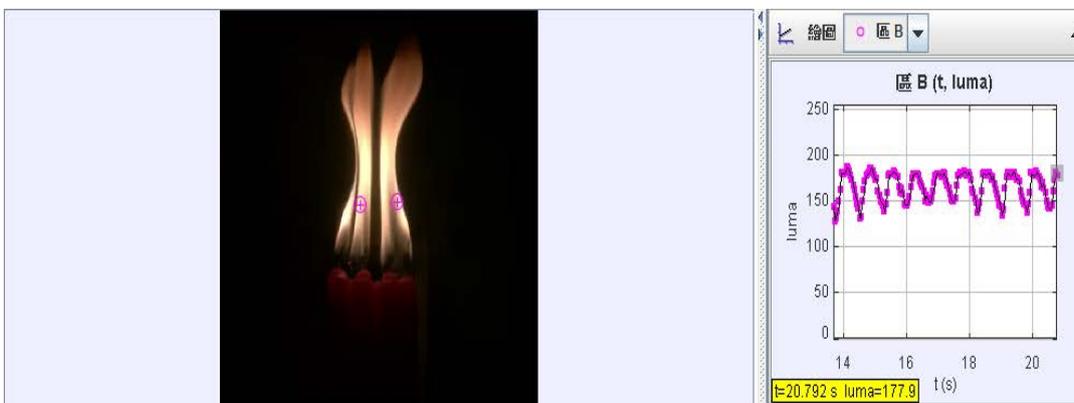
分析蠟燭火焰震盪模式時利用 tracker 來分別分析兩組震盪器的平均光強度(圖三)，得到光強度的數值之後再利用 SciDAVis 將測量到的數據作圖(圖四)。



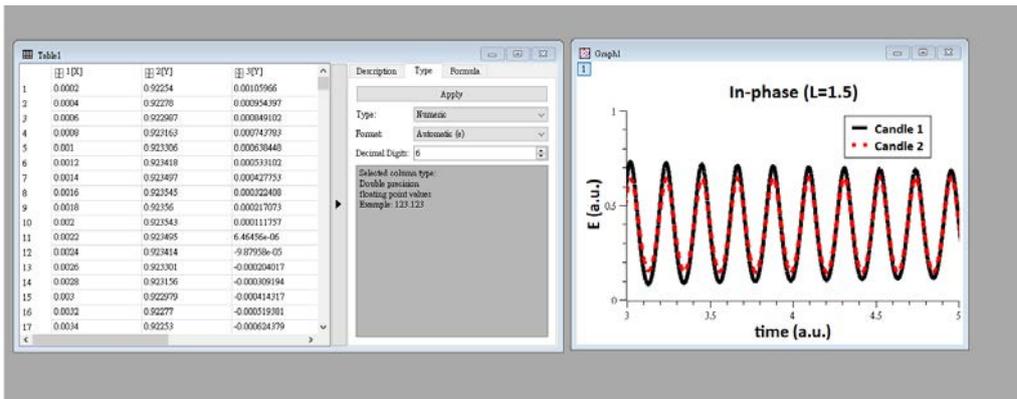
(圖一)蠟燭示意圖



(圖二)實驗架設示意圖



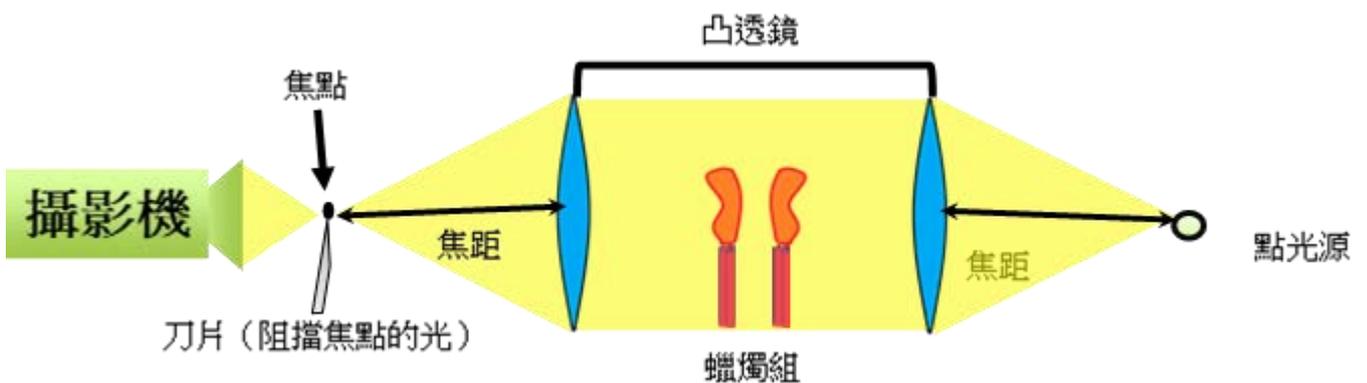
(圖三)Tracker 分析截圖



(圖四)SciDAVis 作圖截圖

(二)、紋影攝影架設(圖五)

為更清楚地觀察到蠟燭火焰周圍的氣流狀況，故架設紋影裝置以利於觀測。將震盪的蠟燭置於兩片凸透鏡之間，在兩邊透鏡外側的一倍焦距處分別架設一點光源跟一片刀片(作為遮光片使用)。在點光源的光線經過第一片凸透鏡的時候將形成平行光，再經過第二片透鏡就便會使光線聚集在焦點，但是當光在行進的過程中被偏折，過第二片透鏡時就不會回到焦點，此時在焦點附近架設遮光板便可遮掉偏折的光線，使得拍攝的畫面可以看到光線偏暗的地方，便為光線被偏折處。而在此實驗中便是利用蠟燭燃燒時周圍氣流形成明顯密度差異使光線偏折，以利觀測氣流。

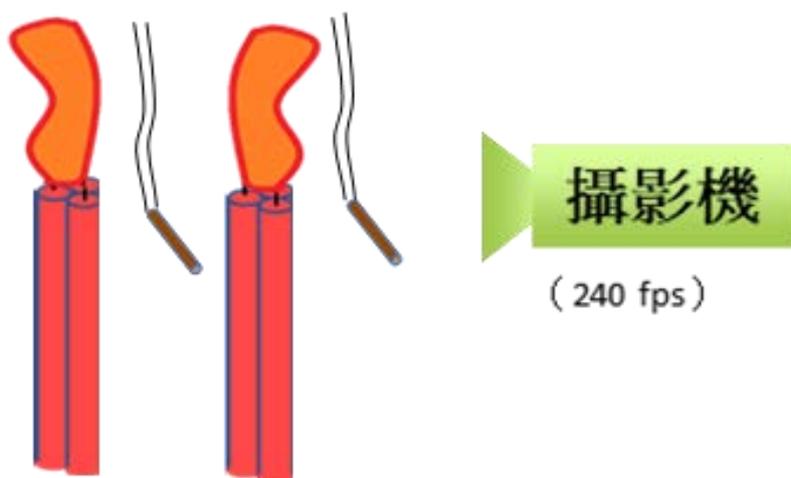


(圖五)紋影攝影架設示意圖

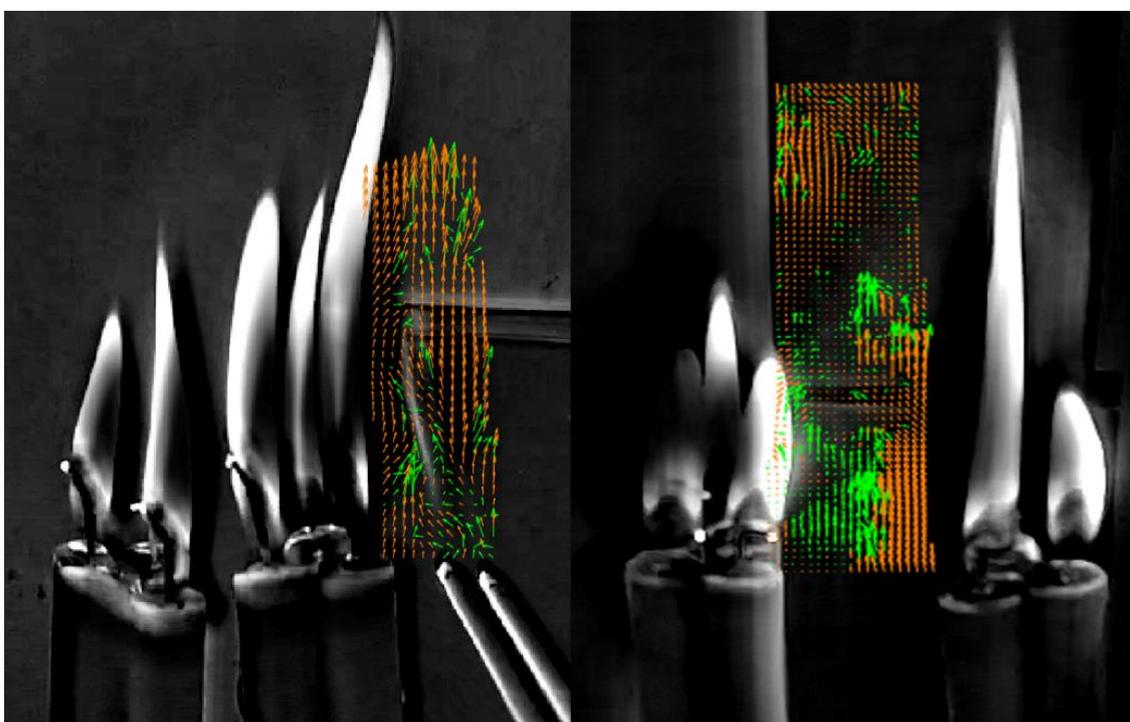
### (三)、線香煙霧實驗

除了希望可觀測到氣流流動之外，我們同時也想知道關於此氣流的其他數據，像是流速、方向或是流場狀態等等，來得到建立此科學模型的線索，故使用此方法來測量。

在蠟燭燃燒震盪時，將線香置於火焰旁(圖六)，線香生成的煙霧可隨氣流流動以便分析，用攝影機拍攝慢速影片後，再藉由煙霧，利用 PIVlab 分析流場(圖七)。



(圖六)線香架設示意圖



(圖七)PIVlab 分析截圖

#### (四)、模擬震盪器

為尋找震盪的原因，以及模擬此現象，我們想要尋找一個條件相似於蠟燭的震盪器，需  
要有高溫熱氣流以及燃料不能有初速度等條件下，使用了罐形酒精燈來模擬(圖八)。

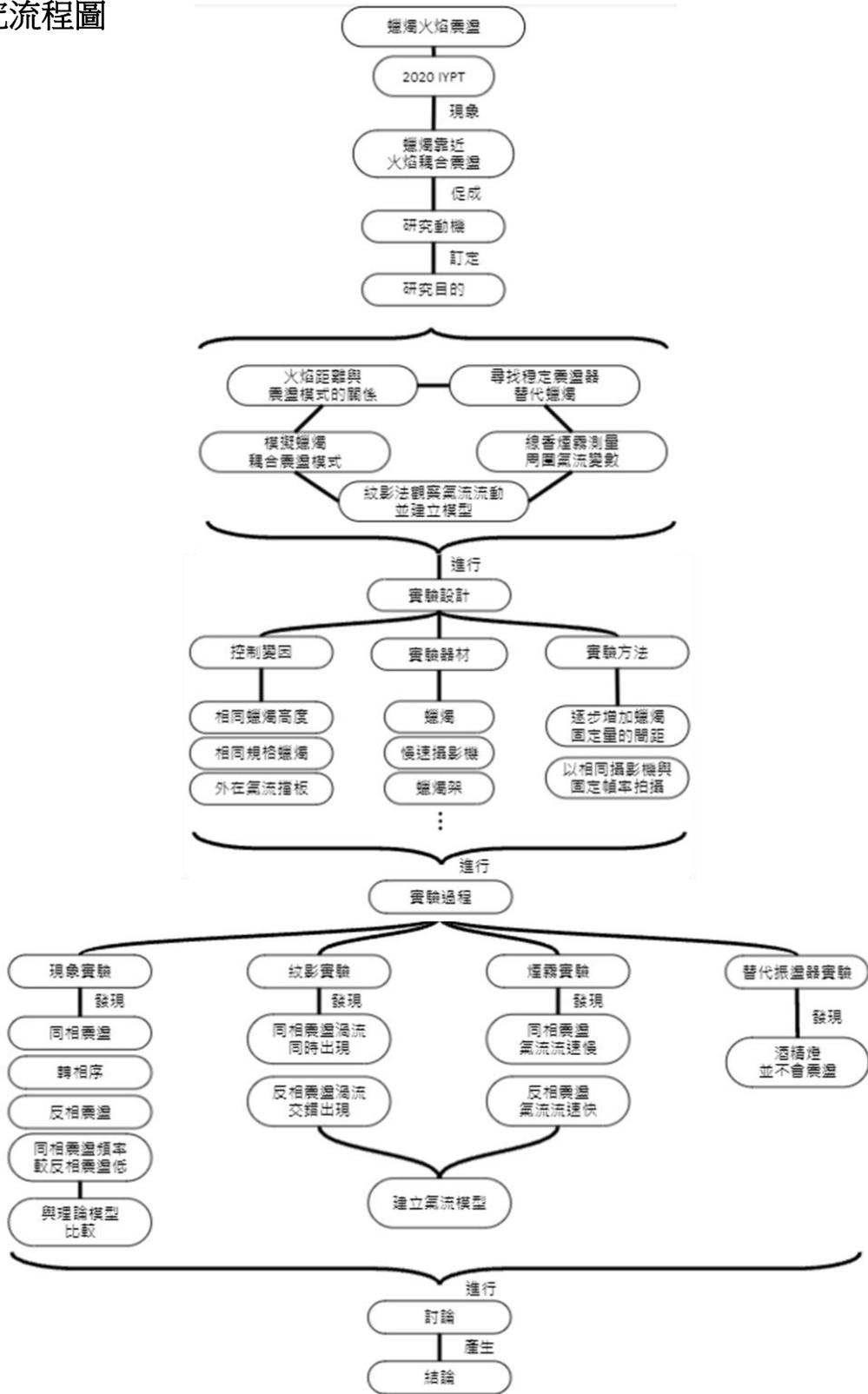
內部燃料為甲醇，以一個酒精燈為震盪器震盪，兩組相互耦合。



(圖八)罐形酒精燈示意圖

# 參、研究結果與討論

## 一、研究流程圖



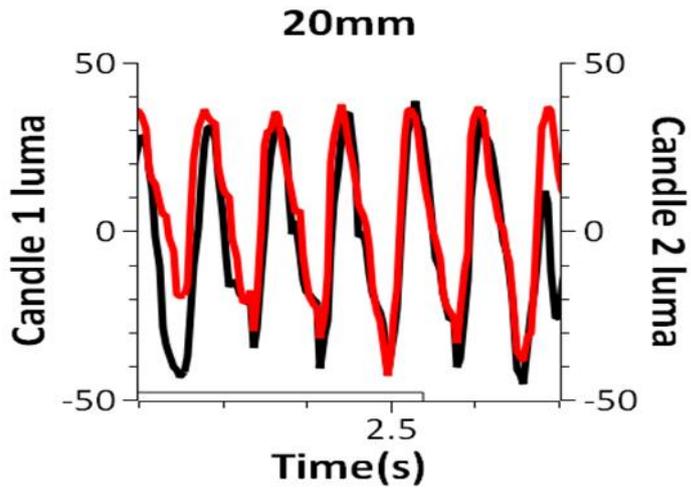
(圖九)研究流程圖

## 二、震盪模式與其特性

### (一)、距離變化之震盪模式差異

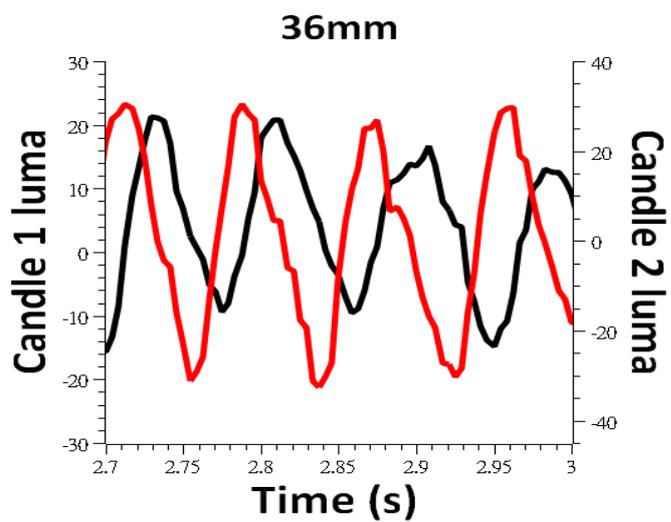
兩組蠟燭束的耦合震盪依據距離變化可以依序分為下列三種情形：

#### 1.同相震盪(圖十)



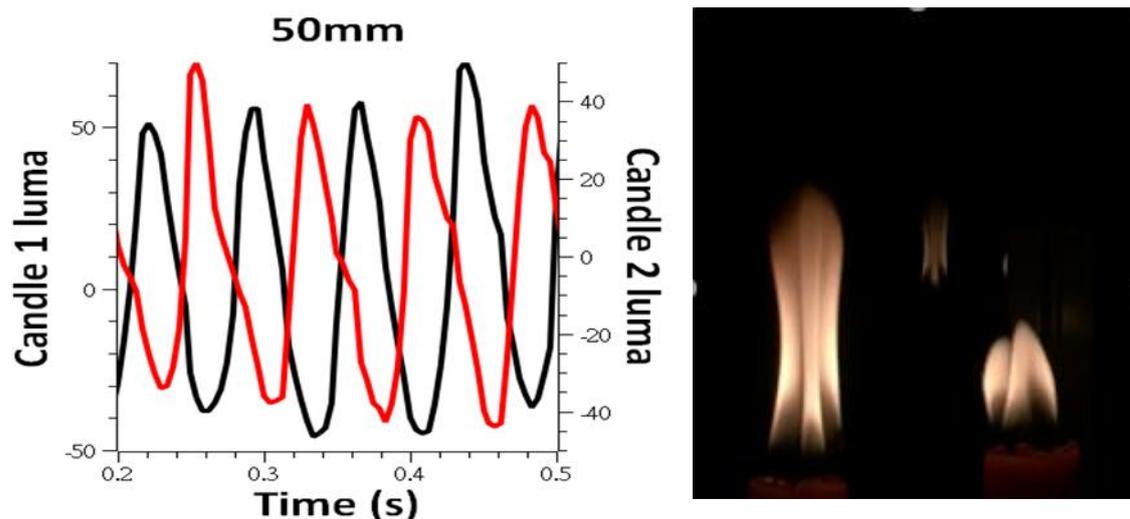
(圖十)同相震盪之亮度變化

#### 2.轉相序(圖十一)



(圖十一)轉相序之亮度變化

### 3.反向震盪(圖十二)

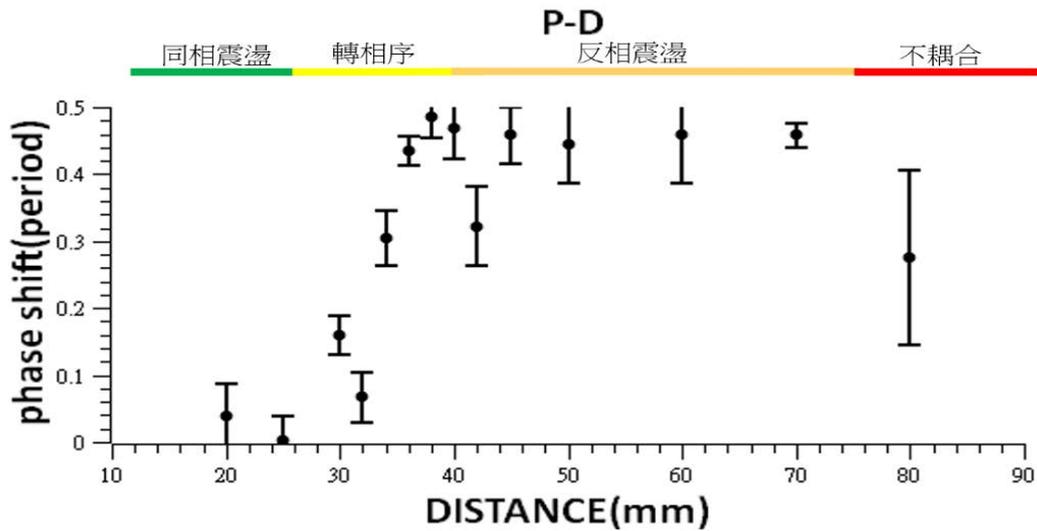


(圖十二)反向震盪之亮度變化

以上為實驗結果，縱軸 luma 為 RGB 色塊的亮度值，其範圍為 0 至 255，因為其並沒有有一個明確的單位名稱故在圖中以純數字表達。在圖中所見之曲線皆是為了方便做圖觀察震盪模式，將數據減去平均值後的結果。

由圖十可以看見在同相震盪時，兩組蠟燭束的亮度變化幾乎同步，且峰值發生的位置一致，而由圖十一可以看見在轉相序時兩組蠟燭束的光強度峰值發生的位置有些許偏差，且偏移量皆固定。到了反相震盪模式時，由圖十二可以看見其中一組蠟燭束的光強度的波峰會與另一組的光強度波谷同時發生，類似同相震盪時的結果，但是其中兩組曲線的相位會剛好相差半個週期。

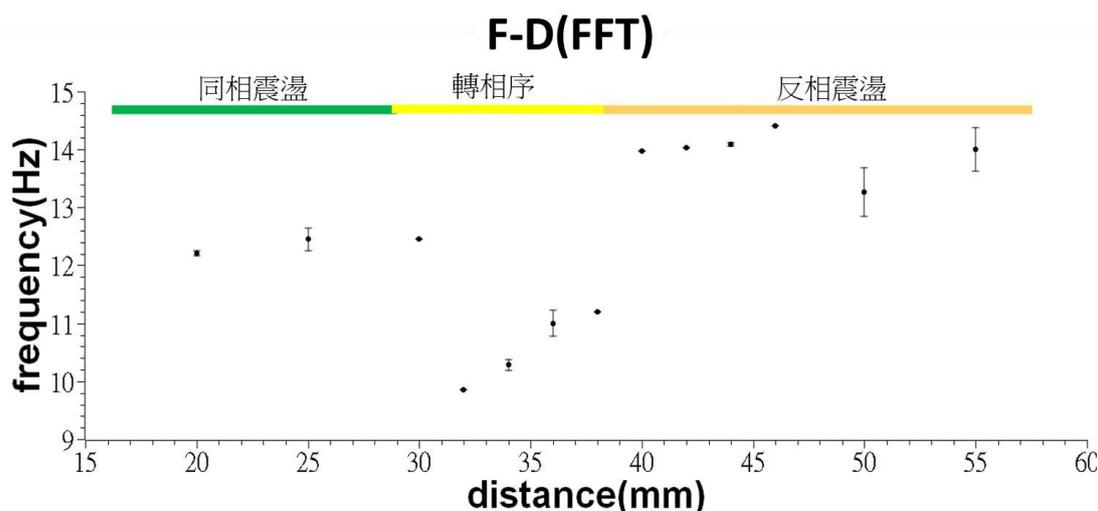
若我們將圖形用 Tracker 裡的耦合程式來進行擬合為一正弦函數，並取蠟燭之間的距離對兩圖形函數的相位差作圖，可以依此圖發現蠟燭之間的距離與蠟燭火焰的震盪模式之間的關係(圖十三)



(圖十三)相位差與距離之關係圖

其中相位差的值為數據經過平均之後所得到的平均值，誤差線為數據之平均標準誤差。在上圖中我們可以發現隨著蠟燭之間的距離逐漸拉長，便會出現其震盪模式的轉換，在蠟燭之間的距離小於 30 毫米時，兩蠟燭火焰會以幾乎同步的狀況做同相震盪，當距離在 30 到 42 毫米時，蠟燭火焰會開始轉換震盪模式並使相位開始出現偏差，而當蠟燭之間的距離大於 42 毫米至約 70 毫米時，蠟燭火焰會做穩定的反相震盪，然而當間距再擴大時兩組蠟燭震盪器的火焰便不易耦合形成穩定的震盪，而從圖十三上亦可以發現在 80 毫米時的誤差線範圍非常廣，代表兩組蠟燭震盪器之間的火焰震盪情形十分混亂，因此我們把大於 70 毫米的情形歸類於不耦合。

而我們將實驗數據經由 SciDAVis 中的快速傅立葉變換之後可以得到數據的頻率，而我們將頻率對距離做圖之後可以得到下圖：



(圖十四)震盪頻率與距離之關係圖

其中頻率的數值為數據經過平均之後所得到的平均值，誤差線為數據之平均標準誤差。由圖十四可以發現，在同相震盪時頻率約在 12.25 Hz 左右，而在轉向序的過程頻率則會降低至 10 到 11 Hz 之間，而在反相震盪時，蠟燭火焰震盪頻率則會維持在較高的 14 Hz。

### 三、建立能量變化之模型

#### (一)、輻射耦合震盪

若是我們將蠟燭火焰的大小變化對應以火焰的能量變化的觀點來思考的話，其中一束蠟燭在燃燒時會由燃燒反應產生能量，而產生的能量會經由氣流對流以及輻射散失，然而也接收到來自另一束蠟燭的輻射而得到能量，因此，我們可以列出以下方程式：

$$C \frac{dT_i}{dt} = \omega_1 \left[ \beta a n_i \cdot \exp \left( -\frac{E}{RT_i} \right) + h(T_0 - T_i) \right] - \sigma \left( \frac{\mu}{L^2} T_j^4 - T_i^4 \right) \quad \dots (1)$$

$$\frac{dn_i}{dt} = \omega_2 \left[ k(n_0 - n_i) - a n_i \cdot \exp \left( -\frac{E}{RT_i} \right) \right] \quad \dots (2)$$

其中(1)式可以看作是物質單位質量的能量變化會等於蠟燭燃燒而產生的熱量扣除熱對流所帶走的以及熱量熱輻射所造成的能量改變量。

而(2)式則為氧氣濃度改變量會等於熱對流帶來的氧氣濃度改變與燃燒時所消耗的氧氣濃度。

上式中  $C, R, E, T_0, n_0, h, k, \beta, \sigma, \omega_1, \omega_2$  為正常數分別對應比熱、氣體常數、活化能、外界溫度、外界氧氣濃度、對流造成的熱流動、對流帶來的氧氣供給率、每單位的蠟燭燃燒產生的熱量、斯特凡一波茲曼常數、溫度與氧氣濃度變化對時間的特徵常數，而這個方程式成立的前提是我們假設溫度與氧氣濃度會在短時間內有劇烈改變，且  $0 < \omega_2 \ll \omega_1$ ，為了得到數值解，我們利用變數代換將(1)式與(2)式中的變數變為無因次的變數。

$$\begin{aligned}
 u &= C \frac{T - T_0}{T_0} \\
 v &= \frac{n}{n_0} \\
 \tau &= \omega_2 kt \\
 c &= \frac{E}{RT_0} \\
 \varepsilon &= \frac{Ck\omega_2}{h\omega_1} \\
 a_u &= \frac{\beta cn_0 a}{T_0 h} \cdot \exp \exp(-c) \\
 a_v &= \frac{a}{k} \cdot \exp(-c) \\
 \sigma_0 &= \frac{\sigma c T_0^3}{C \omega_2 k}
 \end{aligned}$$

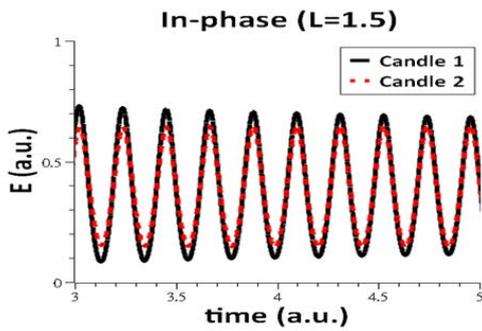
而透過上面的變數代換將變數變為無因次的變數後，我們可以重新將 (1) 式與 (2) 式寫為(3)式與 (4) 式：

$$\frac{du_i}{dt} = \frac{1}{\varepsilon} \left[ -u_i + a_u v_i \cdot \exp \left( \frac{u_i}{1 + \frac{u_i}{c}} \right) \right] - \sigma_0 \left( 1 + \frac{u_i}{c} \right)^4 + \sigma_0 \mu_0 \left( 1 + \frac{u_j}{c} \right)^4 \quad \dots (3)$$

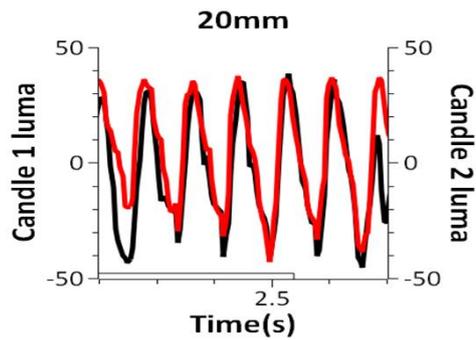
$$\frac{dv_i}{dt} = 1 - v_i - a_v v_i \cdot \exp \left( \frac{u_i}{1 + \frac{u_i}{c}} \right) \quad \dots (4)$$

而在我們將 (1) 式與 (2) 式變為無因次之後，我們可以用數值方法得到 (3)式與 (4) 式的解如下，並與實驗得到的數據圖表進行比對：

1.距離為 15 毫米(圖十四)

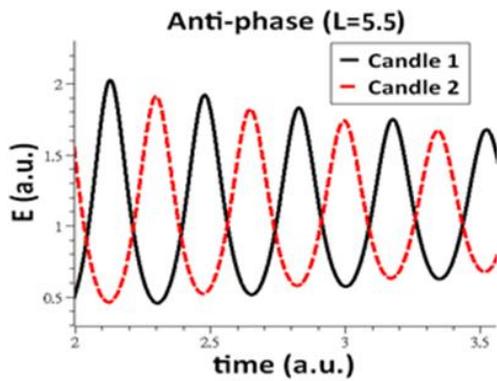


(圖十五)理論模擬同相震盪

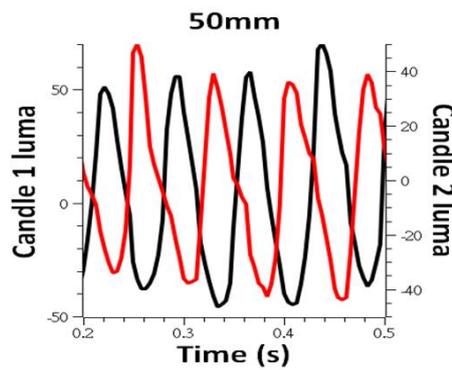


(圖十)比對實驗

2.距離為 55 毫米(圖十五)



(圖十六)理論模擬反向震盪

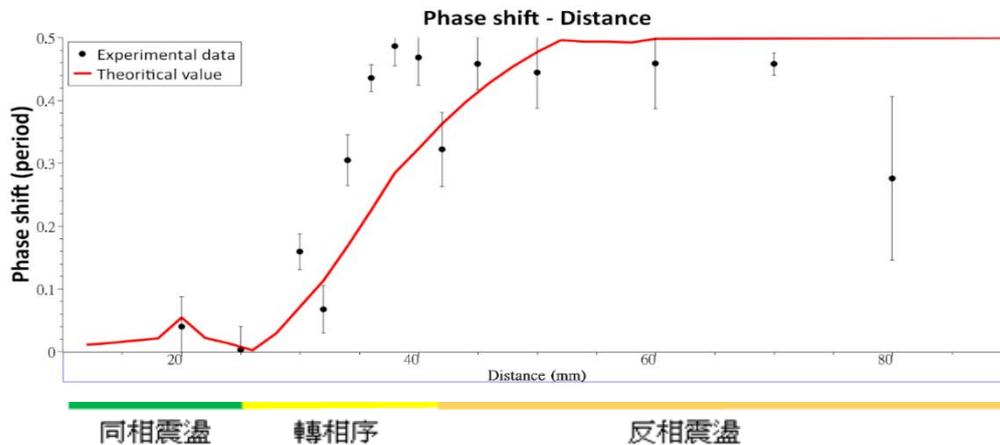


(圖十一)比對實驗

可以發現此理論模擬出的能量變化與先前實驗中觀測到的亮度變化之特徵十分相似，得知在能量的得失過程，確實其量值將會發生震盪

(二)、理論模擬之相位差與頻率

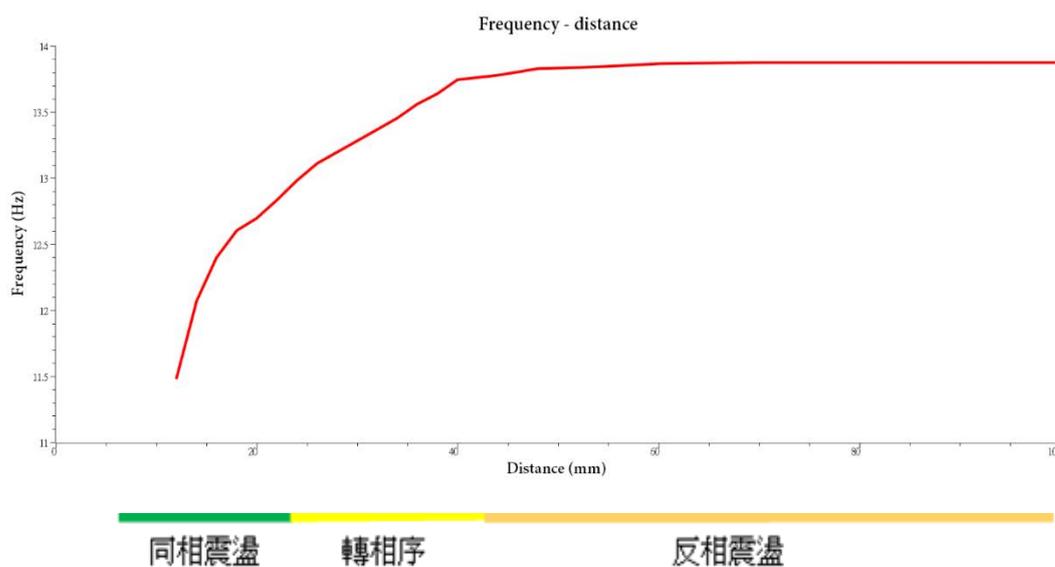
若是我們將理論模型中的相位差計算出來並對距離做圖，可以得到與圖十三相似的結果，詳細如下圖：



(圖十七)理論模擬之相位差與實驗對比

在圖十七中之數據點以及誤差值為先前圖十三的實驗數據，而紅色曲線為理論值。圖中可以清楚看見蠟燭火焰震盪模式轉換的過程，由數值方法解得理論曲線的圖表可以發現理論得到的結果與我們的實驗結果大致相符，由近而遠可以分為同相震盪至反相震盪共三階段的震盪模式，轉向序的過程發生在 28 毫米到 50 毫米之間，比實驗數據的 30 毫米到 42 毫米廣，然而因為蠟燭在震盪時很容易受到氧氣的影響，每次實驗的空間大小不同皆有可能會影響到結果，因此我們認為這個結果是與現實情況相符合的。且當距離越來越遠時相位差會趨近於 0.5 個週期，可以印證我們的實驗結果。而我們認為轉相序是同相震盪至反相震盪中間的過度狀態，因此我們往後的實驗將會更著重於同相震盪與反相震盪模式的討論上。

而若是我們將由理論模型所推導出的頻率對距離做圖，則可以得到下方圖十八的結果：



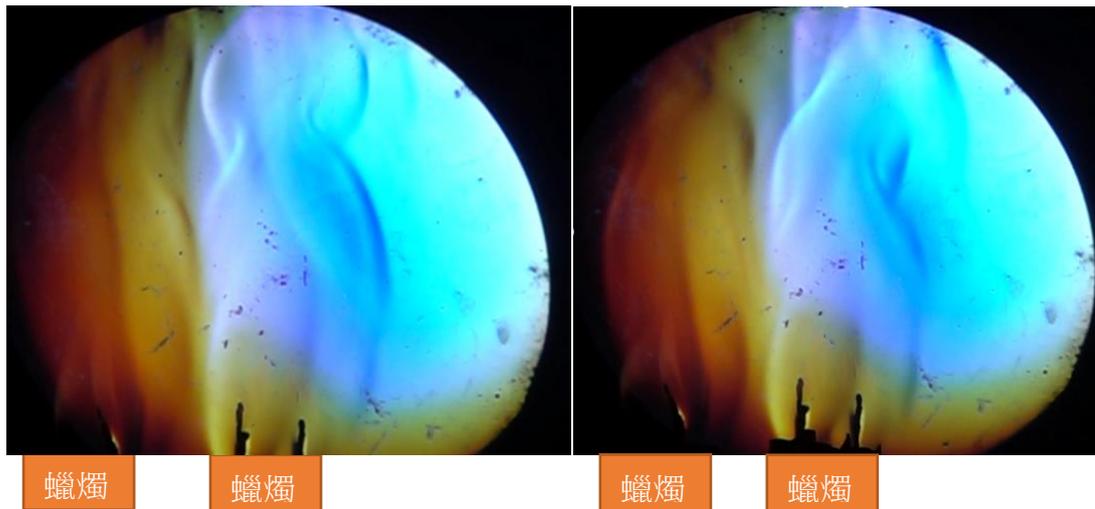
(圖十八)理論模擬之頻率

從上圖可以發現由理論模型所推導出來的理論頻率在同相震盪到轉向序的過程中會隨著距離而由 11.5 Hz 遞增至接近 14 Hz，而只有在反相震盪的模式時則會逐漸趨近於 14 Hz，與我們在實驗中所分析的頻率結果相符。而我們則認為在同相震盪與轉向序時的實驗結果與理論模型有較大的出入有可能是由於在實驗時蠟燭燃燒不穩定所導致的相異的結果趨勢，或是理論對於頻率的部分需要再進行修正，在引用論文中並未看見此理論模型對相位差與頻率之詳細解釋。

## 四、氣流流動

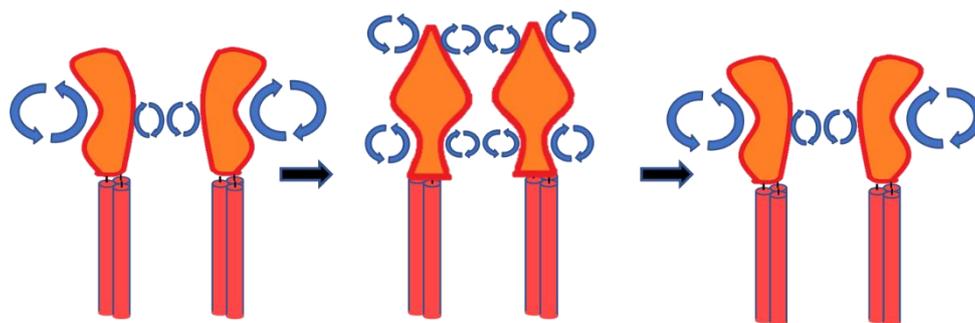
### (一)、紋影攝影

為了觀察蠟燭火焰周圍的氣流流動情形，我們選擇使用紋影攝影法來觀察，並使用 960 fps 的慢動作相機進行攝影以觀察細微的氣流變化。我們分別對在蠟燭火焰在同相震盪，間距為 20 毫米時（圖十九）與蠟燭火焰在反相震盪，間距為 50 毫米時（圖二十一）進行攝影，其結果如下列之圖片所示：

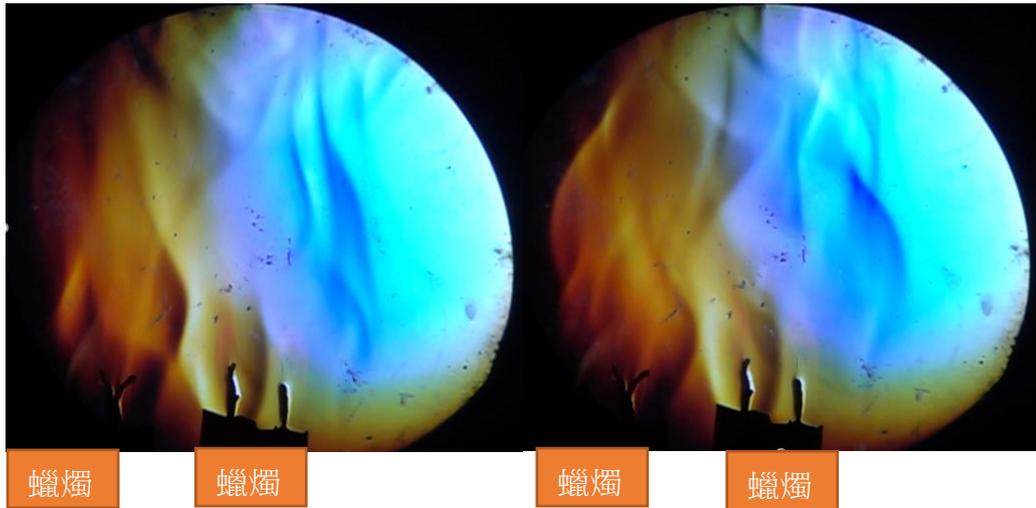


(圖十九)同相震盪紋影攝影

由（圖十八）左邊至右邊之間的變化我們便可以觀察到在同相震盪時（20 毫米），觀察到在蠟燭火焰外側有明顯的順時針渦流產生，且在蠟燭與蠟燭之間亦有較弱的逆時針渦流產生，而另一支蠟燭亦在相同的位置有相反方向的渦流產生。接著我們依據紋影實驗的觀察結果，可以假設周圍的氣流的流動情形如下示意圖所示(圖十九)：

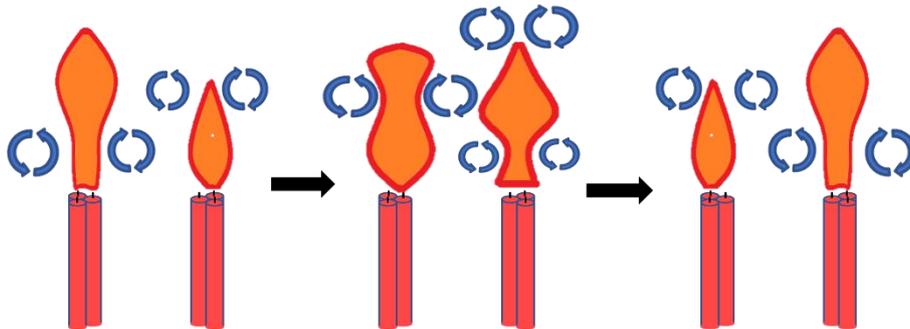


(圖二十)同相氣流示意圖



(圖二十一)反相震盪紋影攝影

我們發現當反相震盪時（50 毫米），蠟燭的內外側與同相震盪相同，亦出現往外旋轉的順時針與逆時針的渦流，然而與同相模式相異的地方在於蠟燭與另一組蠟燭的渦流出現位置並不是相同高度或者同時，而是互相交錯出現的，接著我們也假設了反相模式時的周邊空氣流動的詳細情況如下方示意圖(圖二十一)：



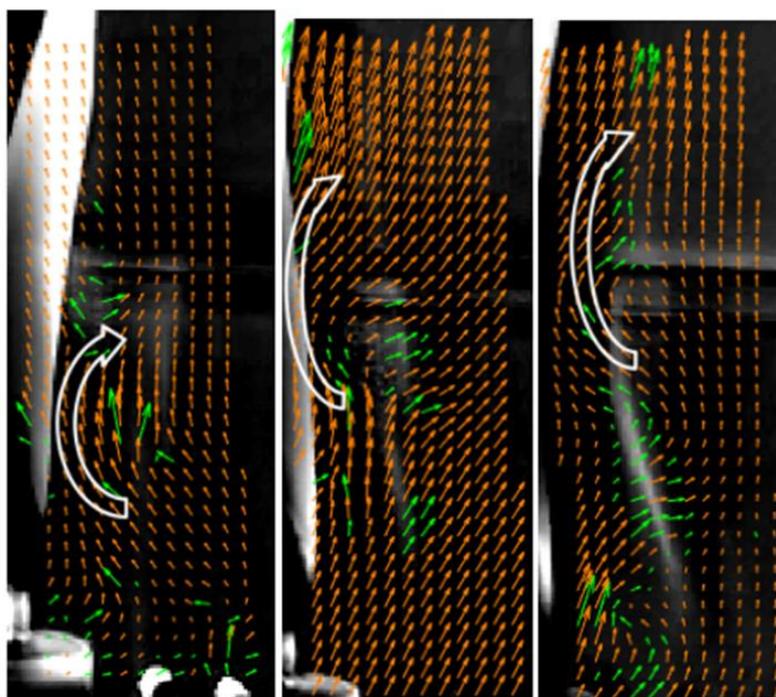
(圖二十二)反相氣流示意圖

## (二)、線香煙霧

由紋影攝影（圖十九至圖二十一）可以觀察到蠟燭火焰周圍的空氣流動的情況，然而由於攝影的視野範圍會受限於凸透鏡的半徑大小，因此寬度不足而無法照出完整的蠟燭組震盪時的氣流流動狀況，也無法觀察更上方的氣流流動情形。且由於外側加裝防風用的壓克力板也會因為壓克力板的關係導致光線產生些許偏折，進而造成紋影攝影的拍攝結果不理想。

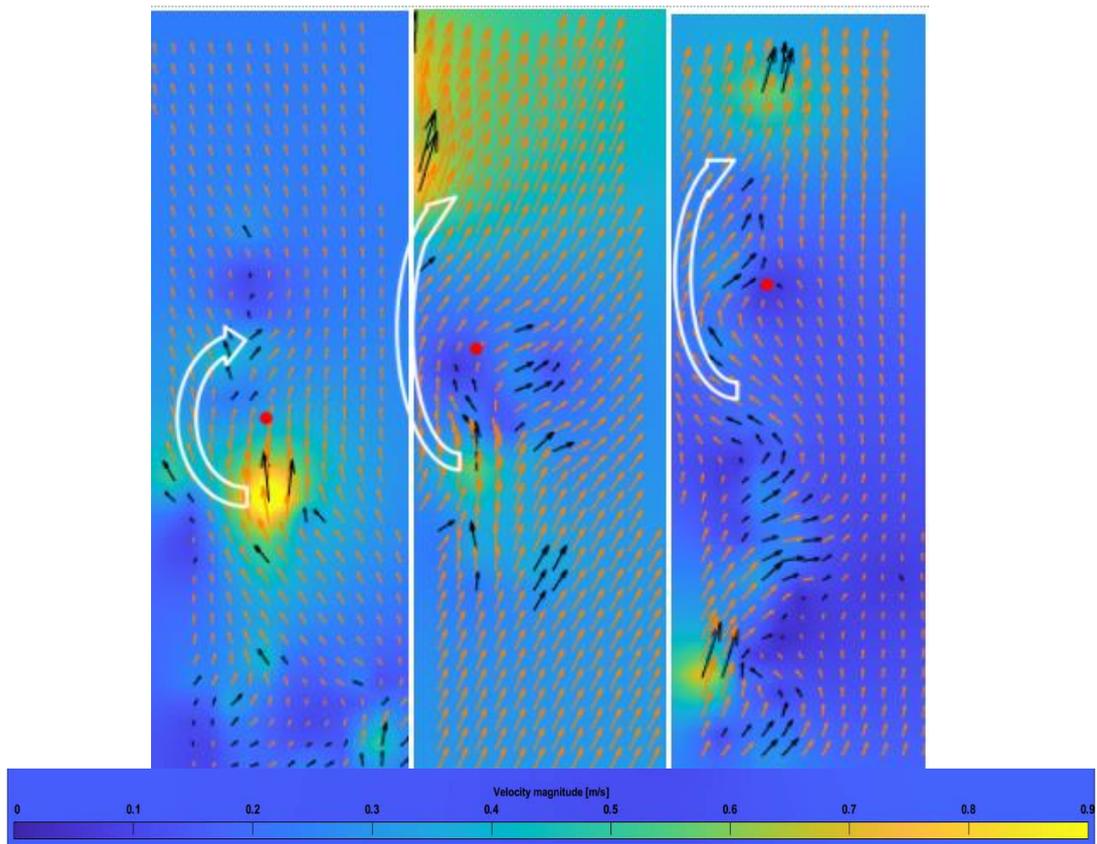
後來我們由於紋影攝影不易分析氣流速度的關係，為了更清楚的看到氣流流動與紋影實驗所觀測到的渦流，我們另外以線香燃燒所產生的煙霧來觀察蠟燭火焰燃燒時周圍的空氣流速，並以 240 fps 之攝影機拍攝蠟燭燃燒時的氣流帶動周圍線香煙霧的流動，進而觀測蠟燭火焰周圍的漩渦出現位置與流動速度。而得到影片後我們以 PIV lab 分析線香煙霧的移動速度向量。以下是我們的分析結果：

### 1.火焰外側渦流(圖二十三)



(圖二十三)震盪之火焰外側渦流流場

上方（圖二十三）可以清楚發現蠟燭火焰側邊的渦流的產生位置與渦流的旋轉方向，若是我們以速度量值大小作圖可以得到下圖（圖二十四）：



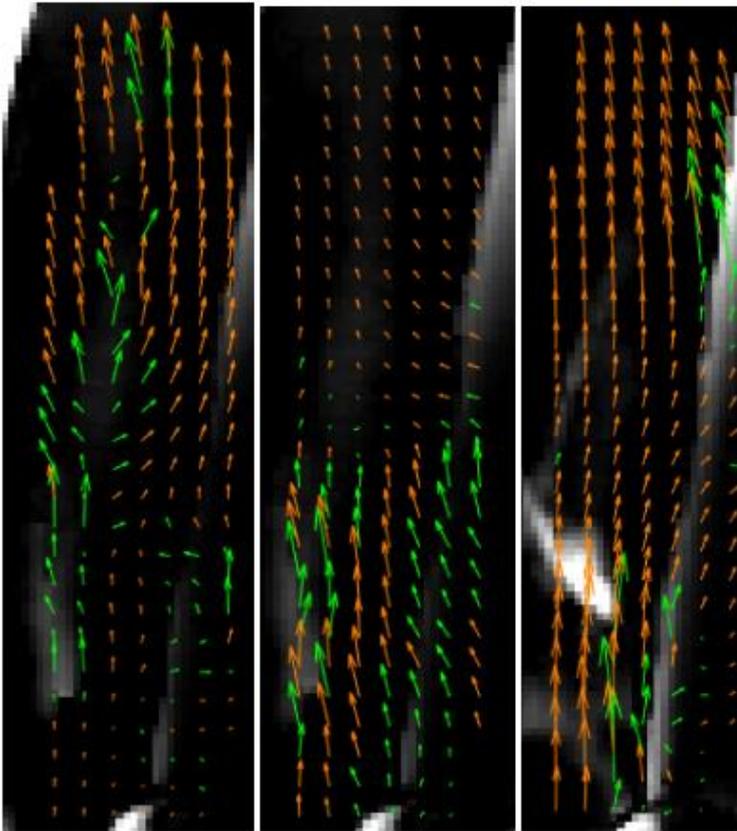
(圖二十四)流場速度分析顏色對照及漩渦示意圖

在上方圖二十四中我們可以發現在渦流明顯發生的地方，速度量值約在  $0.50$  至  $0.90 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  之間，而渦流中心的部分(紅點)速度量值則在  $0.02$  至  $0.25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  之間，我們大致猜測靠近蠟燭火焰的部分氣流柱因為受到蠟燭加熱影響，上升速度較快，而外側的空氣因為溫度接近室溫而移動較慢，進而產生渦流。由 PIVlab 分析出來的結果也大致符合我們在紋影攝影時觀察到的現象與所提出的假設模型，而若是我們將渦流中心的部分對比至圖十九以及圖二十一則可以發現渦流中心發生位置都在與火焰往內凹陷處相同高度的地方，因此我們認為蠟燭震盪時火焰會出現凹陷的形狀是由於渦流的形成而擠壓到了火焰的發展，使火焰形狀向內凹陷。這可結果可以印證先前假設的示意圖與實驗結果，解釋了在實驗中觀察到不同震盪模式時外側渦流出現位置與蠟燭火焰形狀的問題。

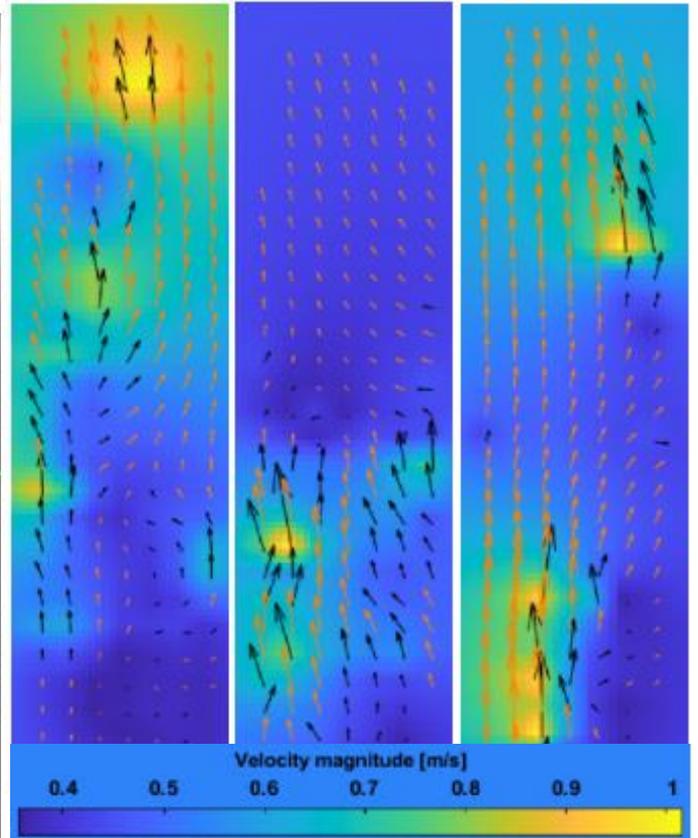
## 2. 火焰內側渦流

依據剛剛紋影攝影之結果也可以發現在火焰內側渦流的部分在不同相位差有明顯差異，故在這個內側氣流的部分分成兩部分討論。

### (1) 同相震盪之內側渦流(圖二十五、二十六)



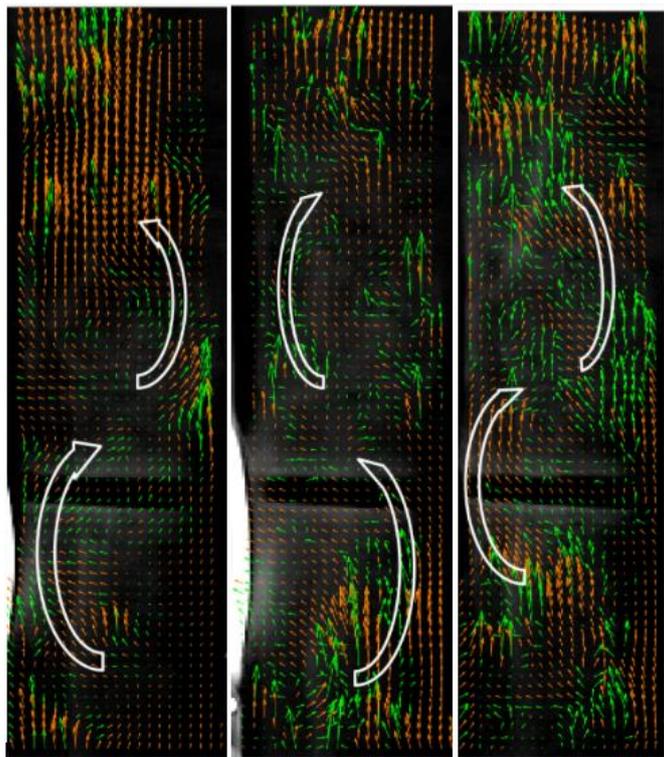
(圖二十五)同相火焰內側流



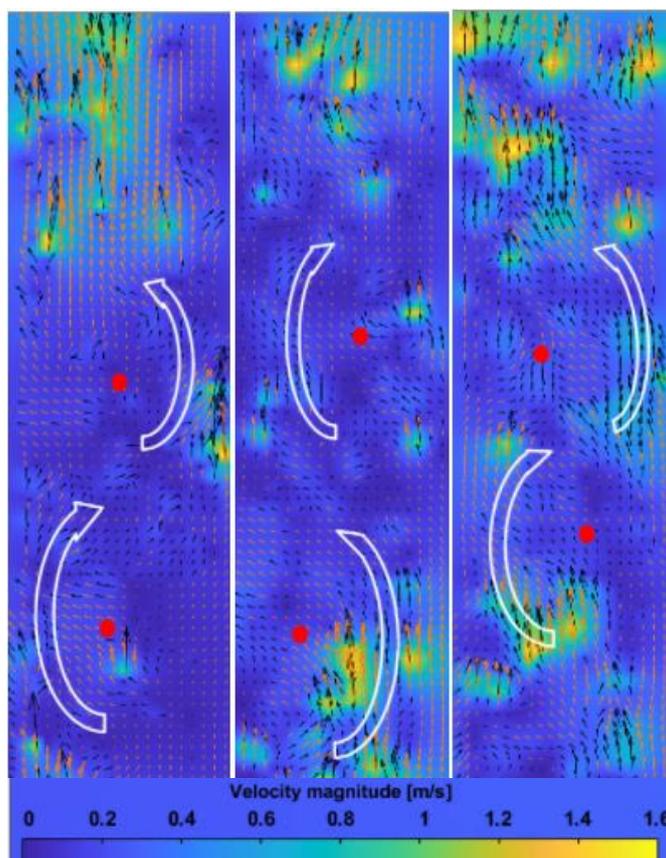
(圖二十六)同相火焰流場速度分析顏色對照表

我們從上方圖二十五會發現在同相震盪時，並沒有出現明顯的渦流出現在蠟燭火焰中間，只有些微的左右擾動，而由圖二十六，可以得知在同相震盪時，中間的氣流上升速率約為  $0.45$  至  $0.95 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  之間，此速率與外側渦流部分的速率範圍十分相近。

(2)反相震盪之內側渦流(圖二十七、圖二十八)



(圖二十七) 反相火焰內側流場



(圖二十八)反相火焰流場速度分析顏色對照表

由圖二十七和圖二十八可以發現在反相震盪時，蠟燭火焰中心的渦流出現位置與我們先前在紋影實驗中所假設的模型出現位置相同，而渦流流速為 0.50 至 1.45  $m \cdot s^{-1}$ 之間，渦流中心的流速則落在 0.03 至 0.20  $m \cdot s^{-1}$ 之間，速率的範圍略快於同相震盪，我們認為這可以對應到先前實驗結果中反相震盪頻率高於同相震盪的震盪頻率的結果。

### 3.嘗試解釋氣流各變數之間的關係

而知道了漩渦移動的速度之後我們想要找出蠟燭震盪頻率與漩渦移動的速度之間的關係，於是我們引用一無因次之常數斯特勞哈爾數  $St$  來解釋兩者之間的關係：

$$St = \frac{f \cdot L}{v} \dots (5)$$

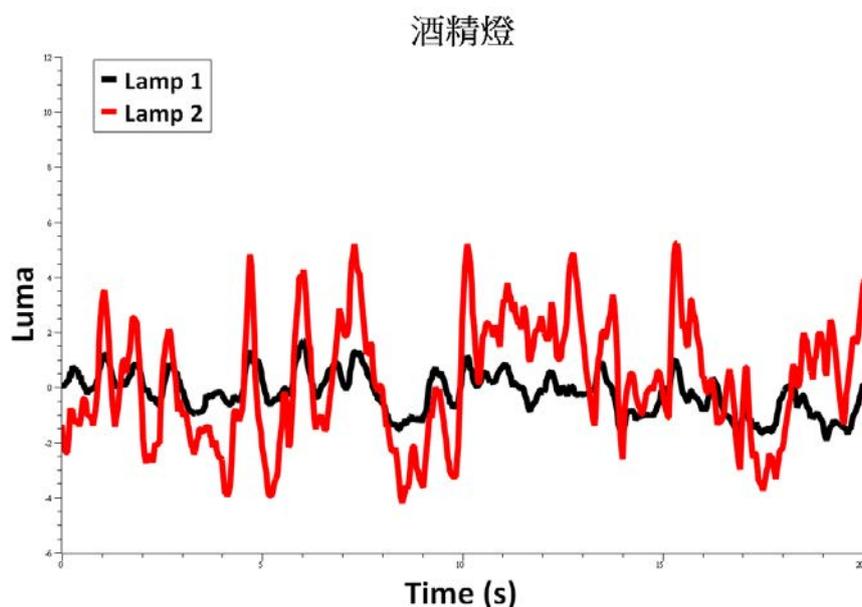
其中  $f$  為漩渦脫落的頻率，我們在此設為與漩渦產生的頻率相同， $L$  為特徵長度，在此我們取漩渦之垂直長度作為特徵長度，其中我們發現同相震盪時的漩渦長度略大於反相震盪時的漩渦長度， $v$  則為漩渦之移動速率。

此為一描述非定常流體相似準則的比例常數，這個常數原本可以應用在有固定特徵頻率的震盪現象時，譬如連續形成渦流時，在兩個分流層因速度或者密度差異構成渦街(shedding vortices)，前提是各流體之雷諾數必固定，其頻率應與流速成正比，並與震盪之特徵長度成反比。

我們將同相震盪的數據與反向震盪代入式 (5)後可以得到反相震盪與同相震盪時漩渦產生頻率之比值  $\frac{f_{anti-phase}}{f_{in-phase}} = 1.20$ ，此結果與實驗觀察到的比值 1.14 相當接近。

## 五、模擬震盪器

由於蠟燭在燃燒時會受到蠟燭製作的品質影響會出現小空腔或氣泡而導致無法以穩定的速率來提供燃料燃燒，因此我們希望利用酒精燈來取代蠟燭成為替代的震盪器。我們認為酒精燈的燃料供給來源與蠟燭相同，皆在燈心的下方且燃料沒有初始速度（像是瓦斯噴槍），而在燃燒時的氧氣來源也是從周圍的空氣中獲得，適合做為蠟燭火焰震盪器的替代品。然而我們在實驗的過程中發現兩組酒精燈震盪器的火焰並沒有出現明顯的規律震盪或耦合的現象，其結果如圖二十九所示



(圖二十九)酒精燈燃燒之亮度變化

而又藉由此實驗發現前面建立起來之能量變化的理論模型有誤。酒精燈為一明顯熱源，且不管是燃燒的模式，還是氧氣消耗狀況，以及輻射狀態都與蠟燭十分相似，差別只在於燃料的不同以及溫度差異。

如果將酒精燈之條件帶入能量理論模型內，照理應也會產生穩定震盪，但依據圖二十九並未有此現象，再加上先前此理論的模擬頻率，可以知道此理論並不完全正確，有太多需要修正的地方，故我們轉而以氣流方面來解釋此現象。

後來我們在檢查紋影的影片時，發現蠟燭在燃燒時在火焰基部的地方氣體會一陣一陣地膨大（如圖三十），而在線香煙霧的實驗中我們也有發現煙霧由下往上移動的過程中有時候會先被推開一小段距離之後再受到渦流的影響（如圖三十一）。

拿此實驗的燃燒情況與比先前蠟燭實驗對比後，我們認為關鍵的因素就是在於此。

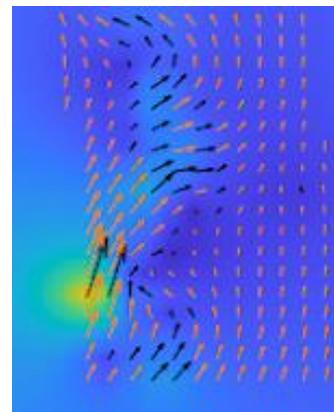
在先前實驗中所選用的蠟燭主要成分為石蠟，主要的構成物為碳氫化合物 $C_nH_{2n+2}$ ，

$20 \leq n \leq 40$ ，而此種類化合物的燃燒反應式為： $C_nH_{2n+2}(g) + \frac{3n+1}{2}O_2(g) \rightarrow nCO_2(g) + (n+1)H_2O$ ，由亞佛加厥定律可知其燃燒之後氣體的體積會增加至原先的 1.35 倍，且火焰溫度在 800 K 至 1200 K，也會再受到熱膨脹的影響，而甲醇在燃燒的反應式為：

$CH_3OH(g) + \frac{3}{2}O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 2H_2O(g)$ ，燃燒後的氣體體積則是增加至原本的 1.2 倍，且火焰溫度在 700 K 至 800 K，溫度略低於蠟燭燃燒時的溫度，造成的氣體的膨脹不比蠟燭燃燒時來的明顯，此為兩種燃料最主要的的差異，致使酒精燈的氣流柱無法形成明顯的渦流並做出規律而穩定的震盪。

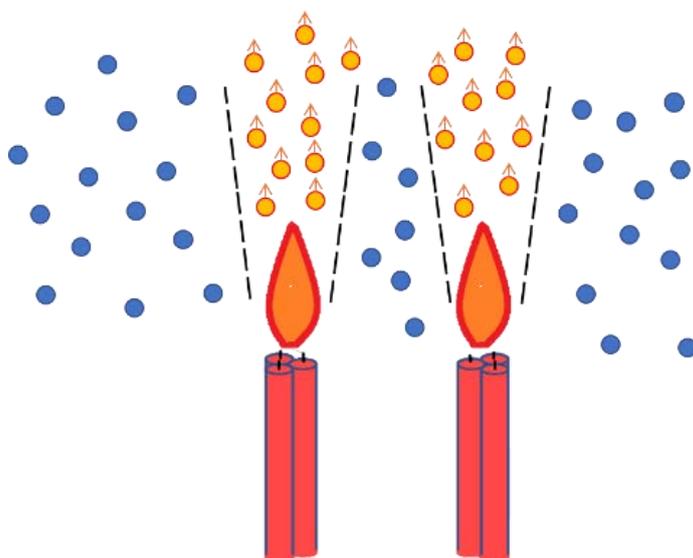


(圖三十)膨脹氣體示意圖



(圖三十一)膨脹氣體流場示意圖

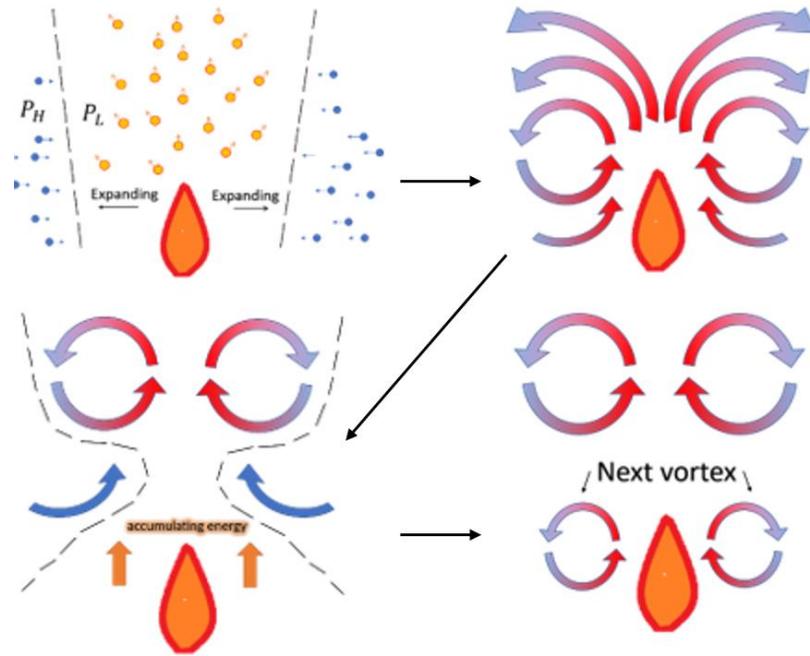
## 六、建立氣流之理論模型



(圖三十二)蠟燭周圍氣體設想圖

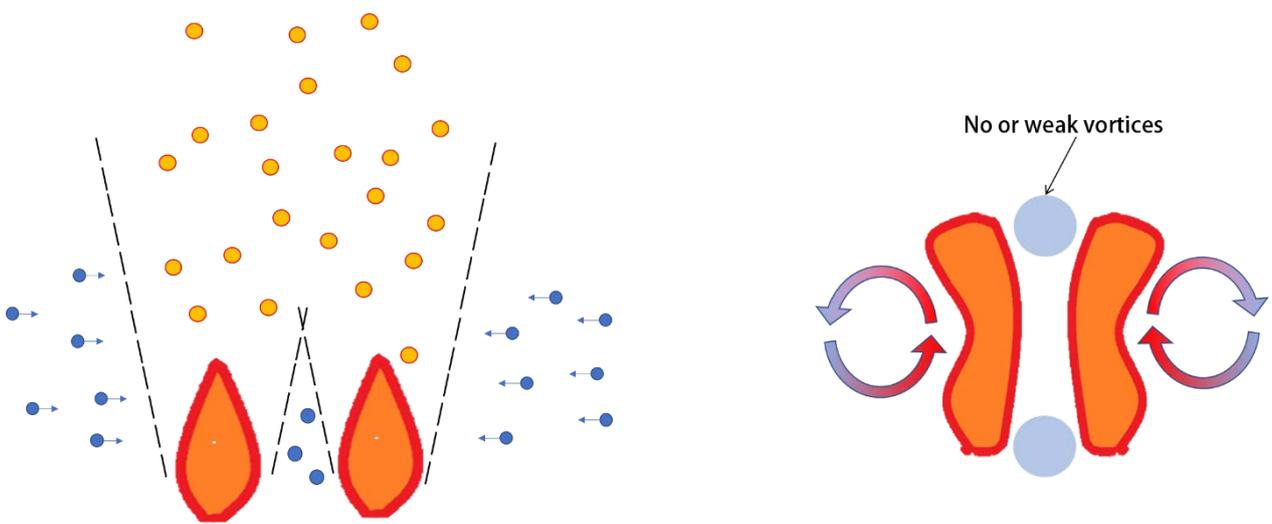
我們依據紋影實驗的觀察結果，可以假設氣流分為蠟燭火焰中心的上升氣流柱與周圍靜止的大氣兩部分（如圖三十二），而在蠟燭快速燃燒時，上升氣流的根部因為燃燒產生大量氣體以及由於高溫而導致熱膨脹以及明顯的速度差異，使得根部的氣體往周圍膨脹，周圍的氣體則因為氣體壓力較中心氣流柱大跟兩分流層速度場差異的緣故而向內擠壓，使兩部分的氣體摩擦之後形成渦流，並隨著中心氣流柱向上移動並快速產生下一個渦流（如圖三十三）。

隨著連續的渦流的產生，火焰被渦流往上帶時便顯得增大、被拉長，而當渦流向上逐漸增大，火焰便會被增大的渦流壓迫，顯得火勢變小，被壓迫的同時儲存能量，再跟著下一個渦流向上竄大。



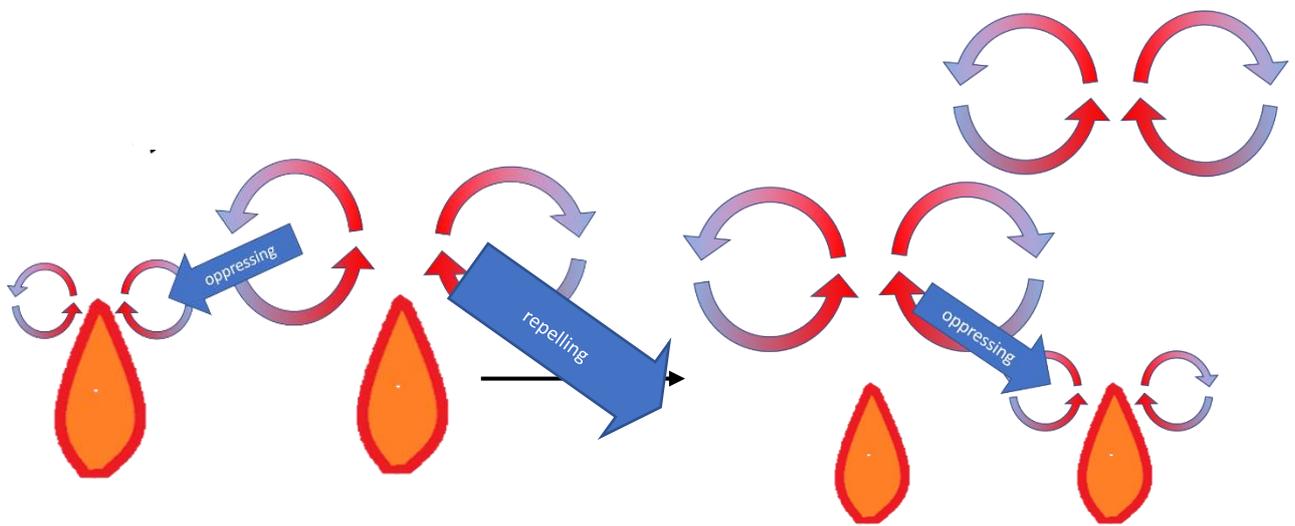
(圖三十三)渦流形成過程設想圖

在同相震盪模式下，當兩根蠟燭靠太近時，由於兩上升氣流柱中心間隔距離太小，導致並不能形成明顯的分流層，且在兩火焰之間的空氣的壓力差與空間不足以形成漩渦來干擾蠟燭震盪（圖三十四），而是隨著周圍的氣流柱一同上升，在此時，我們可以將兩氣流柱視為一組，也就是蠟燭形成了以六根蠟燭為一組的震盪器，並表現出同相震盪的結果。



(圖三十四)同相火焰周圍氣體設想圖

當兩組上升氣流柱之間到達一定的距離時，在氣流柱中間也會生成渦流，相對於同相的中間渦流強度將會有明顯差異，並且由於左右氣流柱所生成的渦流方向相反，在中央形成時會阻礙到另一方的渦流發展，使另一方的渦流無法生成在正對面，而是被排擠到較為下方的位置，並且隨著氣流柱中間的距離增加，有助於渦流生成的空間會越來大，此現象也變得越發明顯，渦流的流向會干擾到另一方的氣流柱發展，使另一方的氣流柱無法垂直上升，進而阻礙另一方火焰發展並促使另一方在更下方形成渦流，變成轉相序的過程。而當距離更大更遠，間隔足夠大時，此關係則會趨於一個穩定的狀態，即是反相震盪模式（圖三十五）。



(圖三十五)反相火焰周圍氣體設想圖

## 肆、結論

### 一、當前研究結論

#### (一)、震盪模式

我們發現蠟燭火焰震盪模式會隨距離改變，由近而遠分別為同相震盪、轉相序、反相震盪，且當距離太遠時並不會耦合。其中同相震盪的震盪頻率落在 12 Hz，而反相震盪的頻率則落在 14Hz，略高於同相震盪。（如圖十四）

#### (二)、能量變化模型

1.在以能量來討論蠟燭震盪之理論模型中，距離較近時為同相震盪，當距離增加至 28 毫米時，相位差會開始改變增加，而當距離增加至 50 毫米時，相位差則不會有明顯的增加，並慢慢趨近於 0.5 個週期，變成做反向震盪。

2.此理論除相位差之外，對頻率的模擬並不符合我們的實驗數據。

(三)、紋影攝影透過紋影攝影觀察此現象，可以清楚地觀察到蠟燭內側及外側皆有明顯渦流，我們可以推測此現象與渦流有很大的關係。

#### (四)、線香煙霧實驗

1.利用線香的煙霧，我們發現在同相震盪時，火焰外側會出現渦流且外側的渦流會出現在火焰凹陷處，而內側渦流則相當微弱或不會出現明顯渦流，氣流柱的移動速率區間在 0.45 至 0.95  $m \cdot s^{-1}$ 之間。在反相震盪時，火焰外側一樣會出現渦流，然而兩火焰中間也會形成明顯的渦流交錯出現，氣流移動速率略高於同相震盪，約在 0.50 至 1.45  $m \cdot s^{-1}$ 之間。

2.接著我們引入斯特勞哈爾常數，將我們得到的數據代入，得到的頻率與實驗數據相符合，驗證蠟燭周圍器氣流為一以規律頻率震盪之渦流。

## (五)、模擬震盪器

我們使用了條件相似的罐形酒精燈來模擬蠟燭的震盪，卻發現其並不會耦合甚至也不會出現規律震盪。我們發現其燃料的膨脹速率與蠟燭有差異，推測氣體的膨脹速率與震盪現象有很大的影響。

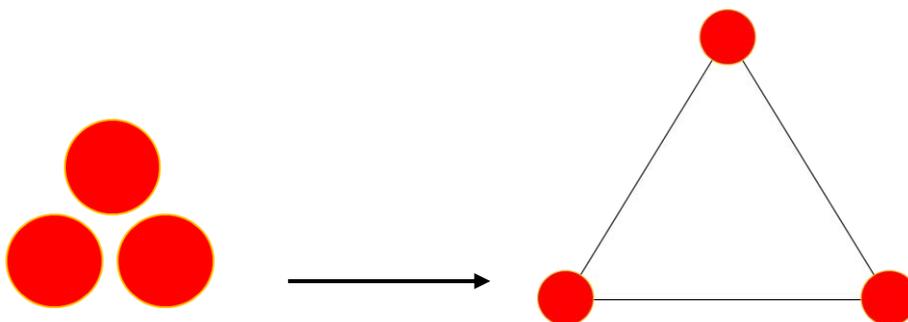
以上述觀點來說，如果要尋找一個穩定的燃燒震盪器，需要足夠高的氣體膨脹速率，其又與燃燒速率、溫度、化學性質(譬如碳數)等等有關，並不是有燃燒現象就可以。

## (六)、建立氣流流動模形

我們猜想渦流是由於燃燒時的氣體膨脹與壓力差，導致周圍氣體向內擠壓，隨著火焰中心空氣柱一同上升而生成的。在同相震盪時，可以把兩組震盪器視為一組大的震盪器做震盪。反相震盪中，由於蠟燭火焰中間的距離增加，可以在火焰中間形成渦流。然而兩方火焰所形成的渦流會互相壓迫到對方，進而形成反相震盪交錯出現的狀況。

## 二、未來展望

此研究事實上並未完善，牽涉到許多像疫情還有時間等因素，依然有許多欠缺的實驗，希望在未來可以補足，像是再嘗試更多種不同膨脹速率的燃料，測出可行的雷諾數及膨脹速率，找到可以更明顯觀察到渦流的方法並測量更多數據，還有最重要，也是我們接下來要進行的實驗，我們需要再次驗證此現象主要被氣流影響而不是能量。



(圖三十四)三震盪器示意圖

如何再次驗證此系統主要應被氣流影響而不是能量變化?

假設當今天有三個震盪器相互耦合(圖三十四)，如果是依據以上我們的對氣流理論的假設，當三震盪器在同相狀態時應為同步震盪，可視為同一組震盪器，其實我們在之前的實驗內，使用的便為以三根蠟燭構成的穩定震盪器，這個部分可以當作已經被驗證。當距離逐漸拉開的時候進入轉相序，三個震盪器之震盪將出現些許偏差，但並不固定，而再使其之間距離更長的時候，內部渦流互相排斥的空間達到飽和，相位差應趨近於三分之一個週期，而如果以能量的角度來描述有誤的話，便可以驗證氣流的模形正確。

我們希望未來可以把此研究的探討做到完善，需要一個更完整的數學模型來完整地描述此現象，另一方面也希望未來可以找到可以把這個神奇的現象可以有實際應用的方面。

## 伍、參考文獻

一、Atsushi Osa, Etsuro Yokoyama, Hidetoshi Miike, Hiroyuki Kitahata, Junji Taguchi, Masaharu Nagayama, Masanobu Tanaka, Tatsunari Sakurai, Yumihiko Ikura and Yutaka Sumino (2009).

Oscillation and Synchronization in the Combustion of Candles.

J. Phys. Chem. , 113, 8164 – 8168

二、 Akifumi Kijima, Keiko Okamoto, Hiroyuki Shima, and Yoshitaka Umeno (2016). Synchronization in flickering of three-coupled candle flames. Scientific Reports, Vol.10, Article number: 36145.

三、 R. I. Sujith, Krishna Manoj, Suraj Dange, and Samadhan A. Pawar (2019). Role of buoyancy-driven vortices in inducing different modes of coupled behavior in candle-flame oscillators. AIP Advances, Volume 9, Issue 1.

四、 Attila Gergely, Bulcsú Sándor, Csaba Paizs, Robert Tötös, and Zoltán Néda (2020). Flickering candle flames and their collective behavior. Scientific reports, Article number: 21305.

五、 Ji Jia, Jinghua Xiao, Ting Chen, and Xiao Guo (2019). Frequency and Phase characteristics of Candle Flame Oscillation. Scientific Reports, Volume 9, Article number: 342.

## 【評語】 160002

相當新的研究課題，雖然實驗及分析都跟隨著已發表的論文，但也觀察到新的現象。並且作了觀察渦流及酒精燈的實驗，提出渦流的影響可能比能量的交換更重要。如果能提出新量化理論來解釋與現在理論不合的實驗現象，那就更顯出價值。