

2020 年臺灣國際科學展覽會 優勝作品專輯

作品編號 160020

參展科別 物理與天文學

作品名稱 探討指尖陀螺在不同轉動角度下之力學模型及新型離心設備之設計

得獎獎項 大會獎：二等獎

就讀學校 臺北美國學校

指導教師 Jude Clapper

作者姓名 周尚蓉

關鍵詞 指尖陀螺、力學模型、離心力

作者簡介



我是周尚蓉，目前就讀美國學校高中二年級，因從小在一般公立學校就讀，所以中英文皆流利。這四年來從事科學實驗，激發了我自主學習的熱忱，也真正體會到許多問題只有親自動手才能找到解決問題的辦法，而些微的差距就可能帶來無法預期的結果。我相信參加國際科展能拓展我的視野，和更多有能力與熱情的人一起學習，也期待交到志同道合的朋友。

摘要

本研究可分為三個部分：第一部分利用指尖陀螺在不同角度(0-90 度，指旋轉面與水平面之夾角)下進行轉動實驗。實驗結果顯示當角度越大，指尖陀螺的轉動時間越長;當角度為 90 度時有最長的轉動時間。轉動過程可分為高轉速區與低轉速區。前半部為高轉速區，其轉動頻率隨時間成指數衰減關係;後半段為線性區，其轉動頻率隨時間成線性衰減關係。在第二部分，我們將樹脂注入微型聚乙烯管進行離心實驗，結果顯示指尖陀螺與水平面角度為 40 度轉動時，可以達到最短的樹脂長度，亦即最好的分離效果。在第三部分，我們根據前述之實驗結果提出設計離心機的新概念，那就是：結合以下兩個要件 1. 試管轉動時應與轉動軸垂直與 2. 試管的轉動平面與水平面成 40 度時，此種離心設備相較於傳統離心機應可具有較高向心力(離心力)，可達更好的分離效果。

Abstract

The purpose of the experiment is to investigate the rotation dynamics of a fidget spinner tilted at varying angles (0-90 degrees) between the spinning plane and the horizontal plane. We found that the spinning lasted longer as the angle became larger, peaking at 90 degrees. The spinning started fast at the beginning of the rotation, as the speed decayed exponentially. In contrast, as the spinning slowed down, the speed decayed linearly. We extended this observation to investigate the relationship between the spinning angles and separation efficiencies. We started by building a simple and low-cost centrifuge based on a fidget spinner. Separation efficiencies were measured at similar initial velocities until the device came to a stop. We found that at a 40-degree angle, the centrifugation reached the best efficiency. In conclusion, we propose that (1) when test tubes are perpendicular to the axis of the centrifuge and (2) when the rotation plane of the centrifuge is 40 degrees from the horizontal plane, centrifuges will have the highest centripetal forces (centrifugal forces) compared to traditional centrifuges.

壹、前言

(一)研究動機

指尖陀螺是在這幾年很流行的一種手持益智玩具。除了一般的休閒用途外[1][2]，有相關研究指出指尖陀螺對人的健康有益，在觀察轉動的過程中可以減緩壓力、創傷後壓力症、焦慮、注意力不足等[3][4]，因此也引起一些醫學研究人員的關注。我們在玩指尖陀螺的時候無意中發現，若是以相同初始轉速或是差不多的力量來轉動指尖陀螺，在不同的轉動角度下，在轉動過程中手指明顯可以感受到不同的轉動速度或是向心力，而且其轉動的時間也不同。因此，我們決定研究轉動角度對指尖陀螺轉動的影響並探討其力學模型。此外，當我們在生物課使用離心機分離血液時，我們發現一般的離心機在轉動時，其試管跟轉軸保持固定角度。我們不禁感到好奇，若是以不同轉動角度來分離，是否會有不一樣的分離效果。因此我們決定使用聚乙烯管以及 Halolink™ Resin(一種生醫實驗上常用到的樹脂)為模型，並利用指尖陀螺來進行不同角度旋轉，來測試離心效率，藉此觀察不同角度下樹脂分離的效果，希望能由實驗找出更好的實驗條件或轉動角度，藉此來設計新型離心機，以達到更好分離效果。

(二)研究目的

1. 瞭解指尖陀螺的轉動週期 (period, 指尖陀螺轉動一圈所需的時間)與轉動頻率(frequency, 指尖陀螺在一秒內轉動的週數)在不同角度(0-90 度, 指旋轉面與水平面之夾角)下的變化情形，並將轉動頻率對角度的關係作圖，並分析曲線推導出其力學模型。
2. 瞭解轉動時間 (total rotation time) 隨不同角度的變化原因，並將轉動時間對角度的關係作圖並分析其變化情形。
3. 瞭解在不同轉動角度(0-90 度)下，混合物質(Halolink™ Resin)的分離狀況。我們利用指尖陀螺進行離心分離實驗，量測分離後的樹脂長度，將樹脂長度對不同角度的關係作圖並分析變化情形。
4. 提出新的概念來設計離心設備。我們從指尖陀螺力學的轉動實驗及 Halolink™ Resin 分離實驗結果，提出新的概念來設計新型離心設備。

貳、研究方法與過程

(一)實驗設備與器材

以下是在本研究中，我們所使用到的所有實驗設備與器材，我們分別說明其用途以及圖示如下：下圖(一)為 Photogate(光學感應閘)，一般常用於力學實驗，並可量測各種不同運動時的物理量，例如位移、速度、加速度或是轉動週期(頻率)等。因此我們使用 Photogate 來測量指尖陀螺轉動過程中的物理量，在本實驗中我們主要測量與記錄指尖陀螺在不同轉動角度時的轉動時間、轉動週期以及轉動頻率。圖(二)則是本實驗所用的資料記錄器(LabQuestMini)，用途是連接 Photogate 和電腦並用來記錄 Photogate 所量測到的數據。

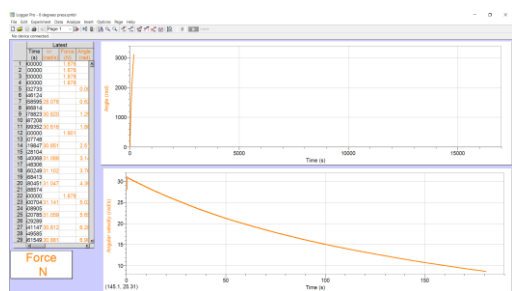


圖(一) Photogate(光學感應閘)

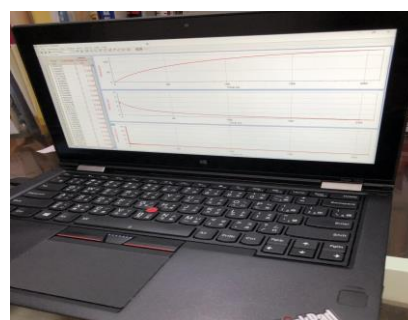


圖(二) LabQuestMini

圖(三)為 LoggerPro，這是我們在電腦上安裝的程式，可在電腦上讀取 LabQuestMini 所紀錄到的數據並進行各種數據處理及分析。圖(四)為手提式筆記型電腦，用來連接 LabQuestMini 跟 Photogate，我們可在電腦上讀取 LoggerPro 所紀錄到的數據。

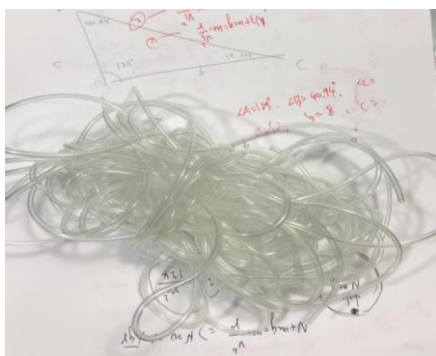


圖(三) LoggerPro(處理實驗數據的程式)



圖(四) 手提式筆記型電腦

為了進行離心分離實驗，下圖(五)的照片為我們在此實驗中所用的微型聚乙烯管，該聚乙烯管的規格為外徑 0.4cm 內徑 0.1cm，其用途是之後拿來裁切以便製作成試管，可以注入樹脂做成樣本來進行離心試驗。下圖(六)的照片為我們裁切過後的聚乙烯管，約 5 公分長，之後我們會用來進行離心分離的實驗。



圖(五) 實驗用的聚乙烯管



圖(六) 分離實驗用的聚乙烯管，長度為 5cm

下圖(七)為我們實驗所用的微量滴管，用來汲取 HaloLink™ Resin 製作樹脂樣本。下圖(八)為我們實驗用到的一般市售熱熔槍及熱熔膠，用途是用來密閉裝好樹脂樣本的聚乙烯管。



圖(七) 實驗用的微量滴管

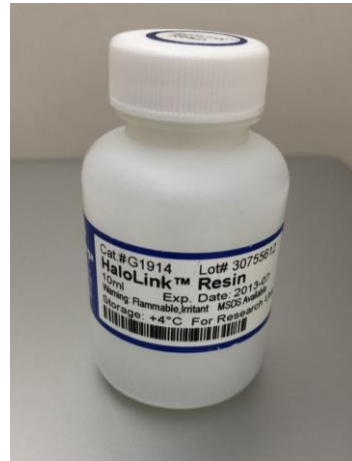


圖(八) 一般市售的熱熔槍及熱熔膠

下圖(九)為本研究中所使用到的的高轉速指尖陀螺，用來進行力學實驗以及離心分離實驗。我們比較測試過不同的指尖陀螺，此種指尖陀螺的特點為金屬製，較一般塑膠製的指尖陀螺在轉動時具有較穩定的重心以及較高的轉速，因此較適合用來進行力學實驗以及離心分離實驗。下圖(十)為離心分離實驗所使用的市售樹脂 (HaloLink™ Resin, Promega, WI, USA)，我們拿來填充至聚乙烯管製作樹脂樣本。



圖(九) 實驗用的指尖陀螺



圖(十) 市售商用樹脂(Halolink™ Resin)

(二)實驗方法與過程

1. 指尖陀螺在不同角度下的力學實驗

我們以指尖陀螺進行不同角度(0-90 度，指旋轉面與水平面之夾角)的轉動實驗，我們將指尖陀螺固定在量測平台上以進行不同角度的轉動實驗。首先將指尖陀螺以相同的初速開始旋轉，我們以 10 度為測量間隔，進行 0-90 度的轉動實驗，並以 Photogate 量測轉動週期對時間，轉動頻率對時間的關係。接著，我們藉由 LabQuest Mini 來蒐集數據並連接電腦，再由 LoggerPro 程式輸出數據並由繪圖軟體作圖並分析。

2. 製作樹脂樣本以進行離心實驗

為了用指尖陀螺進行離心分離實驗，我們製作 Halolink™ Resin 樹脂樣本來代替血液樣本進行實驗。我們先將聚乙烯管剪成 5 公分的長度，接著再從 Halolink™ Resin 用 200 μ L 微量滴管注入 50 μ L 混合均勻的樹脂。注入樹脂後，我們再用熱熔膠槍將管子的兩端封住，目的在於避免樹脂滴出影響實驗結果，重複此製程後完成樹脂樣本製作。

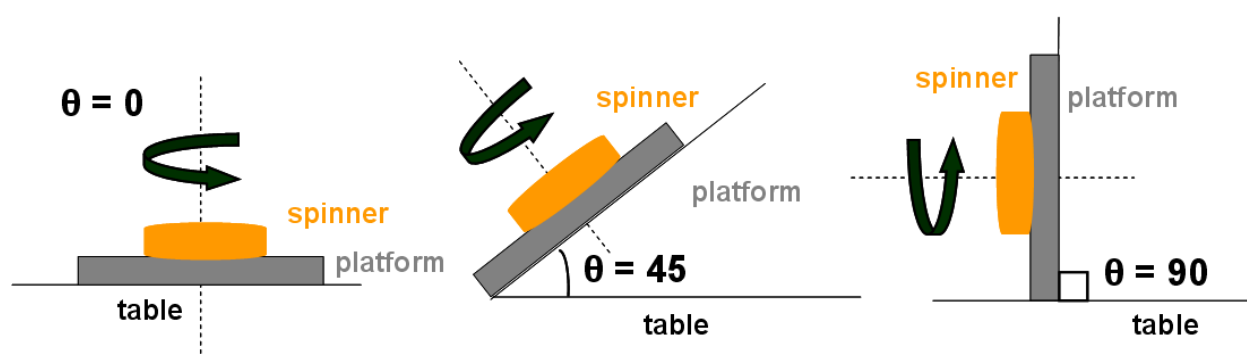
3. 不同轉動角度下的樹脂離心分離實驗

我們將製備完成的樹脂樣本固定在指尖陀螺上，以相同初速轉動，並設定轉動時間皆為 150 秒，進行不同角度(0-90 度)的分離轉動實驗。因為離心力的關係，樹脂會沉到聚乙烯管的一端。實驗完畢之後，我們紀錄每個樹脂樣本的長度，長度越小代表離心效果越佳。並將不同實驗條件下的樹脂長度對轉動角度關係作圖並分析其實驗結果所代表的意義。

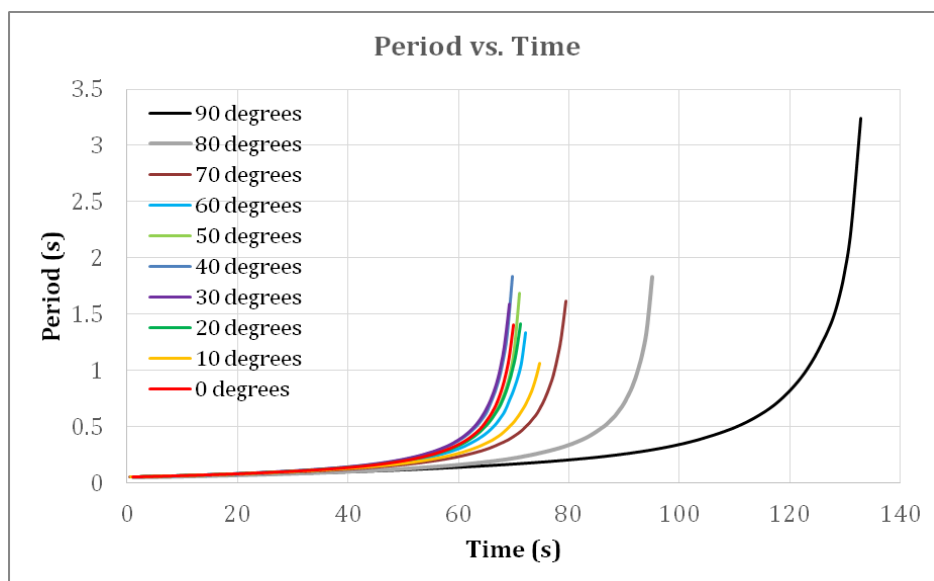
參、研究結果與討論

(一)指尖陀螺在不同轉動角度下實驗結果之探討

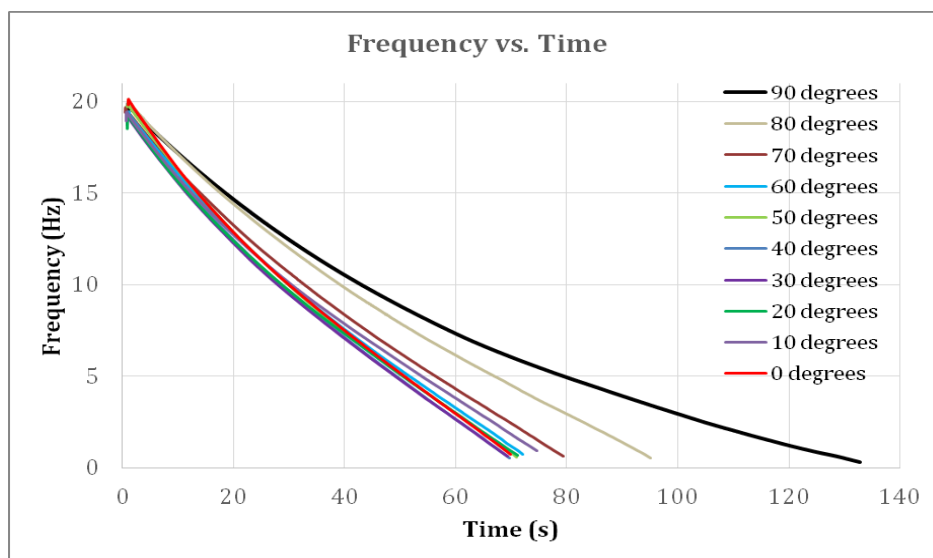
我們以指尖陀螺進行不同角度的轉動實驗，首先將指尖陀螺固定在量測平台上以不同角度旋轉，這裡的轉動角度定義為指尖陀螺與水平面(桌面)的夾角。因此 0 度即為將量測平台放置在桌面上進行量測，45 度為量測平台與桌面呈現 45 度，90 度為量測平台與桌面垂直。量測系統的不同轉動角度(0 度、45 度、90 度)側視圖如下圖(十一)所示。



我們分別進行 0-90 度的轉動實驗，將陀螺以相同初速轉動，以光學感應閘 Photogate 量測轉動週期 (period, 亦即完成轉動所需要的時間) 對時間，與頻率對時間的關係。接著用 LabQuest Mini 蒐集數據並連接電腦，再由 LoggerPro 程式輸出作圖並分析，圖(十二)以及圖(十三)為所有不同角度下的轉動實驗結果。從圖中我們可以看出，不同角度的轉動呈現不同的轉動時間以及曲線，由曲線可清楚看出，當角度小於 60 度時，整體轉動時間的變化並不明顯，大約在 65-74 秒左右，而當轉動角度為 90 度時，陀螺明顯有最長的轉動時間，可達 132 秒。為了驗證此一現象的正確性，我們進行多次實驗來驗證。而重複實驗的結果顯示，在我們進行的所有不同角度下的轉動實驗中(每次均進行 0-90 度的轉動實驗，約 15 次)，其轉動過程曲線趨勢都相同，即轉動角度小於 60 度時變化不明顯，而轉動角度為 90 度時，陀螺都有最長轉動時間。為了更清楚觀察轉動角度與時間的關係，我們把所有實驗量測到的數據取平均並以 error bar 表示其量測偏差，將轉動時間對不同角度作圖，結果如圖(十四)所示，紅色虛線為擬合趨勢線。

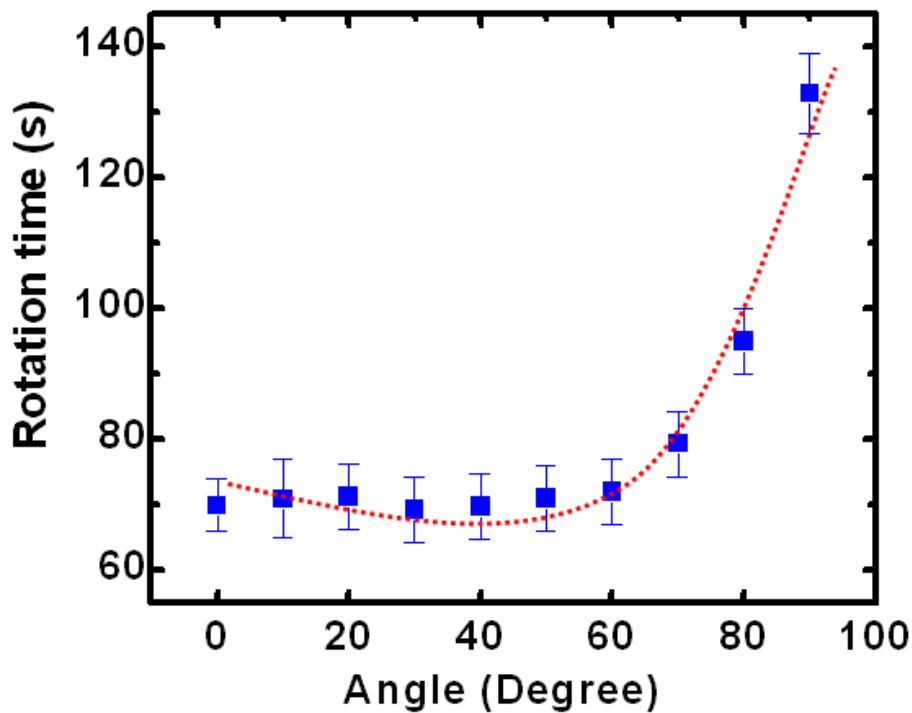


圖(十二) 指尖陀螺在不同角度下轉動週期對時間的實驗結果



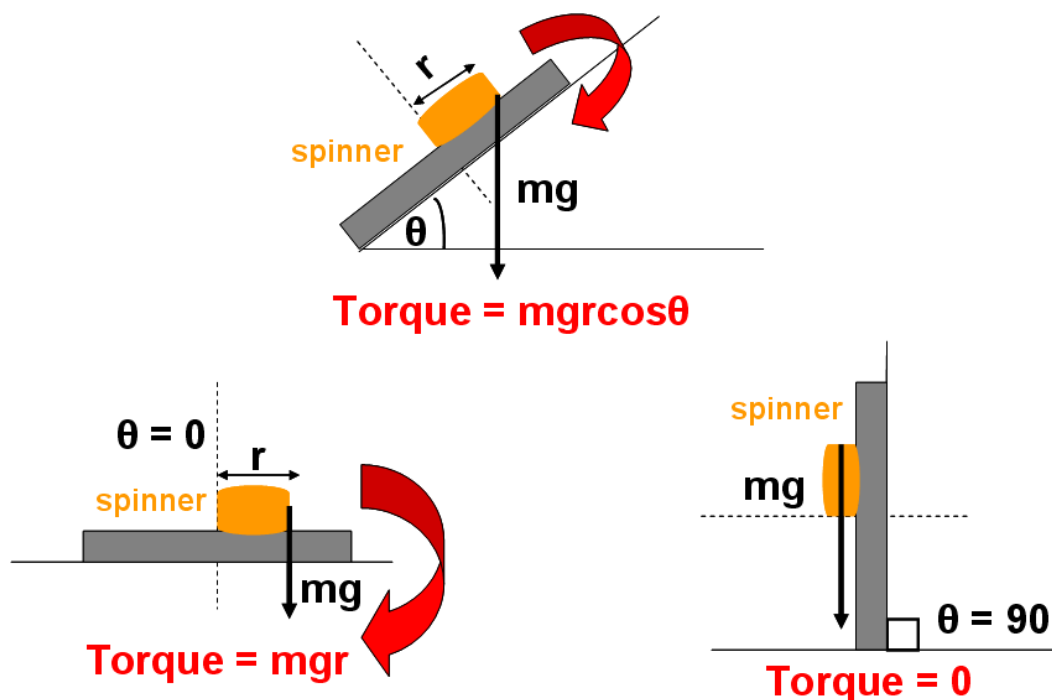
圖(十三) 指尖陀螺在不同角度下轉動頻率對時間的實驗結果

從圖(十四)我們可以清楚觀察到，當轉動角度小於 60 度時，整體轉動時間跟角度沒有呈現一個明顯的對應關係，轉動時間大約都在 70 ± 5 (秒)左右。但是當角度大於 60 度時，隨著角度越大，整體轉動的時間就越長，每次實驗 90 度都有最長的轉動時間。而根據相關文獻指出，陀螺的轉動時間跟轉動過程受的阻力有關，指尖陀螺的質量越大會造成越大的阻力 [5]，阻力以及所造成的力矩會縮短轉動時間。然而我們的轉動實驗是使用同一個指尖陀螺來進行量測，因此轉動時間不同並不是由於質量不同造成的阻力不同所致，我們推測整體轉動時間不同是由於轉動角度所造成。當角度小於 60 度時，陀螺轉動時所受的阻力較大，影響轉動時間較多，因此轉動時間較短。70 度以上受阻力影響開始變小，90 度時受阻力影響最小，因此有最長的轉動時間。為了解釋這個現象，我們提出一個力學模型來解釋。



圖(十四) 在不同轉動角度下量測到的指尖陀螺轉動時間

圖(十五)是我們用來解釋不同轉動角度下的轉動力矩示意圖。我們把指尖陀螺的其中一個部分當成質量 mg 的物體，陀螺的半徑設為 r ，則重力(阻力)會造成一個順時針方向的力矩(相對平面而言)，因而造成轉動過程中轉速逐漸變低，因此降低轉動時間。由圖可知，當轉動角度為 θ 時，力矩應為 $mgr\cos\theta$ 。因此當角度越大時，所受的阻力矩應該越小，當 $\theta = 90$ 度時，力矩等於零(或者可解釋為力量通過中心點，因此力矩為零)，因此受到的阻力最小，造成 90 度時轉動時間越長。但轉動角度從 0 度增加到 60 度時，理論上阻力(矩)也會隨角度增加而減少，但轉動時間卻沒有明顯的變化，還需要進一步的實驗分析。



圖(十五) 不同轉動角度下的重力(阻力)力矩示意圖

由上述的實驗結果我們得知，當指尖陀螺的轉動角度越大時，會造成阻力越小進而增加轉動時間。因此接下來我們試圖分析在轉動的過程中，阻力跟轉速以及時間的關係。我們先由轉動方程式出發，當指尖陀螺在旋轉時，阻力造成的力矩方程式如下所示：

$$f(\omega)r = I\alpha \dots\dots\dots(1)$$

其中， f 為阻力， ω 為轉速， I 為轉動慣量， α 為角加速度。角加速度可表為 $\alpha = d\omega/dt$ ，因此上式可寫為

$$f(\omega)r = I d\omega/dt \text{ 經由移項可得 } f(\omega)dt = I/r d\omega$$

其中， I/r 是定值，我們設為 a ，再將兩邊積分可得 $\int_0^t f(\omega)dt = \int_{\omega_0}^{\omega} a d\omega$

我們假設阻力跟轉速的關係為零次、一次及兩次。分別推導公式如下：

1.若轉動時阻力跟轉速的關係為零次相關，即 $f(\omega) = c$

$$\int_0^t c dt = \int_{\omega_0}^{\omega} a d\omega \longrightarrow \omega(t) = \frac{c}{a}t + \omega_0 \dots\dots\dots(2)$$

這表示轉速會和時間呈現線性的關係

2.若轉動時阻力跟轉速的關係為一次相關，即 $f(\omega) = c\omega$

$$\int_0^t c\omega dt = \int_{\omega_0}^{\omega} a d\omega \longrightarrow \omega(t) = \omega_0 e^{\frac{c}{a}t} \dots\dots\dots(3)$$

這表示轉速會和時間呈現指數的關係

3.若轉動時阻力跟轉速的關係為二次相關，即 $f(\omega) = c\omega^2$

$$\int_0^t c\omega^2 dt = \int_{\omega_0}^{\omega} a d\omega \longrightarrow 1/\omega(t) = 1/\omega_0 - \frac{c}{a}t \dots\dots\dots(4)$$

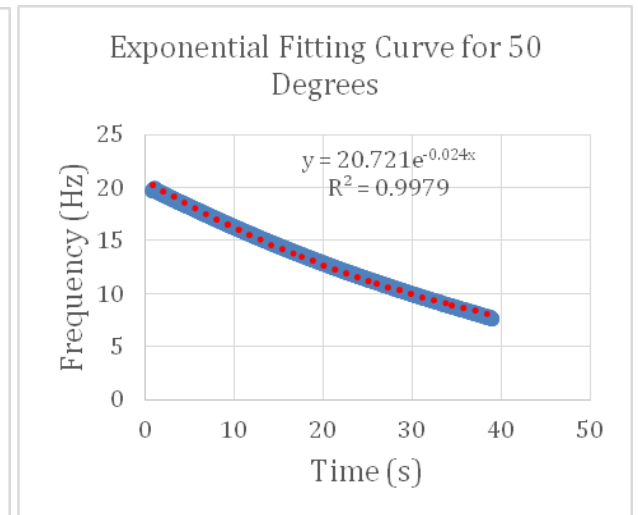
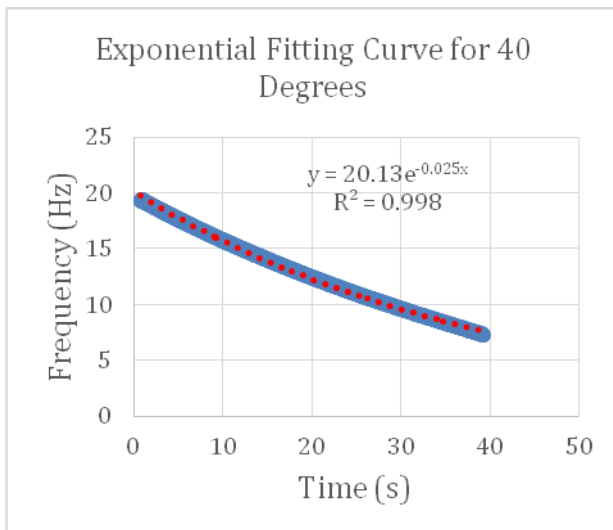
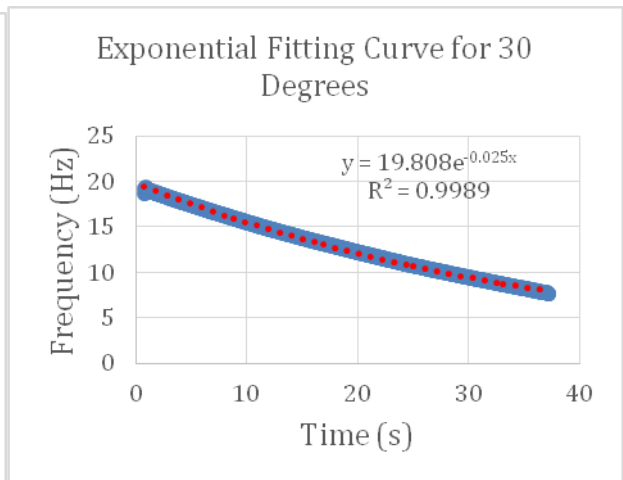
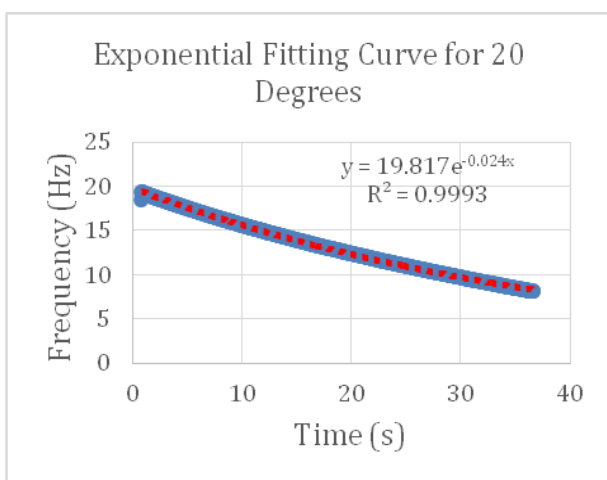
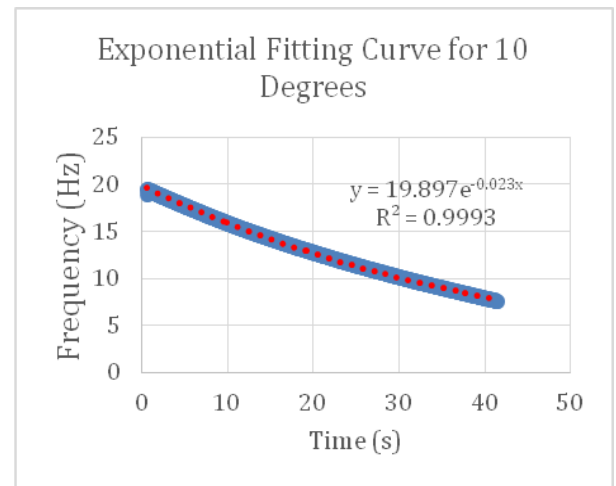
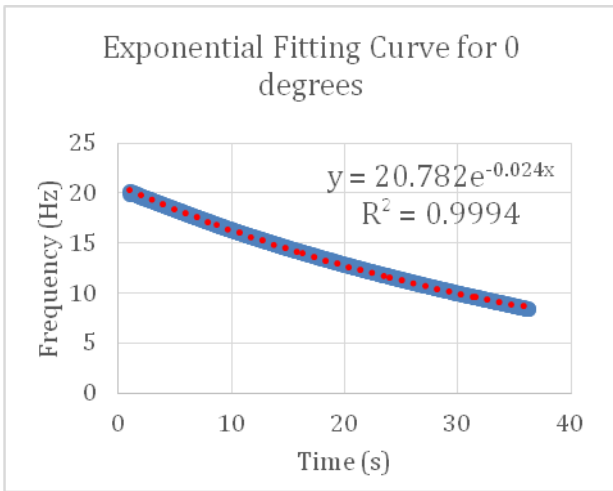
這表示轉速倒數會和時間呈現一個非線性的關係

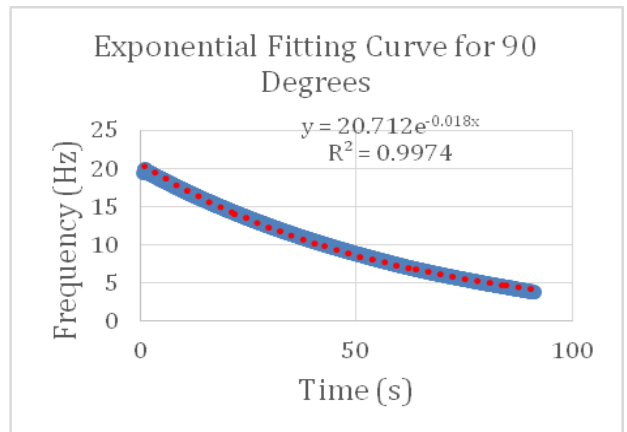
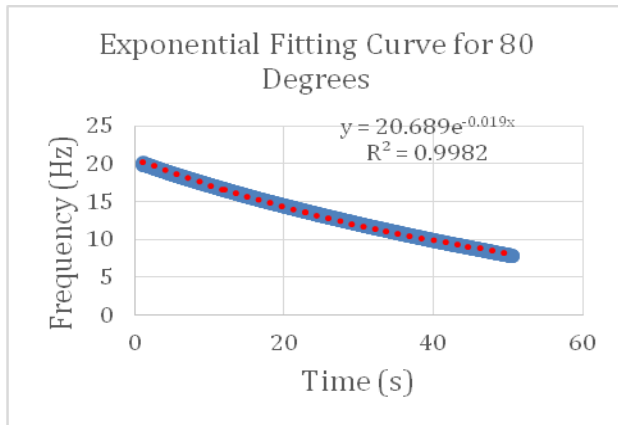
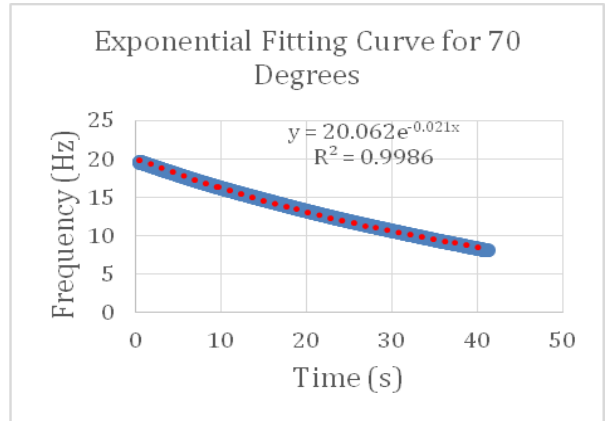
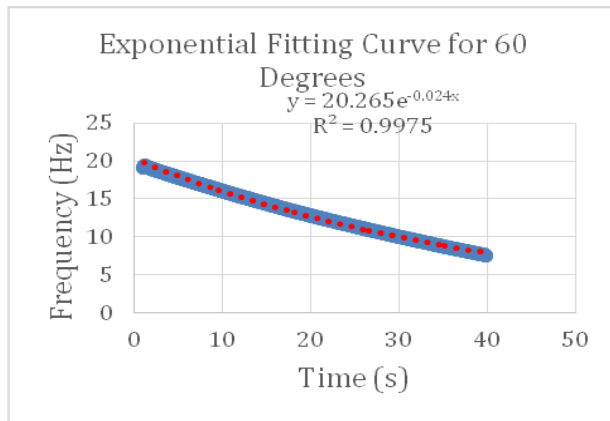
當我們觀察轉動頻率對時間的曲線，我們發現陀螺的轉動過程可以分成兩個部分，我們分別定義為高轉速區與低轉速區。前半部份高轉速區其轉動頻率隨時間呈現指數遞減關係，而後半部份的低轉速區其轉動頻率隨時間呈現線性關係。根據前面理論推導，這表示在高轉速區時，阻力跟轉速的關係為一次相關;在低轉速區時，阻力跟轉速的關係為零次相關。因此我們將曲線分成兩個部分做擬合，由於 $\omega = 2\pi / T = 2\pi F$ ，因此 ω 跟轉動頻率 F 是 2π 倍數關係，所以我們可直接將轉動頻率曲線作擬合，只有常數部分有改變。

以下是我們修正後實際使用的擬合公式：

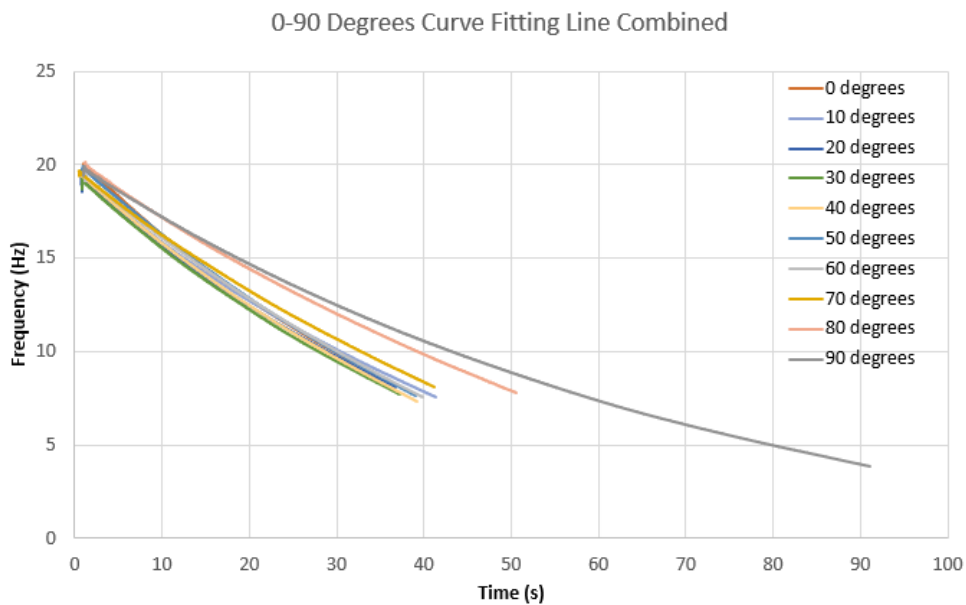
$$\text{高轉速區時： } F(t) = F_0 e^{\frac{c}{a}t} \qquad \text{低轉速區時： } F(t) = \frac{2\pi c}{a}t + F_0$$

圖(十六)是轉動角度為 0-90 度時，高轉速區(曲線區)的曲線擬合結果，我們使用前述高轉速區的公式來作 fitting。藍色的曲線是原始曲線而紅色的曲線是擬合趨勢線。我們可以觀察到曲線都具有良好的擬合結果(R 平方值>0.995)，這表示在高速區時，轉動頻率隨時間呈指數遞減。我們分別記錄擬合的方程式於圖表上，以便後續分析。而圖(十七)是轉動角度為 0-90 度時，所有高轉速區(曲線區)擬合曲線的比較圖。我們除了發現曲線有相同趨勢(指數遞減)之外，有趣的是，90 度的高轉速區時間明顯比其他角度的高轉速區時間都長，這部份的原因及解釋我們將在後面作綜合分析。



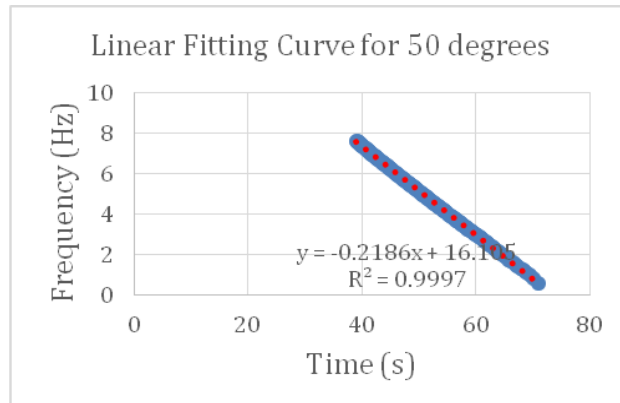
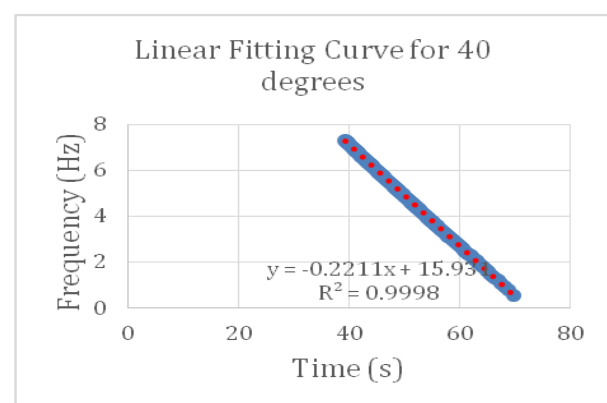
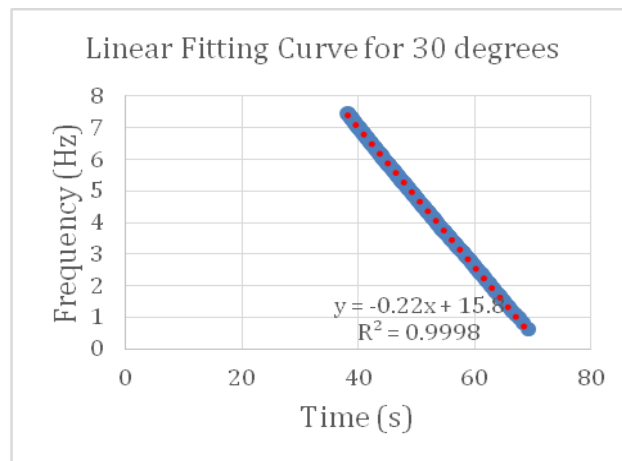
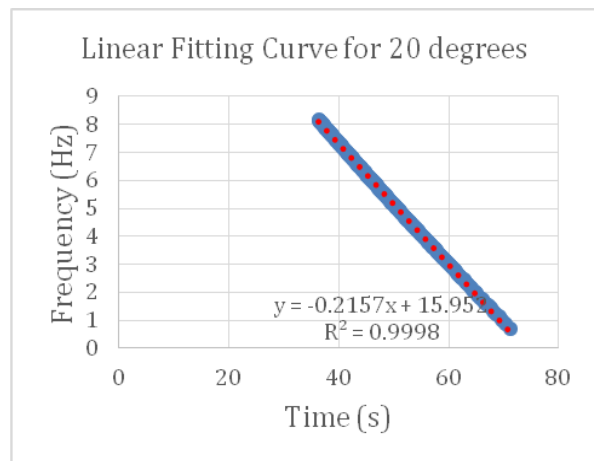
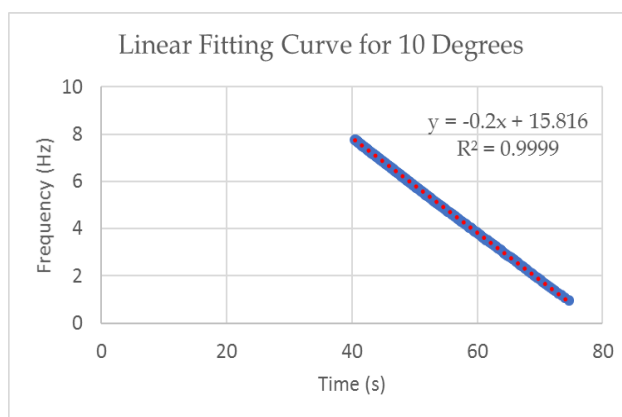
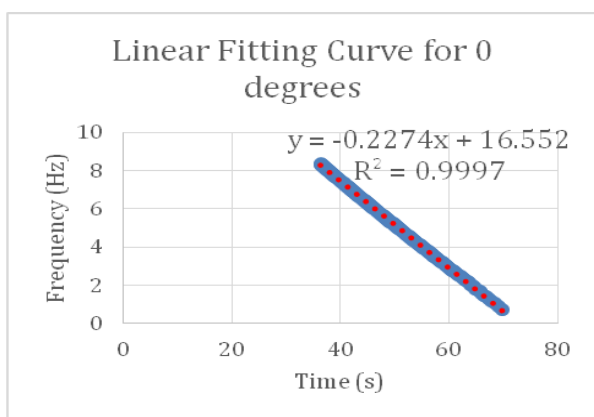


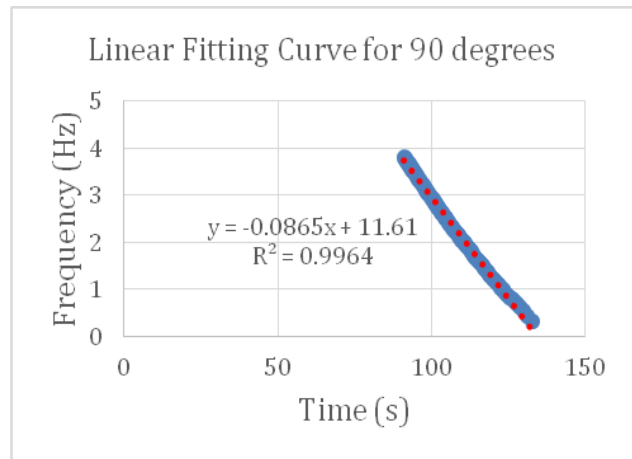
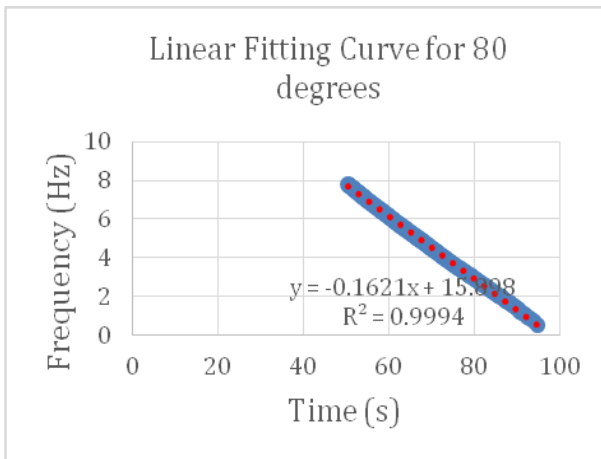
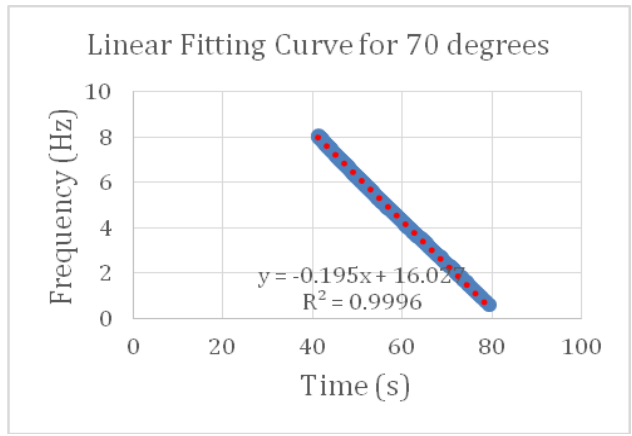
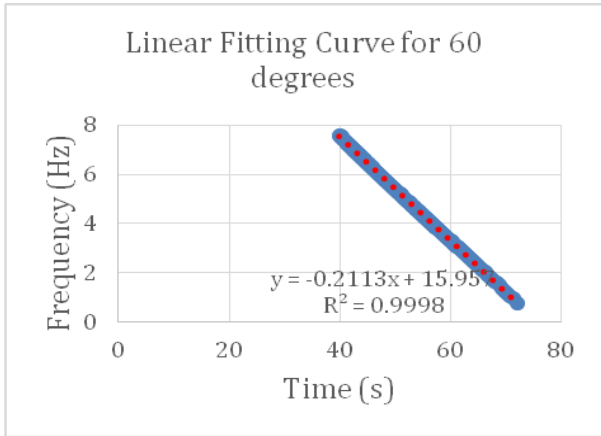
圖(十六) 指尖陀螺在不同轉動角度下個別高速區曲線擬合結果



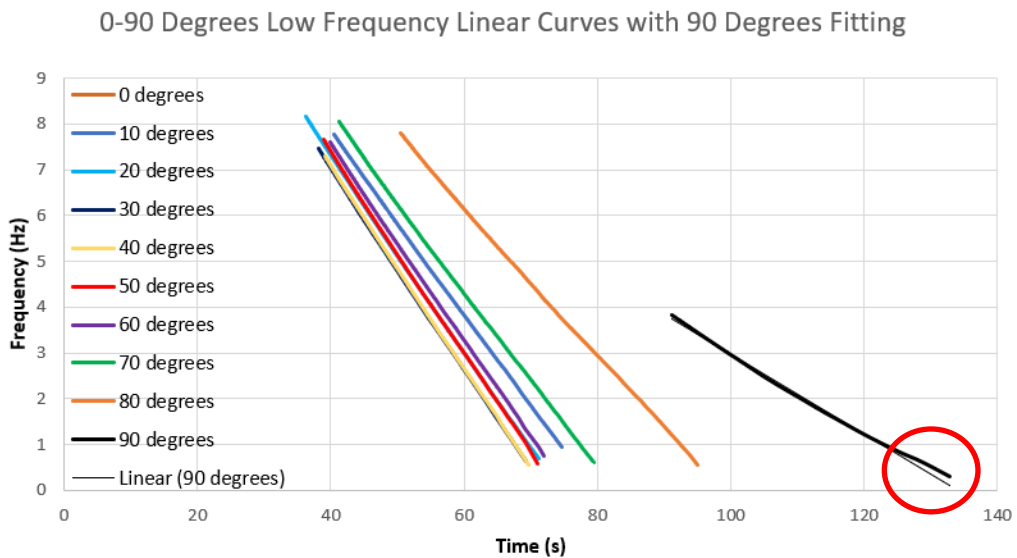
圖(十七) 指尖陀螺在不同轉動角度下全部高速區曲線擬合結果

圖(十八)是轉動角度為 0-90 度時，低轉速區(線性區)的個別曲線擬合結果，圖(十九)是轉動角度為 0-90 度時，所有低轉速區(線性區)擬合曲線的比較圖。我們使用前述高轉速區的公式來做 fitting。藍色的曲線是原始曲線而紅色的曲線是擬合趨勢線。我們可以觀察到曲線都具有良好的擬合結果(R 平方值>0.995)，這表示在低速區時，轉動頻率隨時間呈線性遞減。我們分別記錄擬合的方程式於圖表上，以便後續分析。我們除了發現曲線有相同趨勢(呈線性)之外，可以發現轉動角度在 90 度時，曲線的擬合結果相較其他角度擬合結果較差，其他的曲線 R 平方值>0.999，幾乎是完全線性。而 90 度時的 R 平方值為 0.995，也比較趨近高轉速區的特性，這也表示 90 度時受阻力的影響較少，因此整體曲線都比較接近高轉速區行為，因此有較高的整體轉動時間，這也與前面的轉動時間實驗結果相符合。

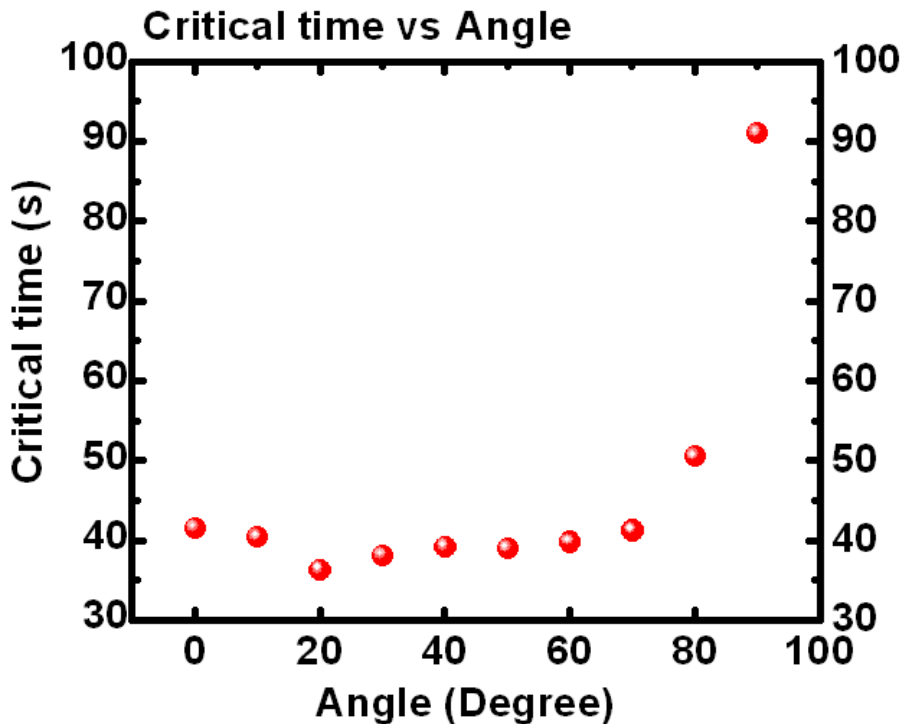




圖(十八) 指尖陀螺在不同轉動角度下個別低速區曲線擬合結果



圖(十九) 指尖陀螺在不同轉動角度下個別低速區曲線擬合結果



圖(二十) 不同轉動角度下的臨界時間(critical time)作圖結果

以下我們進一步分析這些擬合方程式的參數所代表的物理意義。首先我們先以臨界時間 (critical time) 對其轉動角度作圖，由前面的實驗結果我們已經得知：每次的轉動過程都可分為高轉速區以及低轉速區，這裡我們定義臨界時間為高轉速區(曲線區)跟低轉速區(線性區)的交界點，所以臨界時間實際上也可以看成是每個轉動實驗處在高轉速區的時間。圖(二十)為臨界時間對不同轉動角度作圖結果，我們可以看到所有轉動角度的臨界時間都在 36-51 秒之間，而 90 度的臨界時間卻可長達 91 秒，也表示 90 度時陀螺處在高轉速區的時間最久。這也表示在當 90 度時，轉動過程受阻力的影響的確較少，因此轉動時會有最長的轉動時間，這也與前面的不同角度下的轉動時間實驗結果相符合。

接著我們進一步分析高轉速區以及低轉速區這些擬合方程式的參數所代表物理意義。我們已經得知在高轉速區時，其轉動頻率隨時間成指數遞減。 $F(t) = F_0 e^{kt}$ 。我們由擬合方程式可以得到指數項的 k 值，如表(一)所示。再將這些由擬合方程式所得到的 k 值對其轉動角度作圖，結果如圖(二十一)所示。以數學上的意義來說，此一指數函數的 k 值通常表示曲線隨時間增加($k > 0$)或是衰減($k < 0$)的程度。這裡因為頻率曲線為遞減，所以得到的 k 為負值，因此數值越大表示在高速區時轉速衰減的程度越慢。而從圖中我們發現 90 度時有最大的 k

值，表示曲線衰減速度最慢，因此具有較長的轉動時間，這也與前面不同角度下轉動時間的實驗結果相符合。

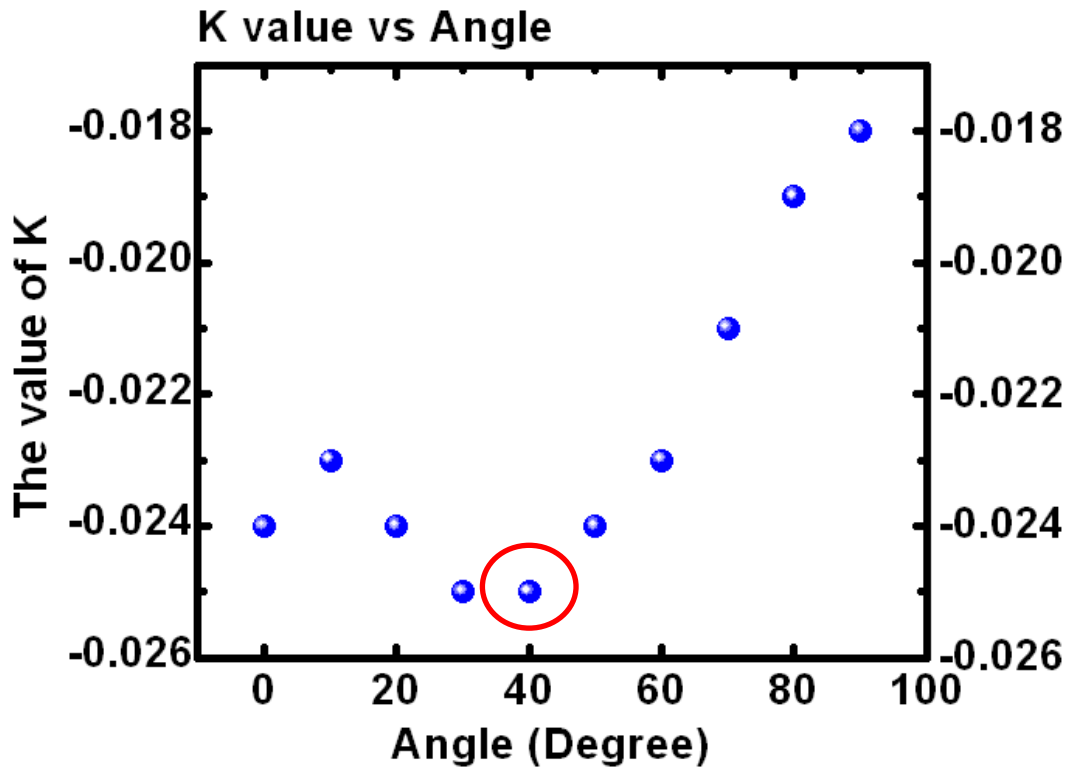
接著我們進一步分析低轉速區擬合方程式的參數所代表的物理意義，我們已經得知在低轉速區時，其轉動頻率隨時間成線性遞減，即 $F(t) = F_0 + mt$ 。因此我們可由擬合直線方程式得到方程式的斜率(slope)，如表(二)所示。再將 slope 對其轉動角度作圖，結果如圖(二十二)所示。由於斜率表示此一直線減少的程度，因此若數值越大，則表示衰減的程度越慢。而從圖中我們發現 90 度時有最大的斜率(最小的絕對值)，表示這條的直線減少速度最慢，因此具有最長的轉動時間，這也可以解釋前面不同角度下轉動時間實驗結果。而在這些分析結果當中，比較值得注意的是：雖然高轉速區跟低轉速區呈現不一樣的力學模型，曲線趨勢也不一樣，但是我們可以從指數衰減方程式以及直線方程式分別提取 k 值跟 slope 這兩個參數，並由這些參數數值的大小及所代表的意義來驗證前面我們得到的結論：轉動角度為 90 度時轉動過程阻力最小，因此轉動時間最長。因此之後若要進行與指尖陀螺相關的離心實驗或轉動實驗，也可考慮使用這些力學模型跟擬合方程式來分析轉動過程各種力學參數對角度或是阻力的關係。另外一點有趣的是，從 k 值跟 slope 對角度的作圖中，這兩個參數雖然分別代表高轉速區跟低轉速區的曲線衰減變化。但是我們發現兩者隨角度變化的趨勢卻非常類似，幾乎都是在 40 度時有最小值，但是超過了 40 度之後數值會明顯上升，表示這兩個參數之間應該有還有其他物理上的關聯性，這部份可能還需要進一步的理論或實驗分析才能說明。

Angle	Fitting Equation	Derived K
0	$F=20.782e^{-0.024t}$	-0.024
10	$F=19.897e^{-0.023t}$	-0.023
20	$F=19.817e^{-0.024t}$	-0.024
30	$F=19.808e^{-0.025t}$	-0.025
40	$F=20.130e^{-0.025t}$	-0.025
50	$F=20.721e^{-0.024t}$	-0.024
60	$F=20.265e^{-0.023t}$	-0.023
70	$F=20.062e^{-0.021t}$	-0.021
80	$F=20.689e^{-0.019t}$	-0.019
90	$F=20.712e^{-0.018t}$	-0.018

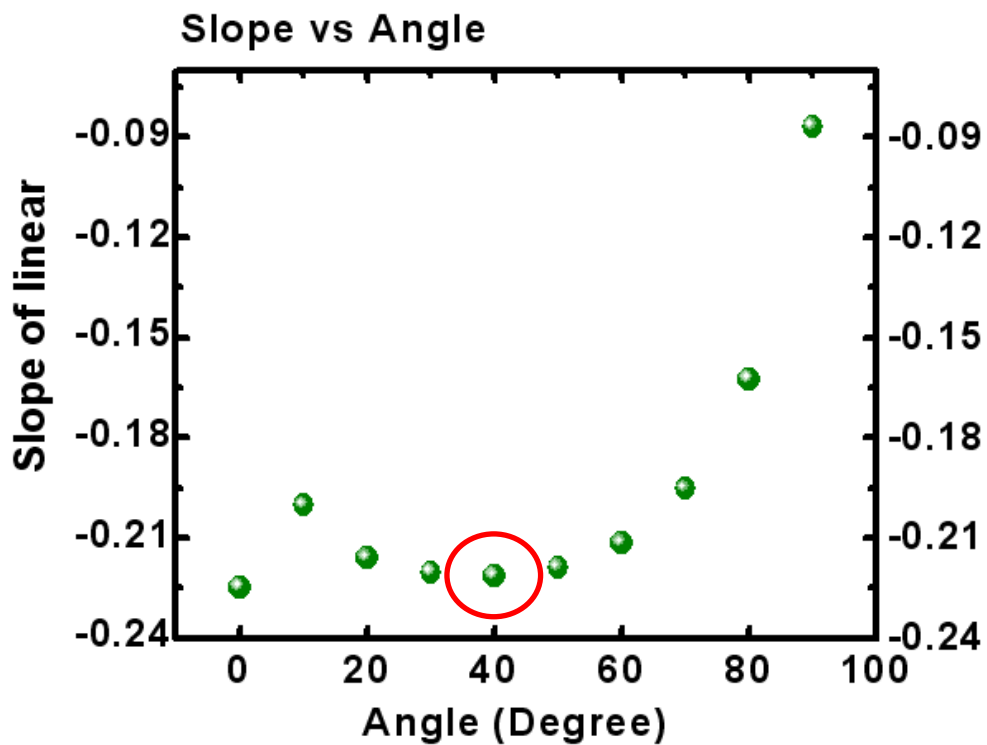
Angle	Fitting Equation	Derived m
0	$F= -0.2245t +16.552$	-0.2245
10	$F= -0.2t +15.816$	-0.2
20	$F= -0.2157t +15.952$	-0.2157
30	$F= -0.22t +15.8$	-0.22
40	$F= -0.2211t +15.93$	-0.2211
50	$F= -0.2186t +16.105$	-0.2186
60	$F= -0.2113t +15.95$	-0.2113
70	$F= -0.195t +16.02$	-0.195
80	$F= -0.1621t +15.898$	-0.1621
90	$F= -0.0865t +11.61$	-0.0865

表(一) 高轉速區時所有擬合方程式及 K 值

表(二) 低轉速區時所有擬合方程式及 slope 值



圖(二十一) 高轉速區方程式分析：不同轉動角度下的 k 值作圖結果



圖(二十二) 低轉速區方程式分析：不同轉動角度下的 slope 作圖結果

(二) 離心機的原理種類與指尖陀螺關係之探討

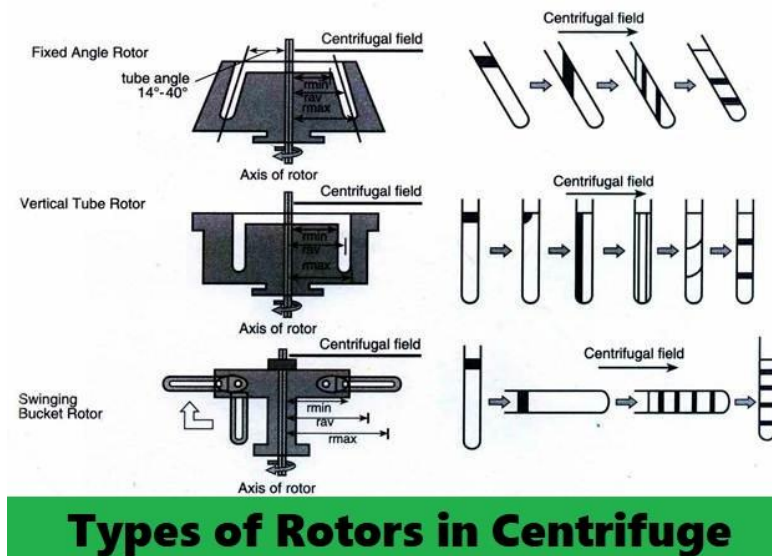
離心機是一種工業上或是醫學上相當常見的機械設備裝置，一般的離心機用來分離物質，是靠轉動產生向心力(離心力)來分離物質。向心力(離心力)會加快液體中顆粒的沉降速度，把樣品中不同沉降係數或是質量密度的物質分離[6]。離心力的大小，與轉動速度、旋轉半徑以及物質的質量都有關係。而一般實驗室常用的離心機，則是用來分離細胞、血液或是其他混合物。以分離細胞來說，可分離細胞內胞器如粒線體、微粒體、溶酶體等，或各種蛋白質及核酸之分離[6]。以分離血液來說，則是把紅血球與血漿分離。以混合物來說，則是把混合物的固體跟液體作分離。

表(三)是一般常見的離心機轉速分類以及可分離的物質大小。由表我們可知：越高的轉速能產生越高的向心力(離心力)，可能分離越小的物質;反之亦然。但是因為轉速是由轉子的規格或是馬達控制，因此我們嘗試探討以不同的設計來增加離心力或是轉速。

圖(二十三)為常見的三種離心機規格設計[7]。第一種為 **Fixed Angle Rotor**，將試管放置在固定角度來分離試管內的物質。第二種為 **Vertical Tube Rotor**，放置試管與轉軸平行來分離試管內的物質。第三種為 **Swinging Bucket Rotor**，此種離心機會隨著轉動而改變試管與轉軸的角度，當角度不同時迴轉半徑不同，可達到改變向心力的效果。而當試管與轉軸垂直時(即試管呈水平繞垂直軸旋轉)時，試管方向會平行向心力方向，表示試管內混合物所受的向心力(離心力)最大，所以當轉動角度為 90 度(試管呈水平繞垂直軸旋轉)時，應該會有最好的分離效果。因此 **Swing Bucket Rotor** 相較其他兩種離心機有較好的分離效果。因此，我們想測試若是轉動平面與轉軸垂直來進行分離，是否有較好的分離效果，而指尖陀螺就具有轉動平面與轉動軸垂直的特性，當指間陀螺平放在桌上，亦即轉動角度為 0 度時，其離心效果相當於 **Swing Bucket Rotor**。當我們以指尖陀螺來進行不同角度下的轉動實驗時，其離心效果是否有差異?而在第一部份的實驗我們已經得到結論：當指尖陀螺(轉動平面)與水平面夾角為 90 度時，會有最長的轉動時間，因此應該具有最高離心力。但是力學實驗只有就陀螺本身作測試，並無實際物質來測試。因此接下來我們將進行第二部分實驗，用指尖陀螺進行樹脂分離實驗，來驗證指尖陀螺力學實驗的結果，看是否可以實際應用在分離物質上。

低速離心機	轉速:4000~7000rpm 離心力:2220~9420xg	分離物大小:1~50 μ m EX:Microbial cell, hemocyte, cell 離心機種類: 小型離心機
高速離心機	轉速:15000~26000rpm 離心力:16100~801100xg	分離物大小:0.1~1 μ m EX:Mitochondria, Lysosome 離心機種類: 高速冷凍離心機, 高速微量離心機
超高速離心機	轉速:55000~150000rpm 離心力:393600~901000xg	分離物大小:0.002~0.1 μ m EX:DNA, RNA, Virus, Protein, Enzyme 離心機種類: 超高速冷凍離心機, 高速微量離心機

表(三) 常見的離心機分類以規格以及分離物的大小

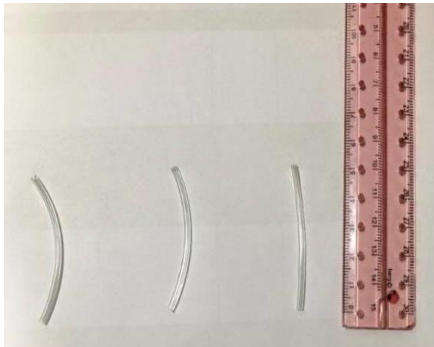


圖(二十三) 常見的三種不同規格離心機設計示意圖[7]，由 Swinging Bucket 圖可知當試管與轉軸垂直時(即試管呈水平繞垂直軸旋轉)時，相較其他兩種設計有較好的分離效果。

(三)以指尖陀螺在不同轉動角度下進行樹脂分離實驗之探討

1. 製作 Resin 樹脂樣本與離心分離實驗

我們首先製作樹脂樣本，如前面製程所示，我們每個角度製作三段五公分的聚乙烯管來進行實驗，如圖(二十四)所示。圖(二十五)為我們將商用樹脂取出放在試管中的照片，從照片可看出此時 Resin 尚未分離。之後我們將聚乙烯管固定在指尖陀螺上進行實驗，如圖(二十六)所示。樹脂樣本注入聚乙烯管並且用熱熔膠封管完成之後，我們一樣將三段樣本固定在指尖陀螺上，如圖(二十七)所示。



圖(二十四) 三段 5cm 的聚乙烯管



圖(二十五) 尚未分離的 Halolink™ Resin

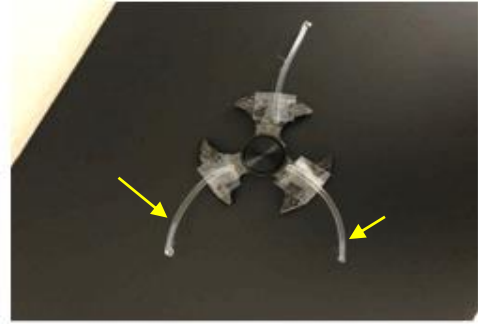
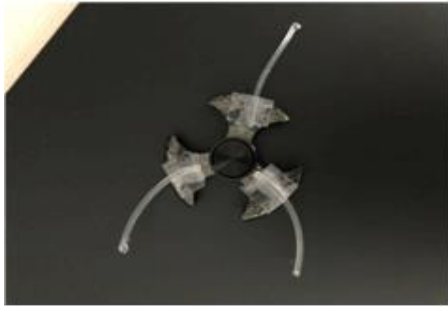


圖(二十六) 聚乙烯管固定在指尖陀螺示意圖



圖(二十七) 將樹脂樣本固定在指尖陀螺

首先我們先進行分離實驗測試，確認樹脂可以分離。我們將一組樣品平放在實驗桌上如圖(二十八)，然後進行旋轉離心實驗，圖(二十九)為分離實驗後的樹脂樣本。從圖(二十八)可看出此時 Resin 尚未分離，但經由離心分離之後我們可觀察到樹脂與上清液體可達成分離的效果(如箭頭所指)，因此接下來我們將使用 Halolink™ Resin 來進行不同角度下的離心分離實驗。



圖(二十八) 未經離心分離實驗前的樹脂樣品 圖(二十九) 經離心分離實驗後的樹脂樣品

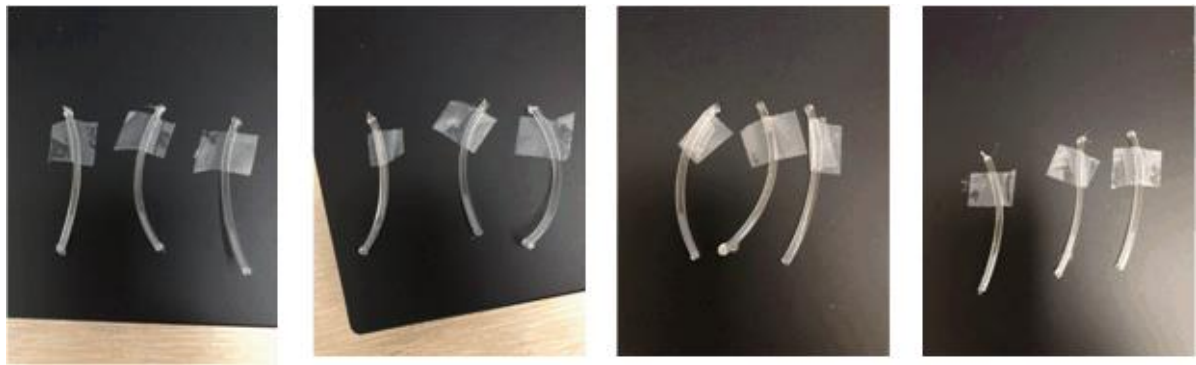
接著我們進行 0-90 度的樹脂樣本離心分離實驗，以相同初速轉動，並設定轉動時間皆為 150 秒，進行不同角度(0-90 度)的樹脂樣本離心實驗。分離實驗結果如下圖(三十)到圖(三十二)所示，分別表示 0-90 度的樹脂分離樣本。我們將分離後的 Resin 長度紀錄下來，如表(二)所示。我們將所有的實驗數據取平均數，再以 Resin 長度對不同角度作圖，並以 error bar 表示出所有取樣數據的分佈情形，以便後續討論及分析，不同 Resin 長度對角度作圖結果如圖(三十三)所示。



圖(三十) 樹脂樣本經離心分離實驗後結果，由左至右分別為轉動角度 0、10、20 度



圖(三十一) 樹脂樣本經離心分離實驗後結果，由左至右分別為轉動角度 30、40、50 度



圖(三十二) 樹脂樣本經離心分離實驗後結果，由左至右為轉動角度 60、70、80、90 度

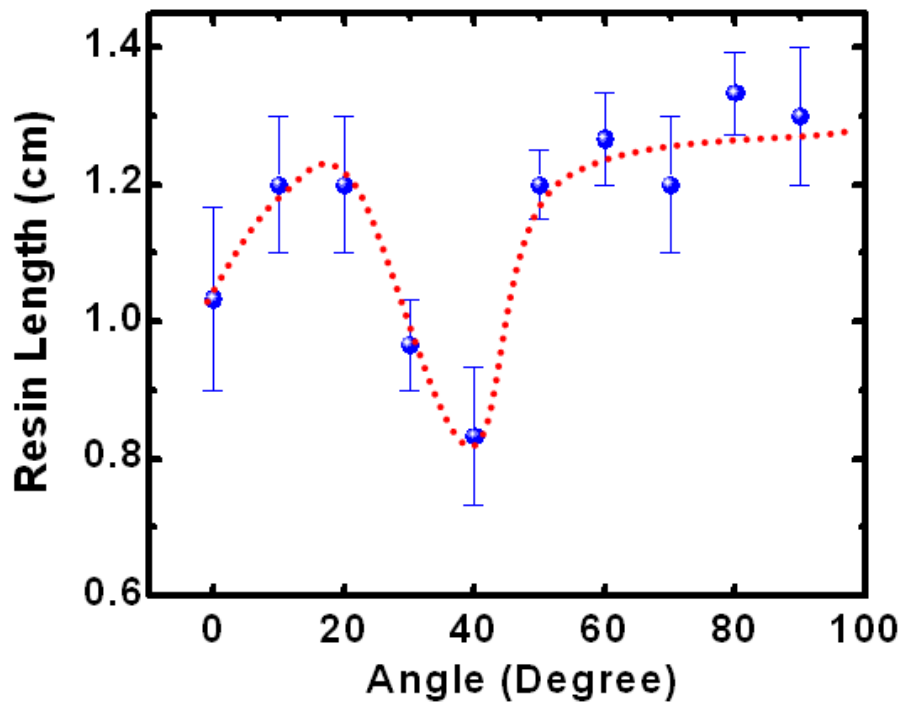
2. 樹脂樣本離心分離實驗結果討論

由表(四)及圖(三十三)所示，我們發現當轉動角度增加(0-40 度)的時候，分離效果越好 (Resin 的長度越短，液體的長度越長)，但是當角度超過 40 度時，分離效果反而變差。但是依照前面的轉動實驗我們得知，當角度越大時受阻力的影響變小，因此向心力(離心力)越大，造成較長的轉動時間。因此我們推論當轉動角度為 90 度時，應該會有最好的分離效果。然而不同角度下的樹脂離心分離實驗結果卻顯示，在 40 度反而有最好的分離效果。原因可能為角度變大時，樹脂樣品的重力方向會逐漸與轉動向心力方向平行(成 180 度)，因此影響離心分離的效果。圖中也顯示當轉動角度大於 50 度時，實驗數據跟小角度(0-20 度)的結果相似，此現象也可說明重力分量的確會對樣品在進行離心實驗時的分離效果產生很大影響。

實驗結果顯示樹脂分離實驗在 40 度的時候分離效果最好，我們可推測此時轉動角度的效應(角度越大，離心效果越好)跟重力分量(角度越大，離心效果越差)對向心力的影響剛好達到一個平衡，因此造成 40 度有最好的分離效果。我們也發現，由圖(二十一)與圖(二十二)可以看出，剛好在都在轉動角度為 40 度的時候，k value 跟 slope 都呈現一個臨界點或是反轉的趨勢。而一般數學或是物理曲線，在圖形上位於臨界點或是最大值(最小值)的點，通常表示該點處於平衡點的狀態。所以我們從圖(三十三)觀察到在 40 度時，轉動角度跟重力分量這兩者處於平衡狀態，所以有最好的分離效果，也可能跟這個擬合曲線的結果有關係。但若要分析轉動角度跟重力分量的耦合效應，可能還需要進一步的實驗與分析。

Angle (degree)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
Length (cm)	1.03	1.20	1.20	0.97	0.83	1.20	1.27	1.20	1.33	1.3
Error bar (cm)	0.13	0.10	0.10	0.07	0.10	0.05	0.07	0.10	0.06	0.1

表(四) 不同角度下的樹脂分離實驗結果整理

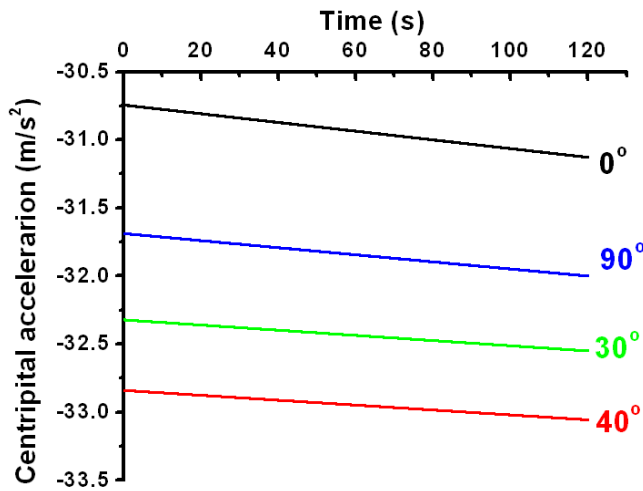


圖(三十三) 樹脂樣本經離心分離實驗後，將分離後的樹脂長度對角度作圖結果

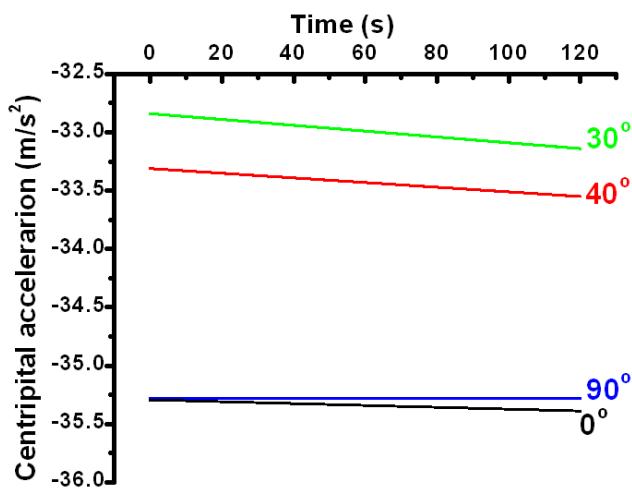
3. 指尖陀螺進行不同角度的向心加速度量測實驗結果討論

為了更進一步了解為什麼在旋轉角度為 40 度的時候會有最好的分離效果，我們進行不同角度下的向心加速度量測實驗，圖(三十四)為指尖陀螺在不同旋轉角度時的向心加速度對時間變化圖，圖(三十五)為指尖陀螺在進行樹脂分離實驗時，以不同角度旋轉時的向心加速度對時間變化圖。因為從前面實驗中我們發現，當樹脂旋轉角度在 30-40 的時候會有明顯的分離效果，而 0 度跟 90 度分別代表阻力影響轉動過程的最大與最小程度，因此我們選擇這四種旋轉角度來進行實驗並比較其實驗結果做分析。

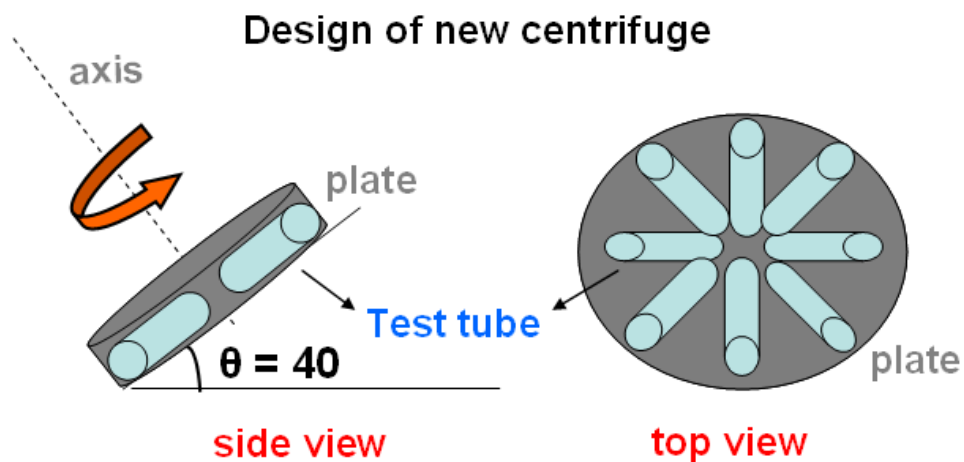
向心加速度量測實驗結果如圖(三十四)以及圖(三十五)所示，我們從圖表可以發現，當加上樹脂樣本進行分離實驗時，整體的向心加速度越小(越負)，這可以說明當陀螺整體質量越大時，會造成越大的阻力(矩)，因此整體向心加速度變小，也與我們之前的推測公式相符合。另外，我們從圖(三十四)及圖(三十五)中可以發現，而當轉動角度為 90 度時，無樹脂樣本的轉動實驗與有樹脂樣本的轉動實驗，向心加速度減少的變化率為 11.0% (取時間為 120 秒時量測值做計算)，表示在轉動角度 90 度時，樹脂分離效果的確受到重力分量影響，因此無法達到最佳的分離效果，與我們之前的推論符合。而當轉動角度為 0 度時，無樹脂樣本的轉動實驗與有樹脂樣本的轉動實驗，向心加速度減少的變化率為 13.4% (取時間為 120 秒時數值做計算)，也顯示分離過程會受到樣本的重量影響。而當轉動角度為 30 度時，向心加速度減少的變化率為 2.6%，轉動角度為 40 度時，向心加速度減少的變化率為 1.0%。這表示當加上樣本時，這兩個角度的轉動過程幾乎跟沒有加上樹脂樣本相同，這個結果跟我們之推論：轉動角度的效應(角度越大，離心效果越好)跟重力分量(角度越大，離心效果越差)對向心力的影響剛好達到一個平衡，因此向心加速度所受的變化最小，因此會造成在 40 度有最好的分離效果。我們也發現在旋轉角度在 0 度跟 90 度時，沒有加上樹脂樣本時，整體向心加速度量值跟曲線有明顯不同。但是加上樹脂樣本後，這兩者的曲線非常類似，都受到很大的阻力影響，這也可以說明為什麼 90 度跟 0 度時的分離效果都不佳的原因。



圖(三十四) 量測指尖陀螺(尚未放入樹脂)在不同角度旋轉時的向心加速度對時間變化圖



圖(三十五) 量測指尖陀螺在進行樹脂分離實驗時，不同角度旋轉下的向心加速度對時間變化圖



圖(三十四) 具有(1) 試管轉動與轉軸垂直 (2) 轉盤與水平面成 40 度特性之離心設備示意圖

肆、結論與應用

- (一) 在本研究中，我們成功地利用指尖陀螺來進行不同轉動角度(0度-90度)下的力學實驗以及樹脂分離實驗。根據實驗結果，我們提出新的概念來設計新型離心設備，以產生較高的向心力(離心力)。
- (二) 根據轉動時間對不同角度的實驗結果，我們發現當轉動角度小於 60 度時，陀螺轉動時間變化並不明顯，但當旋轉角度超過 60 度時，轉動時間會急遽增加。當旋轉角度為 90 度時，指尖陀螺有最長的轉動時間。原因可能為：角度越大的時候，阻力所產生的力矩越小，在 90 度時，阻力產生的力矩最小，因此轉動過程有較高的向心力，造成整體的轉動時間最長。
- (三) 經由實驗數據分析及理論推導，我們發現每個轉動角度的指尖陀螺轉動過程都可分為兩個區域：前半段為高轉速區(曲線區)，後半段為低轉速區(線性區)。高轉速區的轉動頻率與時間成指數衰減(exponential decay)，低轉速區的轉動頻率與時間成線性關係(linear)。造成指數衰減的原因為在高轉速區時，其阻力與轉動頻率(frequency)的關係為一次相關。造成線性衰減的原因為低轉速區時的阻力與轉動頻率的關係為零次相關(阻力與頻率為常數關係)，以上關係可由力學公式及積分推導而得。
- (四) 依照轉動實驗的結果，我們推論 90 度時，應該會有最好的分離效果。然而樹脂離心分離實驗結果顯示，當轉動角度增加(0-40度)的時候，分離效果越好(Resin 的長度越短)，但是超過 40 度時反而變差，所以 90 度時並未如預期呈現最好的分離效果。此一現象原因可能是當轉動角度變大時，Resin 的重力方向會逐漸與轉動向心力平行(成 180 度)，因此分離效果反而變差。而 40 度有最好的分離效果，可能是在這個角度時，轉動角度跟重力分量的耦合效應達到一個最佳的平衡點。
- (五) 從 Swinging Bucket 離心機的設計來看，當試管方向越接近向心力方向，表示混合物質所受的向心力(離心力)越大，所以當轉動角度為 90 度(即試管呈水平繞垂直軸旋轉)時，應該會有最好的分離效果。而將聚乙烯管固定在指尖陀螺上轉動，即具有試管與轉軸夾 90 度旋轉的性質。再者，樹脂分離實驗結果顯示，若能將試管的轉動面與水平面成 40 度，可具有最好的分離效果。因此若離心設備同時具有(1) 試管轉動與轉軸垂直 (2) 試管轉動盤與水平面成 40 度的特性，如圖(三十四)之示意圖所示，將欲進行分離的試管放置在轉盤與轉軸垂直，轉盤則與水平面成 40

度，則此一新型離心設備應可較傳統離心機有較高的離心力，達成更好的分離效果。

(六) 在本研究中，我們使用的轉動角度間隔為 10 度，未來我們將進行 5 度為間隔的實驗，希望可以得到更準確的最佳轉動角度。另外我們將實際改裝符合我們設計的離心機來進行分離實驗並藉由 photogate 量測其向心力(離心力)，並和 Fixed Angle、Vertical Tube 以及 Swinging Bucket 規格的離心機分離結果做比較，來驗證我們提出的想法。

伍、參考文獻

1. 趙珩宇(2017)。指尖陀螺的設計與製作。科學研習，JUN 2017 NO56-06，50-57。
2. 趙珩宇(2017)。自製熱門玩具陀螺。《MAKE》國際中文版，Vol.29，70-71。
3. Dinesh, and Kimberly. “5 Therapeutic Benefits of Fidget Spinners.” *Natural Beach Living*, 20 June 2017, www.naturalbeachliving.com/benefits-of-fidget-spinners/.
4. Schecter RA, Shah J, Fruitman K, Milanaik RL 2017 Oct; 29(5): 616-618.”Fidget spinners: Purported benefits, adverse effects and accepted alternatives.”
5. 楊明、黃昱鈞(2018)。探討指尖陀螺的質量與阻力關係
6. “離心機.” *Wikipedia*, Wikimedia Foundation, 22 Mar. 2019, zh.wikipedia.org/wiki/%E9%9B%A2%E5%BF%83%E6%A9%9F.
7. Budhathoki, Shailesh. “Rotors in Centrifuge.” *Online Notes on Microbiology*, 18 Oct. 2018, microbionotes.com/rotors-in-centrifuge/.

【評語】 160020

本作品以指尖陀螺運動來探討不同傾角下的離心現象，詳實探究，內容豐富，有實際應用的可能性。作者口頭報告非常通順有條理，是一件很好的作品，建議加深理論分析，了解所得結果的物理成因。