

中華民國第 62 屆中小學科學展覽會

作品說明書

國小組 數學科

080401

形單不影隻，紅藍展翅飛

學校名稱：臺中市私立華盛頓國民小學

作者： 小六 洪語彤 小六 陳以恩	指導老師： 鄭智先 李昕芬
-------------------------	---------------------

關鍵詞：顏色對調、數字排列

摘要

顏色對調並且數字按規律排列，除了分類顏色還要排列數字大小難度很高，我們想要發展出有規律的方法來解決問題，並將對調的方格數增加到 M 個。

移動的規則是每次只能移動相鄰的兩個方格，對調後再放入空格中，重複這個動作，直到所有同樣顏色的方格依數字從小到大排列(順向排列)或數字由大到小排列(逆向排列)。

研究內容分成兩部分，第一部分：個別對單色的方格加上數字，目標在遵守移動規則下，顏色分類而且數字按照順序排列。第二部分：雙色都加上數字，目標在遵守移動規則下，顏色分類而且數字按照順序排列。

壹、前言

一、研究動機：

在課堂上老師讓我們挑戰兩種棋類遊戲，一種是不同顏色的棋子交錯擺放，在每次移動兩個且對調後，將顏色分開。一種是同數字兩兩擺放，在每次移動兩個且對調後，將數字依順序分兩堆。嘗試過兩種遊戲後，我們想把這兩種條件合併在一起，也就是同顏色上的棋子有不同數字，規則相同之下，將顏色跟數字一起分開並排列數字順序。原本，大家以為很難完成這個任務，但經過無數次的交換總算成功，沒想到老師卻說這樣交換的方法缺乏次序性，希望能找出有規則的走法，我們便開始了這趟探究之旅。

二、研究目的：

- (一)單色方格加上數字排列，探討移動方式與步數關係，並找出有規律的過程。
- (二)雙色方格各自加上數字排列，探討數字順序對稱時的移動方式與步數關係，並找出有規律的過程。
- (三)統整單色與雙色的順逆向排列方法，找出其規律性並歸納成通用的公式。

貳、研究設備及器材

電腦、雙色磁鐵、棋盤、紀錄單、筆、小白板。

參、研究過程或方法

一、遊戲規則：

(一)棋盤擺放方式：

在一個有連續英文字母編號(從左而右)的直線上，如【圖 1】，放入藍色跟紅色的方格，從最左邊開始放起，一開始擺放的方格顏色是藍、紅、藍、紅、藍、紅，依序放在位置 A~F 上，顏色要交錯，最右邊多留兩個位置 G 跟 H。將紅色方格依排列順序編入 1、2、3。

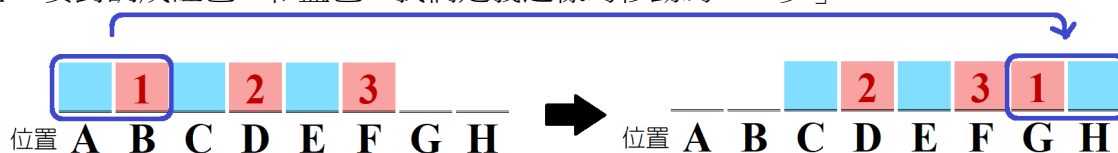


【圖 1】

將紅色方格依排列順序編入 1、2、3。

(二)移動方法：

接著，每次移動兩個方格，且要將方格的位置對調後再放入另外兩個位置上，例如：【圖 2】的第一次要移動 A 和 B 方格，原本位置 A 是藍色、位置 B 是紅色 1，移過去位置 G 和位置 H 要對調成紅色 1 和藍色；我們定義這樣的移動為「一步」。



【圖 2】

※**注意事項**：移動時，不可在原來位置上交換，一定要移動到另外兩個空的位置上。

(三)達成目標：

根據上述的移動方法進行，直到將紅色方格全部移至棋盤左邊，且數字需依序排列(順向或逆向)，位置 G 和位置 H 仍然為空位，而藍色全部移至棋盤右邊(除空位外)才算完成，如【圖 3】。



(四)記錄方式：

實驗過程中，當方格數量增加，步數也相對增加，為了簡化之後實驗的過程，我們將記錄方式用表格整理如下。

	圖示記錄方式										移動目的
位置	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
第0步	藍	紅1	藍	紅2	藍	紅3	藍	紅4	藍	藍	實驗開始。
第1步	藍	藍	藍	紅2	藍	紅3	藍	紅4	藍	紅1	紅1目標是位置A，先將(B, C)移動到(J, I)。
第2步	藍	藍	紅2	藍	藍	紅3	藍	紅4	藍	紅1	位置A有藍色，若要移動須和位置B配對，因此先將(D, E)→(C, B)。
第3步	藍	藍	紅2	藍	藍	紅3	藍	紅4	藍	紅1	空出(A, B)，將紅1放入位置A。
第4步	紅1	藍	紅2	藍	藍	紅3	藍	紅4	藍	藍	將紅1對調後，放到正確位置。
第5步	紅1	藍	藍	藍	藍	紅3	藍	紅4	藍	紅2	紅2目標是位置B，先將(C, D)移動到(J, I)。
第6步	紅1	藍	紅3	藍	藍	藍	藍	紅4	藍	紅2	位置B有藍色，若要移動須和位置C配對，因此先將(E, F)→(D, C)。
第7步	紅1	藍	藍	藍	紅3	藍	藍	紅4	藍	紅2	空出(B, C)，將紅2放入位置B。
第8步	紅1	紅2	藍	藍	紅3	藍	藍	紅4	藍	藍	將紅2對調後，放到正確位置。
第9步	紅1	紅2	藍	藍	藍	藍	藍	紅4	藍	紅3	紅3目標是位置C，先將(E, F)移動到(J, I)。
第10步	紅1	紅2	藍	藍	藍	藍	藍	紅4	藍	紅3	空出(C, D)，將紅3放入位置C。
第11步	紅1	紅2	紅3	藍	藍	藍	藍	紅4	藍	藍	將紅3對調後，放到正確位置。
第12步	紅1	紅2	紅3	藍	藍	藍	藍	紅4	藍	藍	紅4只要對調就能放入位置D，因此先將(D, E)空出來。
第13步	紅1	紅2	紅3	紅4	藍	藍	藍	藍	藍	藍	將紅4對調後，放到正確位置。
第14步	紅1	紅2	紅3	紅4	藍	藍	藍	藍	藍	藍	最後將藍色方格放入(I, J)，即可成功。

二、定義：

- (一)為記錄及敘述簡便清楚，紅色方格記錄成「紅」，紅色方格加上數字 1 記錄成「紅 1」；以此類推，藍色方格記錄成「藍」，藍色方格加上數字 1 記錄成「藍 1」。
- (二)實驗結果當數字順序為 1、2、3、…由小到大排列時，我們定義為「順向」；當數字順序為…、3、2、1由大到小排列時，定義為「逆向」。

- (三)進行實驗時，我們使用「總方格數 M」來分類，舉例來說，當紅色方格 4 個、藍色方格 4 個，總方格數為 8 個，歸類在偶數種類；當紅色方格 4 個、藍色方格 5 個，總方格數為 9 個，歸類在奇數種類中。
- (四)為了減少實驗過程中會影響的變因，棋盤開始的順序固定為藍、紅、藍、紅、藍、紅、...，而實驗結果均將顏色順序互換，所以紅色在左邊，藍色接在紅色右邊，而空格依舊放在最右邊，以 M=9 舉例如下圖。



(五)暫存區：因為空格在實驗開始和結束都固定在最右邊，所以我們又定義為暫存區。

三、研究歷程與方法：



活動一：紅色或藍色方格加上數字，結果為順向排列，探討移動方式與步數關係，並找出有規律的過程。

- (一)紅色方格數字結果為順向排列(1、2、3、...)的方法
- (二)藍色方格數字結果為順向排列(1、2、3、...)的方法
- (三)統整雙色順向排列方法，找出其規律性並歸納成通用的公式

活動二：紅色或藍色方格加上數字，結果為逆向排列，探討移動方式與步數關係，並找出有規律的過程。

- (一)紅色方格數字結果為逆向排列(...、3、2、1)的方法
- (二)藍色方格數字結果為逆向排列(...、3、2、1)的方法
- (三)統整雙色逆向排列方法，找出其規律性並歸納成通用的公式

活動三：紅色與藍色方格各自加上數字排列，探討數字順序對稱時的移動方式與步數關係，並找出有規律的過程。

- (一)紅色方格數字結果為逆向排列，藍色方格數字結果為順向排列的方法
- (二)紅色方格數字結果為順向排列，藍色方格數字結果為逆向排列的方法
- (三)統整雙色順逆向對稱排列的方法，找出其規律性並歸納成通用的公式

肆、研究結果

活動一實驗結果

經過嘗試，發現當數字排列方向順序不同，移動方式也有所不同，所以我們決定將顏色和數字順序分開討論。

一、紅色或藍色方格加上數字，結果為順向排列，探討移動方式與步數關係，並找出有規律的過程。

(一)紅色方格數字結果為順向排列的方法

1.總方格數為偶數時：

(1)總方格數為 8 和 10，歸位方式如下表。

總方格數 M=8											總方格數 M=10											
位置	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
第0步		1		2		3		4				1		2		3		4		5		
第1步				2		3		4		1				2		3		4		5		1
第2步			2			3		4		1			2			3		4		5		1
第3步			2			3		4		1			2			3		4		5		1
第4步	1		2			3		4			1		2			3		4		5		
第5步	1					3		4		2	1					3		4		5		2
第6步	1		3					4		2	1		3					4		5		2
第7步	1				3			4		2	1				3			4		5		2
第8步	1	2			3			4			1	2			3			4		5		
第9步	1	2						4		3	1	2						4		5		3
第10步	1	2						4		3	1	2						4		5		3
第11步	1	2	3					4			1	2	3					4		5		
第12步	1	2	3					4			1	2	3					4		5		
第13步	1	2	3	4							1	2	3	4						5		
第14步	1	2	3	4							1	2	3	4						5		
											1	2	3	4	5							
											1	2	3	4	5							

(2)定義：

- ①紅 1、紅 2 歸位時走法一致，先讓歸位的方格到暫存區，經過兩步把單一的方格移走後，再將紅 1 走到位置 A、紅 2 走到位置 B。整個過程走四步，我們稱為「4 迴」。
- ②紅 3 歸位時，先讓歸位的方格到暫存區，再空出位置讓紅 3 到位置 C。整個過程走三步，我們稱為「3 彎」。
- ③紅 4、紅 5 歸位時，只要空出位置，紅 4、紅 5 就可回到位置 D、位置 E，整個過程走兩步。我們稱為「2 折」。
- ④單獨歸位，我們稱為「1 返」。
- ⑤上述走法都以數字回到定位來命名。

(3)總方格數為 12、14 時，走法跟 8、10 個相似，要更清楚的比較走法的規律，我們將活動的步驟單純用數字和表格呈現，如下圖：

紅色數字用 1、2、3、…表示，藍色此時沒有順序分別，全部都用 0 來表示。

	移動圖示										移動方法	總步數																	
總 方 格 數 8		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	<table border="1"> <tr> <td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td> </tr> <tr> <td>迴</td><td>彎</td><td>折</td><td>返</td> </tr> <tr> <td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td> </tr> </table> $4+4+3+2+1=14(\text{步})$	4	3	2	1	迴	彎	折	返	2	1	1	1	14				
	4	3	2	1																									
	迴	彎	折	返																									
	2	1	1	1																									
	第0步	0	1	0	2	0	3	0	4																				
	第1步	0			2	0	3	0	4	0	1																		
	第2步	0	0	2			3	0	4	0	1																		
	第3步			2	0	0	3	0	4	0	1																		
	第4步	1	0	2	0	0	3	0	4																				
	第5步	1	0			0	3	0	4	0	2																		
	第6步	1	0	3	0			0	4	0	2																		
	第7步	1			0	3	0	0	4	0	2																		
	第8步	1	2	0	0	3	0	0	4																				
	第9步	1	2	0	0			0	4	0	3																		
	第10步	1	2			0	0	0	4	0	3																		
第11步	1	2	3	0	0	0	0	4																					
第12步	1	2	3			0	0	4	0	0																			
第13步	1	2	3	4	0	0			0	0																			
第14步	1	2	3	4	0	0	0	0																					
總 方 格 數 10		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	<table border="1"> <tr> <td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td> </tr> <tr> <td>迴</td><td>彎</td><td>折</td><td>返</td> </tr> <tr> <td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td> </tr> </table> $4+4+3+2+2+1=16(\text{步})$	4	3	2	1	迴	彎	折	返	2	1	2	1	16		
	4	3	2	1																									
	迴	彎	折	返																									
	2	1	2	1																									
	第0步	0	1	0	2	0	3	0	4	0	5																		
	第1步	0			2	0	3	0	4	0	5	0	1																
	第2步	0	0	2			3	0	4	0	5	0	1																
	第3步			2	0	0	3	0	4	0	5	0	1																
	第4步	1	0	2	0	0	3	0	4	0	5																		
	第5步	1	0			0	3	0	4	0	5	0	2																
	第6步	1	0	3	0			0	4	0	5	0	2																
	第7步	1			0	3	0	0	4	0	5	0	2																
	第8步	1	2	0	0	3	0	0	4	0	5																		
	第9步	1	2	0	0			0	4	0	5	0	3																
	第10步	1	2			0	0	0	4	0	5	0	3																
	第11步	1	2	3	0	0	0	0	4	0	5																		
	第12步	1	2	3			0	0	4	0	5	0	0																
第13步	1	2	3	4	0	0			0	5	0	0																	
第14步	1	2	3	4			0	0	0	5	0	0																	
第15步	1	2	3	4	5	0	0	0			0	0																	
第16步	1	2	3	4	5	0	0	0	0	0																			
總 方 格 數 12		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	<table border="1"> <tr> <td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td> </tr> <tr> <td>迴</td><td>彎</td><td>折</td><td>返</td> </tr> <tr> <td>2</td><td>1</td><td>3</td><td>1</td> </tr> </table> $4+4+3+2+2+2+1=18(\text{步})$	4	3	2	1	迴	彎	折	返	2	1	3	1	18
	4	3	2	1																									
	迴	彎	折	返																									
	2	1	3	1																									
	第0步	0	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6																
	第1步	0			2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	1														
	第2步	0	0	2			3	0	4	0	5	0	6	0	1														
	第3步			2	0	0	3	0	4	0	5	0	6	0	1														
	第4步	1	0	2	0	0	3	0	4	0	5	0	6																
	第5步	1	0			0	3	0	4	0	5	0	6	0	2														
	第6步	1	0	3	0			0	4	0	5	0	6	0	2														
	第7步	1			0	3	0	0	4	0	5	0	6	0	2														
	第8步	1	2	0	0	3	0	0	4	0	5	0	6																
	第9步	1	2	0	0			0	4	0	5	0	6	0	3														
	第10步	1	2			0	0	0	4	0	5	0	6	0	3														
	第11步	1	2	3	0	0	0	0	4	0	5	0	6																
	第12步	1	2	3			0	0	4	0	5	0	6	0	0														
	第13步	1	2	3	4	0	0			0	5	0	6	0	0														
	第14步	1	2	3	4			0	0	0	5	0	6	0	0														
第15步	1	2	3	4	5	0	0	0			0	6	0	0															
第16步	1	2	3	4	5			0	0	0	0	6	0	0															
第17步	1	2	3	4	5	6	0	0	0				0	0															
第18步	1	2	3	4	5	6	0	0	0	0	0																		

總 方 格 數 14		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
	第0步	0	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7		
	第1步	0			2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	1
	第2步	0	0	2			3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	1
	第3步			2	0	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	1
	第4步	1	0	2	0	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7		
	第5步	1	0			0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	2
	第6步	1	0	3	0			0	4	0	5	0	6	0	7	0	2
	第7步	1			0	3	0	0	4	0	5	0	6	0	7	0	2
	第8步	1	2	0	0	3	0	0	4	0	5	0	6	0	7		
	第9步	1	2	0	0			0	4	0	5	0	6	0	7	0	3
	第10步	1	2			0	0	0	4	0	5	0	6	0	7	0	3
	第11步	1	2	3	0	0	0	0	4	0	5	0	6	0	7		
	第12步	1	2	3			0	0	4	0	5	0	6	0	7	0	0
	第13步	1	2	3	4	0	0			0	5	0	6	0	7	0	0
	第14步	1	2	3	4			0	0	0	5	0	6	0	7	0	0
	第15步	1	2	3	4	5	0	0	0			0	6	0	7	0	0
	第16步	1	2	3	4	5			0	0	0	0	6	0	7	0	0
	第17步	1	2	3	4	5	6	0	0	0	0			0	7	0	0
	第18步	1	2	3	4	5	6			0	0	0	0	0	7	0	0
	第19步	1	2	3	4	5	6	7	0	0	0	0	0			0	0
第20步	1	2	3	4	5	6	7	0	0	0	0	0	0	0			

4	3	2	1
迴	彎	折	返
2	1	4	1

4+4+3+2+2+2+2+1
=20(步)

20

※我們的發現：

①在排紅 1、紅 2 時，因為可以調整的位置很少，需要 4 步空出位置，讓紅 1、紅 2 歸位，但到紅 3 時，紅 3 跟紅 2、紅 4 的距離是 2 個藍色方格，空間變大，可以少一步，由 4 步變 3 步。紅 3 固定後，紅 3 和紅 4 之間有 4 個藍色方格，調整的空間變大，後面的紅色方格，只要來回 2 步就可以歸位。

②實驗紅色方格偶數個時，移動紅 1、紅 2、紅 3 到固定位置都有相同的方法、步數。到移動紅 4 歸位時，紅 3 跟紅 4 之間有 4 個藍色方格，讓之後要歸位的數字，都只要來回兩步就可以；**多一個數字歸位，多一次兩步。**

2.總方格數為奇數時：

(1)與總方格數為偶數 m 的走法比較，我們發現奇數 m+1 多出的藍色方格，在移動過程中完全不影響原來偶數的走法，整理如下表(紅色數字用 1、2、3、...表示，藍色此時沒有順序分別，全部都用 0 來表示)：

總方格數為偶數 M=8										總方格數為奇數 M=9													
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
第0步	0	1	0	2	0	3	0	4			第0步	0	1	0	2	0	3	0	4	0			
第1步	0			2	0	3	0	4	0	1	第1步	0			2	0	3	0	4	0	0	1	
第2步	0	0	2			3	0	4	0	1	第2步	0	0	2			3	0	4	0	0	1	
第3步			2	0	0	3	0	4	0	1	第3步			2	0	0	3	0	4	0	0	1	
第4步	1	0	2	0	0	3	0	4			第4步	1	0	2	0	0	3	0	4	0			
第5步	1	0			0	3	0	4	0	2	第5步	1	0			0	3	0	4	0	0	2	
第6步	1	0	3	0			0	4	0	2	第6步	1	0	3	0			0	4	0	0	2	
第7步	1			0	3	0	0	4	0	2	第7步	1			0	3	0	0	4	0	0	2	
第8步	1	2	0	0	3	0	0	4			第8步	1	2	0	0	3	0	0	4	0			
第9步	1	2	0	0			0	4	0	3	第9步	1	2	0	0			0	4	0	0	3	
第10步	1	2			0	0	0	4	0	3	第10步	1	2			0	0	0	4	0	0	3	
第11步	1	2	3	0	0	0	0	4			第11步	1	2	3	0	0	0	0	4	0			
第12步	1	2	3			0	0	4	0	0	第12步	1	2	3			0	0	4	0	0	0	
第13步	1	2	3	4	0	0			0	0	第13步	1	2	3	4	0	0			0	0	0	
第14步	1	2	3	4	0	0	0	0			第14步	1	2	3	4	0	0	0	0	0			

總方格數為偶數 M=10													總方格數為奇數 M=11													
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
第0步	0	1	0	2	0	3	0	4	0	5			第0步	0	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0		
第1步	0			2	0	3	0	4	0	5	0	1	第1步	0			2	0	3	0	4	0	5	0	0	1
第2步	0	0	2			3	0	4	0	5	0	1	第2步	0	0	2			3	0	4	0	5	0	0	1
第3步			2	0	0	3	0	4	0	5	0	1	第3步			2	0	0	3	0	4	0	5	0	0	1
第4步	1	0	2	0	0	3	0	4	0	5			第4步	1	0	2	0	0	3	0	4	0	5	0		
第5步	1	0				3	0	4	0	5	0	2	第5步	1	0				3	0	4	0	5	0	0	2
第6步	1	0	3	0			0	4	0	5	0	2	第6步	1	0	3	0			0	4	0	5	0	0	2
第7步	1			0	3	0	0	4	0	5	0	2	第7步	1			0	3	0	0	4	0	5	0	0	2
第8步	1	2	0	0	3	0	0	4	0	5			第8步	1	2	0	0	3	0	0	4	0	5	0		
第9步	1	2	0	0			0	4	0	5	0	3	第9步	1	2	0	0			0	4	0	5	0	0	3
第10步	1	2			0	0	0	4	0	5	0	3	第10步	1	2			0	0	0	4	0	5	0	0	3
第11步	1	2	3	0	0	0	0	4	0	5			第11步	1	2	3	0	0	0	0	4	0	5	0		
第12步	1	2	3			0	0	4	0	5	0	0	第12步	1	2	3			0	0	4	0	5	0	0	0
第13步	1	2	3	4	0	0			0	5	0	0	第13步	1	2	3	4	0	0			0	5	0	0	0
第14步	1	2	3	4			0	0	0	5	0	0	第14步	1	2	3	4			0	0	0	5	0	0	0
第15步	1	2	3	4	5	0	0	0			0	0	第15步	1	2	3	4	5	0	0	0			0	0	0
第16步	1	2	3	4	5	0	0	0	0	0			第16步	1	2	3	4	5	0	0	0	0	0	0		

總方格數為偶數 M=12														總方格數為奇數 M=13																
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
第0步	0	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6			第0步	0	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0		
第1步	0			2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	1	第1步	0			2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	0	1
第2步	0	0	2			3	0	4	0	5	0	6	0	1	第2步	0	0	2			3	0	4	0	5	0	6	0	0	1
第3步			2	0	0	3	0	4	0	5	0	6	0	1	第3步			2	0	0	3	0	4	0	5	0	6	0	0	1
第4步	1	0	2	0	0	3	0	4	0	5	0	6			第4步	1	0	2	0	0	3	0	4	0	5	0	6	0		
第5步	1	0			0	3	0	4	0	5	0	6	0	2	第5步	1	0			0	3	0	4	0	5	0	6	0	0	2
第6步	1	0	3	0			0	4	0	5	0	6	0	2	第6步	1	0	3	0			0	4	0	5	0	6	0	0	2
第7步	1			0	3	0	0	4	0	5	0	6	0	2	第7步	1			0	3	0	0	4	0	5	0	6	0	0	2
第8步	1	2	0	0	3	0	0	4	0	5	0	6			第8步	1	2	0	0	3	0	0	4	0	5	0	6	0		
第9步	1	2	0	0			0	4	0	5	0	6	0	3	第9步	1	2	0	0			0	4	0	5	0	6	0	0	3
第10步	1	2			0	0	0	4	0	5	0	6	0	3	第10步	1	2			0	0	0	4	0	5	0	6	0	0	3
第11步	1	2	3	0	0	0	0	4	0	5	0	6			第11步	1	2	3	0	0	0	0	4	0	5	0	6	0		
第12步	1	2	3			0	0	4	0	5	0	6	0	0	第12步	1	2	3			0	0	4	0	5	0	6	0	0	0
第13步	1	2	3	4	0	0			0	5	0	6	0	0	第13步	1	2	3	4	0	0			0	5	0	6	0	0	0
第14步	1	2	3	4			0	0	0	5	0	6	0	0	第14步	1	2	3	4			0	0	0	5	0	6	0	0	0
第15步	1	2	3	4	5	0	0	0			0	6	0	0	第15步	1	2	3	4	5	0	0	0			0	6	0	0	0
第16步	1	2	3	4	5			0	0	0	0	6	0	0	第16步	1	2	3	4	5			0	0	0	0	6	0	0	0
第17步	1	2	3	4	5	6	0	0	0			0	0	0	第17步	1	2	3	4	5	6	0	0	0	0			0	0	0
第18步	1	2	3	4	5	6	0	0	0	0	0				第18步	1	2	3	4	5	6	0	0	0	0	0				

(2)我們發現：紅色方格數字結果是順向排列時，偶數 m 和奇數 m+1 的走法、總步數都會一樣。

原因：在把紅色數字移到固定位置的時候，我們依次從左邊把紅 1、紅 2、紅 3...放到位置 A、位置 B、位置 C...，總方格數偶數 m 和奇數 m+1 只差在右邊最後一個藍色方格，所以在移動過程中完全不會影響走法與排列。

(二)藍色方格數字結果為順向排列的方法

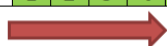
1.總方格數為偶數時：

(1)總方格數為 8，我們將歸位方式和紅色順向排列比較，活動步驟單純用數字和表格呈現，如下圖：

紅色此時沒有順序分別，全部都用 0 來表示，藍色數字用 1、2、3、...表示。

紅色順向排列

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
第0步	0	1	0	2	0	3	0	4		
第1步	0			2	0	3	0	4	0	1
第2步	0	0	2			3	0	4	0	1
第3步			2	0	0	3	0	4	0	1
第4步	1	0	2	0	0	3	0	4		
第5步	1	0			0	3	0	4	0	2
第6步	1	0	3	0			0	4	0	2
第7步	1			0	3	0	0	4	0	2
第8步	1	2	0	0	3	0	0	4		
第9步	1	2	0	0			0	4	0	3
第10步	1	2			0	0	0	4	0	3
第11步	1	2	3	0	0	0	0	4		
第12步	1	2	3			0	0	4	0	0
第13步	1	2	3	4	0	0			0	0
第14步	1	2	3	4	0	0	0	0		



歸位從左而右，從1到4

藍色順向排列

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
第0步	1	0	2	0	3	0	4	0		
第1步	1	0	2	0	3			0	4	0
第2步	1	0	2			3	0	0	4	0
第3步	1	0	2	0	0	3			4	0
第4步	1	0	2	0	0	3	0	4		
第5步	1	0	2	0			0	4	3	0
第6步	1	0			0	2	0	4	3	0
第7步	1	0	0	2	0			4	3	0
第8步	1	0	0	2	0	0	3	4		
第9步	1	0			0	0	3	4	2	0
第10步	1	0	0	0			3	4	2	0
第11步	1	0	0	0	0	2	3	4		
第12步	1	0	0			2	3	4	0	0
第13步			0	0	1	2	3	4	0	0
第14步	0	0	0	0	1	2	3	4		



歸位從右而左，從4到1

※我們的發現：將藍色數字歸位時，和紅色數字歸位的不同處：紅色是由左到右，藍色由右到左。紅色由1、2、3...開始歸位，藍色由最後一個數字開始。所以歸位方向相反，但步驟方法、步數一樣。

(2)藍色數字順向排列，總方格數 M 為偶數時，將走法規律和總步數整理如下：

M	過程	走法規律	總步數																																																																																																																																																																																																																																																						
8個	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> <th>D</th> <th>E</th> <th>F</th> <th>G</th> <th>H</th> <th>I</th> <th>J</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>第0步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>第1步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td></td><td></td><td>0</td><td>4</td><td>0</td></tr> <tr><td>第2步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td></td><td></td><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td></tr> <tr><td>第3步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>3</td><td></td><td></td><td>4</td><td>0</td></tr> <tr><td>第4步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>4</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>第5步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td></td><td></td><td>0</td><td>4</td><td>3</td><td>0</td></tr> <tr><td>第6步</td><td>1</td><td>0</td><td></td><td></td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>4</td><td>3</td><td>0</td></tr> <tr><td>第7步</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td></td><td></td><td>4</td><td>3</td><td>0</td></tr> <tr><td>第8步</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>3</td><td>4</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>第9步</td><td>1</td><td>0</td><td></td><td></td><td>0</td><td>0</td><td>3</td><td>4</td><td>2</td><td>0</td></tr> <tr><td>第10步</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td></td><td></td><td>3</td><td>4</td><td>2</td><td>0</td></tr> <tr><td>第11步</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>第12步</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td></td><td></td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>第13步</td><td></td><td></td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>第14步</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	第0步	1	0	2	0	3	0	4	0			第1步	1	0	2	0	3			0	4	0	第2步	1	0	2			3	0	0	4	0	第3步	1	0	2	0	0	3			4	0	第4步	1	0	2	0	0	3	0	4			第5步	1	0	2	0			0	4	3	0	第6步	1	0			0	2	0	4	3	0	第7步	1	0	0	2	0			4	3	0	第8步	1	0	0	2	0	0	3	4			第9步	1	0			0	0	3	4	2	0	第10步	1	0	0	0			3	4	2	0	第11步	1	0	0	0	0	2	3	4			第12步	1	0	0			2	3	4	0	0	第13步			0	0	1	2	3	4	0	0	第14步	0	0	0	0	1	2	3	4			<table border="1"> <tr> <td>4</td> <td>3</td> <td>2</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>迴</td> <td>彎</td> <td>折</td> <td>返</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </table> <p>4+4+3+2+1 =14(步)</p>	4	3	2	1	迴	彎	折	返	2	1	1	1	14																																																										
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J																																																																																																																																																																																																																																															
第0步	1	0	2	0	3	0	4	0																																																																																																																																																																																																																																																	
第1步	1	0	2	0	3			0	4	0																																																																																																																																																																																																																																															
第2步	1	0	2			3	0	0	4	0																																																																																																																																																																																																																																															
第3步	1	0	2	0	0	3			4	0																																																																																																																																																																																																																																															
第4步	1	0	2	0	0	3	0	4																																																																																																																																																																																																																																																	
第5步	1	0	2	0			0	4	3	0																																																																																																																																																																																																																																															
第6步	1	0			0	2	0	4	3	0																																																																																																																																																																																																																																															
第7步	1	0	0	2	0			4	3	0																																																																																																																																																																																																																																															
第8步	1	0	0	2	0	0	3	4																																																																																																																																																																																																																																																	
第9步	1	0			0	0	3	4	2	0																																																																																																																																																																																																																																															
第10步	1	0	0	0			3	4	2	0																																																																																																																																																																																																																																															
第11步	1	0	0	0	0	2	3	4																																																																																																																																																																																																																																																	
第12步	1	0	0			2	3	4	0	0																																																																																																																																																																																																																																															
第13步			0	0	1	2	3	4	0	0																																																																																																																																																																																																																																															
第14步	0	0	0	0	1	2	3	4																																																																																																																																																																																																																																																	
4	3	2	1																																																																																																																																																																																																																																																						
迴	彎	折	返																																																																																																																																																																																																																																																						
2	1	1	1																																																																																																																																																																																																																																																						
10個	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> <th>D</th> <th>E</th> <th>F</th> <th>G</th> <th>H</th> <th>I</th> <th>J</th> <th>K</th> <th>L</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>第0步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>5</td><td>0</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>第1步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>4</td><td></td><td></td><td>0</td><td>5</td><td>0</td></tr> <tr><td>第2步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td></td><td></td><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td>5</td><td>0</td></tr> <tr><td>第3步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>4</td><td></td><td></td><td>5</td><td>0</td></tr> <tr><td>第4步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>5</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>第5步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td></td><td></td><td>0</td><td>5</td><td>4</td><td>0</td></tr> <tr><td>第6步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td></td><td></td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>5</td><td>4</td><td>0</td></tr> <tr><td>第7步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td></td><td></td><td>5</td><td>4</td><td>0</td></tr> <tr><td>第8步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>4</td><td>5</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>第9步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td></td><td></td><td>0</td><td>0</td><td>4</td><td>5</td><td>3</td><td>0</td></tr> <tr><td>第10步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td></td><td></td><td>4</td><td>5</td><td>3</td><td>0</td></tr> <tr><td>第11步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>第12步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td></td><td></td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>第13步</td><td>1</td><td>0</td><td></td><td></td><td>0</td><td>0</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>第14步</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td></td><td></td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>第15步</td><td></td><td></td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>第16步</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	第0步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0			第1步	1	0	2	0	3	0	4			0	5	0	第2步	1	0	2	0	3			4	0	0	5	0	第3步	1	0	2	0	3	0	0	4			5	0	第4步	1	0	2	0	3	0	0	4	0	5			第5步	1	0	2	0	3	0			0	5	4	0	第6步	1	0	2	0			0	3	0	5	4	0	第7步	1	0	2	0	0	3	0			5	4	0	第8步	1	0	2	0	0	3	0	0	4	5			第9步	1	0	2	0			0	0	4	5	3	0	第10步	1	0	2	0	0	0			4	5	3	0	第11步	1	0	2	0	0	0	0	3	4	5			第12步	1	0	2	0	0			3	4	5	0	0	第13步	1	0			0	0	2	3	4	5	0	0	第14步	1	0	0	0			2	3	4	5	0	0	第15步			0	0	0	1	2	3	4	5	0	0	第16步	0	0	0	0	0	1	2	3	4	5			<table border="1"> <tr> <td>4</td> <td>3</td> <td>2</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>迴</td> <td>彎</td> <td>折</td> <td>返</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>1</td> </tr> </table> <p>4+4+3+2+2+1 =16(步)</p>	4	3	2	1	迴	彎	折	返	2	1	2	1	16
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L																																																																																																																																																																																																																																													
第0步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0																																																																																																																																																																																																																																															
第1步	1	0	2	0	3	0	4			0	5	0																																																																																																																																																																																																																																													
第2步	1	0	2	0	3			4	0	0	5	0																																																																																																																																																																																																																																													
第3步	1	0	2	0	3	0	0	4			5	0																																																																																																																																																																																																																																													
第4步	1	0	2	0	3	0	0	4	0	5																																																																																																																																																																																																																																															
第5步	1	0	2	0	3	0			0	5	4	0																																																																																																																																																																																																																																													
第6步	1	0	2	0			0	3	0	5	4	0																																																																																																																																																																																																																																													
第7步	1	0	2	0	0	3	0			5	4	0																																																																																																																																																																																																																																													
第8步	1	0	2	0	0	3	0	0	4	5																																																																																																																																																																																																																																															
第9步	1	0	2	0			0	0	4	5	3	0																																																																																																																																																																																																																																													
第10步	1	0	2	0	0	0			4	5	3	0																																																																																																																																																																																																																																													
第11步	1	0	2	0	0	0	0	3	4	5																																																																																																																																																																																																																																															
第12步	1	0	2	0	0			3	4	5	0	0																																																																																																																																																																																																																																													
第13步	1	0			0	0	2	3	4	5	0	0																																																																																																																																																																																																																																													
第14步	1	0	0	0			2	3	4	5	0	0																																																																																																																																																																																																																																													
第15步			0	0	0	1	2	3	4	5	0	0																																																																																																																																																																																																																																													
第16步	0	0	0	0	0	1	2	3	4	5																																																																																																																																																																																																																																															
4	3	2	1																																																																																																																																																																																																																																																						
迴	彎	折	返																																																																																																																																																																																																																																																						
2	1	2	1																																																																																																																																																																																																																																																						

12 個	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr><th></th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th><th>E</th><th>F</th><th>G</th><th>H</th><th>I</th><th>J</th><th>K</th><th>L</th><th>M</th><th>N</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>第0步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>5</td><td>0</td><td>6</td><td>0</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>第1步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>5</td><td></td><td></td><td>0</td><td>6</td><td>0</td></tr> <tr><td>第2步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>4</td><td></td><td></td><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>6</td><td>0</td></tr> <tr><td>第3步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td>5</td><td></td><td></td><td>6</td><td>0</td></tr> <tr><td>第4步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td>5</td><td>0</td><td>6</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>第5步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td></td><td></td><td>0</td><td>6</td><td>5</td><td>0</td></tr> <tr><td>第6步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td></td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>6</td><td>5</td><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>第7步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td></td><td>6</td><td>5</td><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>第8步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td>5</td><td>6</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>第9步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td></td><td></td><td>0</td><td>0</td><td>5</td><td>6</td><td>4</td><td>0</td></tr> <tr><td>第10步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td></td><td></td><td>5</td><td>6</td><td>4</td><td>0</td></tr> <tr><td>第11步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>第12步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td></td><td></td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>第13步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td></td><td></td><td>0</td><td>0</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>第14步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td></td><td></td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>第15步</td><td>1</td><td>0</td><td></td><td></td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>第16步</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td></td><td></td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>第17步</td><td></td><td></td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>第18步</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	第0步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0			第1步	1	0	2	0	3	0	4	0	5			0	6	0	第2步	1	0	2	0	3	0	4			5	0	0	6	0	第3步	1	0	2	0	3	0	4	0	0	5			6	0	第4步	1	0	2	0	3	0	4	0	0	5	0	6			第5步	1	0	2	0	3	0	4	0			0	6	5	0	第6步	1	0	2	0	3	0		0	4	0	6	5	0		第7步	1	0	2	0	3	0	0	4	0		6	5	0		第8步	1	0	2	0	3	0	0	4	0	0	5	6			第9步	1	0	2	0	3	0			0	0	5	6	4	0	第10步	1	0	2	0	3	0	0	0			5	6	4	0	第11步	1	0	2	0	3	0	0	0	0	4	5	6			第12步	1	0	2	0	3	0	0			4	5	6	0	0	第13步	1	0	2	0			0	0	3	4	5	6	0	0	第14步	1	0	2	0	0	0			3	4	5	6	0	0	第15步	1	0			0	0	0	2	3	4	5	6	0	0	第16步	1	0	0	0	0			2	3	4	5	6	0	0	第17步			0	0	0	0	1	2	3	4	5	6	0	0	第18步	0	0	0	0	0	0	1	2	3	4	5	6			<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>迴</td><td>彎</td><td>折</td><td>返</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td>1</td></tr> </table> <p style="text-align: center;"> $4+4+3+2+2+2+1$ $=18(\text{步})$ </p>	4	3	2	1	迴	彎	折	返	2	1	3	1	18																																																																										
		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
	第0步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
	第1步	1	0	2	0	3	0	4	0	5			0	6	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
	第2步	1	0	2	0	3	0	4			5	0	0	6	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
	第3步	1	0	2	0	3	0	4	0	0	5			6	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
	第4步	1	0	2	0	3	0	4	0	0	5	0	6																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
	第5步	1	0	2	0	3	0	4	0			0	6	5	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
	第6步	1	0	2	0	3	0		0	4	0	6	5	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
	第7步	1	0	2	0	3	0	0	4	0		6	5	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
	第8步	1	0	2	0	3	0	0	4	0	0	5	6																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
	第9步	1	0	2	0	3	0			0	0	5	6	4	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
	第10步	1	0	2	0	3	0	0	0			5	6	4	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
	第11步	1	0	2	0	3	0	0	0	0	4	5	6																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
	第12步	1	0	2	0	3	0	0			4	5	6	0	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
	第13步	1	0	2	0			0	0	3	4	5	6	0	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
	第14步	1	0	2	0	0	0			3	4	5	6	0	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
	第15步	1	0			0	0	0	2	3	4	5	6	0	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
	第16步	1	0	0	0	0			2	3	4	5	6	0	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
第17步			0	0	0	0	1	2	3	4	5	6	0	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
第18步	0	0	0	0	0	0	1	2	3	4	5	6																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
4	3	2	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																		
迴	彎	折	返																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																		
2	1	3	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																		
14 個	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr><th></th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th><th>E</th><th>F</th><th>G</th><th>H</th><th>I</th><th>J</th><th>K</th><th>L</th><th>M</th><th>N</th><th>O</th><th>P</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>第0步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>5</td><td>0</td><td>6</td><td>0</td><td>7</td><td>0</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>第1步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>5</td><td>0</td><td>6</td><td></td><td></td><td>0</td><td>7</td><td>0</td></tr> <tr><td>第2步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>5</td><td></td><td></td><td>6</td><td>0</td><td>0</td><td>7</td><td>0</td></tr> <tr><td>第3步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>6</td><td></td><td></td><td>7</td><td>0</td></tr> <tr><td>第4步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>6</td><td>0</td><td>7</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>第5步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>5</td><td>0</td><td></td><td></td><td>0</td><td>7</td><td>6</td><td>0</td></tr> <tr><td>第6步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>4</td><td></td><td></td><td>0</td><td>0</td><td>5</td><td>0</td><td>7</td><td>6</td><td>0</td></tr> <tr><td>第7步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td></td><td></td><td>7</td><td>6</td><td>0</td></tr> <tr><td>第8步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>6</td><td>7</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>第9步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>4</td><td></td><td></td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>6</td><td>7</td><td>5</td><td>0</td></tr> <tr><td>第10步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td></td><td></td><td>6</td><td>7</td><td>5</td><td>0</td></tr> <tr><td>第11步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>第12步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td></td><td></td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>第13步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td></td><td></td><td>0</td><td>0</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>第14步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td></td><td></td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>第15步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td></td><td></td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>第16步</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td></td><td></td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>第17步</td><td>1</td><td>0</td><td></td><td></td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>第18步</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td></td><td></td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>第19步</td><td></td><td></td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>第20步</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	第0步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0			第1步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6			0	7	0	第2步	1	0	2	0	3	0	4	0	5			6	0	0	7	0	第3步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	0	6			7	0	第4步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	0	6	0	7			第5步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0			0	7	6	0	第6步	1	0	2	0	3	0	4			0	0	5	0	7	6	0	第7步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	0			7	6	0	第8步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	0	0	6	7			第9步	1	0	2	0	3	0	4			0	0	0	6	7	5	0	第10步	1	0	2	0	3	0	4	0	0	0			6	7	5	0	第11步	1	0	2	0	3	0	4	0	0	0	0	5	6	7			第12步	1	0	2	0	3	0	4	0	0			5	6	7	0	0	第13步	1	0	2	0	3	0			0	0	4	5	6	7	0	0	第14步	1	0	2	0	3	0	0	0			4	5	6	7	0	0	第15步	1	0	2	0			0	0	0	3	4	5	6	7	0	0	第16步	1	0	2	0	0	0	0			3	4	5	6	7	0	0	第17步	1	0			0	0	0	0	2	3	4	5	6	7	0	0	第18步	1	0	0	0	0	0			2	3	4	5	6	7	0	0	第19步			0	0	0	0	0	1	2	3	4	5	6	7	0	0	第20步	0	0	0	0	0	0	0	1	2	3	4	5	6	7			<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>迴</td><td>彎</td><td>折</td><td>返</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>4</td><td>1</td></tr> </table> <p style="text-align: center;"> $4+4+3+2+2+2+2+1$ $=20(\text{步})$ </p>	4	3	2	1	迴	彎	折	返	2	1	4	1	20
		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																				
	第0步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
	第1步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6			0	7	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																				
	第2步	1	0	2	0	3	0	4	0	5			6	0	0	7	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																				
	第3步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	0	6			7	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																				
	第4步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	0	6	0	7																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
	第5步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0			0	7	6	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																				
	第6步	1	0	2	0	3	0	4			0	0	5	0	7	6	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																				
	第7步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	0			7	6	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																				
	第8步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	0	0	6	7																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
	第9步	1	0	2	0	3	0	4			0	0	0	6	7	5	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																				
	第10步	1	0	2	0	3	0	4	0	0	0			6	7	5	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																				
	第11步	1	0	2	0	3	0	4	0	0	0	0	5	6	7																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
	第12步	1	0	2	0	3	0	4	0	0			5	6	7	0	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																				
	第13步	1	0	2	0	3	0			0	0	4	5	6	7	0	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																				
	第14步	1	0	2	0	3	0	0	0			4	5	6	7	0	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																				
	第15步	1	0	2	0			0	0	0	3	4	5	6	7	0	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																				
	第16步	1	0	2	0	0	0	0			3	4	5	6	7	0	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																				
	第17步	1	0			0	0	0	0	2	3	4	5	6	7	0	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																				
	第18步	1	0	0	0	0	0			2	3	4	5	6	7	0	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																				
第19步			0	0	0	0	0	1	2	3	4	5	6	7	0	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																					
第20步	0	0	0	0	0	0	0	1	2	3	4	5	6	7																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
4	3	2	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																		
迴	彎	折	返																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																		
2	1	4	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																		

2.總方格數為奇數時：

(1)與總方格數為偶數 m 的走法比較，我們發現奇數 m+1 多出的藍色方格，在移動過程中完全不影響原來偶數的走法，整理如下表(紅色此時沒有順序分別，全部都用 0 來表示，藍色數字用 1、2、3、...表示)：

總方格數為偶數 M=8											總方格數為奇數 M=9												
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
第0步	1	0	2	0	3	0	4	0			第0步	1	0	2	0	3	0	4	0	5			
第1步	1	0	2	0	3			0	4	0	第1步	1	0	2	0	3			0	5	4	0	
第2步	1	0	2		3	0	0	4	0		第2步	1	0	2		3	0	0	5	4	0		
第3步	1	0	2	0	0	3			4	0	第3步	1	0	2	0	0	3			5	4	0	
第4步	1	0	2	0	0	3	0	4			第4步	1	0	2	0	0	3	0	4	5			
第5步	1	0	2	0			0	4	3	0	第5步	1	0	2	0			0	4	5	3	0	
第6步	1	0			0	2	0	4	3	0	第6步	1	0			0	2	0	4	5	3	0	
第7步	1	0	0	2	0			4	3	0	第7步	1	0	0	2	0			4	5	3	0	
第8步	1	0	0	2	0	0	3	4			第8步	1	0	0	2	0	0	3	4	5			
第9步	1	0			0	0	3	4	2	0	第9步	1	0			0	0	3	4	5	2	0	
第10步	1	0	0	0			3	4	2	0	第10步	1	0	0	0			3	4	5	2	0	
第11步	1	0	0	0	0	2	3	4			第11步	1	0	0	0	0	2	3	4	5			
第12步	1	0	0			2	3	4	0	0	第12步	1	0	0			2	3	4	5	0	0	
第13步			0	0	1	2	3	4	0	0	第13步			0	0	1	2	3	4	5	0	0	
第14步	0	0	0	0	1	2	3	4			第14步	0	0	0	0	1	2	3	4	5			

總方格數為偶數 M=10													總方格數為奇數 M=11														
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	
第0步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0			第0步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6			
第1步	1	0	2	0	3	0	4			0	5	0	第1步	1	0	2	0	3	0	4			0	6	5	0	
第2步	1	0	2	0	3			4	0	0	5	0	第2步	1	0	2	0	3			4	0	0	6	5	0	
第3步	1	0	2	0	3	0	0	4			5	0	第3步	1	0	2	0	3	0	0	4			6	5	0	
第4步	1	0	2	0	3	0	0	4	0	5			第4步	1	0	2	0	3	0	0	4	0	5	6			
第5步	1	0	2	0	3	0			0	5	4	0	第5步	1	0	2	0	3	0			0	5	6	4	0	
第6步	1	0	2	0	3	0	0	3	0	5	4	0	第6步	1	0	2	0	3	0	0	3	0	5	6	4	0	
第7步	1	0	2	0	0	3	0			5	4	0	第7步	1	0	2	0	0	3	0			5	6	4	0	
第8步	1	0	2	0	0	3	0	0	4	5			第8步	1	0	2	0	0	3	0	0	4	5	6			
第9步	1	0	2	0			0	0	4	5	3	0	第9步	1	0	2	0			0	0	4	5	6	3	0	
第10步	1	0	2	0	0	0			4	5	3	0	第10步	1	0	2	0	0	0			4	5	6	3	0	
第11步	1	0	2	0	0	0	0	3	4	5			第11步	1	0	2	0	0	0	0	3	4	5	6			
第12步	1	0	2	0	0			3	4	5	0	0	第12步	1	0	2	0	0			3	4	5	6	0	0	
第13步	1	0	2	0	0	0	2	3	4	5	0	0	第13步	1	0	2	0	0			2	3	4	5	6	0	0
第14步	1	0	0	0			2	3	4	5	0	0	第14步	1	0	0	0			2	3	4	5	6	0	0	
第15步			0	0	0	1	2	3	4	5	0	0	第15步			0	0	0	1	2	3	4	5	6	0	0	
第16步	0	0	0	0	0	1	2	3	4	5			第16步	0	0	0	0	0	1	2	3	4	5	6			

總方格數為偶數 M=12														總方格數為奇數 M=13																
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
第0步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0			第0步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7		
第1步	1	0	2	0	3	0	4	0	5			0	6	0	第1步	1	0	2	0	3	0	4	0	5			0	7	6	0
第2步	1	0	2	0	3	0	4			5	0	0	6	0	第2步	1	0	2	0	3	0	4			5	0	0	7	6	0
第3步	1	0	2	0	3	0	4	0	0	5			6	0	第3步	1	0	2	0	3	0	4	0	0	5			7	6	0
第4步	1	0	2	0	3	0	4	0	0	5	0	6			第4步	1	0	2	0	3	0	4	0	0	5	0	6	7		
第5步	1	0	2	0	3	0	4	0			0	6	5	0	第5步	1	0	2	0	3	0	4	0			0	6	7	5	0
第6步	1	0	2	0	3	0			0	4	0	6	5	0	第6步	1	0	2	0	3	0			0	4	0	6	7	5	0
第7步	1	0	2	0	3	0	0	4	0			6	5	0	第7步	1	0	2	0	3	0	0	4	0			6	7	5	0
第8步	1	0	2	0	3	0	0	4	0	0	5	6			第8步	1	0	2	0	3	0	0	4	0	0	5	6	7		
第9步	1	0	2	0	3	0			0	0	5	6	4	0	第9步	1	0	2	0	3	0			0	0	5	6	7	4	0
第10步	1	0	2	0	3	0	0	0			5	6	4	0	第10步	1	0	2	0	3	0	0	0			5	6	7	4	0
第11步	1	0	2	0	3	0	0	0	0	4	5	6			第11步	1	0	2	0	3	0	0	0	0	4	5	6	7		
第12步	1	0	2	0	3	0	0			4	5	6	0	0	第12步	1	0	2	0	3	0	0			4	5	6	7	0	0
第13步	1	0	2	0			0	0	3	4	5	6	0	0	第13步	1	0	2	0			0	0	3	4	5	6	7	0	0
第14步	1	0	2	0	0	0			3	4	5	6	0	0	第14步	1	0	2	0	0	0			3	4	5	6	7	0	0
第15步	1	0			0	0	0	2	3	4	5	6	0	0	第15步	1	0			0	0	0	2	3	4	5	6	7	0	0
第16步	1	0	0	0	0			2	3	4	5	6	0	0	第16步	1	0	0	0	0			2	3	4	5	6	7	0	0
第17步			0	0	0	0	1	2	3	4	5	6	0	0	第17步			0	0	0	0	1	2	3	4	5	6	7	0	0
第18步	0	0	0	0	0	0	1	2	3	4	5	6			第18步	0	0	0	0	0	0	1	2	3	4	5	6	7		

(2)我們發現：藍色方格數字順向排列時，偶數 m 和奇數 $m+1$ 的走法、總步數都會一樣。原因：在把藍色數字移到固定位置的時候，我們依次從右邊數來第四個位置開始，把藍色倒數第二個數字、藍色倒數第三個數字、藍色倒數第四個數字、...放到正確位置，總方格數偶數 m 和奇數 $m+1$ 只差在右邊藍色的最後一個數字，因為不需移動，所以在過程中完全不會影響走法與排列。

(三)統整雙色順向排列方法，找出其規律性並歸納成通用的公式

1.紅色順向與藍色順向的比較：紅色順向、藍色順向在總方格數 8、9，總方格數 10、11，總方格數 12、13，...， m (m 為偶數)與 $m+1$ 的走法、步數一致，要歸位的紅色數字數量和藍色數量數量相同，走法相同，歸位方向相反。

2.整理歸位方法如下：

根據紅色和藍色，奇數、偶數的走法與步數整理出紅色、藍色數字順向的規則，並歸納出當總方格數為 M 時，總步數通用的公式。

總方格數	紅色 8、9 個 藍色 8、9 個	紅色 10、11 個 藍色 10、11 個	紅色 12、13 個 藍色 12、13 個	紅色 M 、 $M+1$ 個 藍色 M 、 $M+1$ 個 $M=8+2(k-1)$
總步數 S	14	16	18	$S=14+2(k-1)$ ($k=1、2、3\cdots n$)

上述的走法皆是先把要歸位的數字先放在暫存區，經過調整之後再歸位，幾次之後，若空間夠大(差四個格子)，就可簡單地的往返歸位成功。在固定的走法之下，我們可以得出紅色、藍色的順向排列走法、步數皆相同。

活動二實驗結果

紅色、藍色的數字順向排列成功找出規律走法之後，我們接著挑戰把紅色、藍色的數字逆向排列。但嘗試的過程中，想過很多種解法，像是配對歸位，或是由外而內歸位，雖然有成功利用間接的方式由順向轉成逆向，但還是希望能從初始狀態直接完成逆向排列。經過一番努力我們成功找出規律的走法列出如下：

二、紅色或藍色方格加上數字，結果為逆向排列，探討移動方式與步數關係，並找出有規律的過程。

(一)紅色方格數字結果為逆向排列的方法

1.總方格數為偶數時：

(1)總方格數 M 為 10、12、14 時，歸位方式如下圖：

延續順向的方法嘗試，一開始最左邊的三個數字依序歸位，當中間空格數變少，無法直接使用「2折」時，再將數字移至暫存區，使用「4迴」或「3彎」進行歸位。

紅色數字用 1、2、3、…表示，藍色此時沒有順序分別，全部都用 0 來表示。

M	移動圖示												移動方法		總步數															
總 方 格 數 10		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>2</td><td>3</td><td>1</td></tr> <tr><td>折</td><td>彎</td><td>返</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table> $2+2+2+3+1=10(\text{步})$		2	3	1	折	彎	返	3	1	1	10					
	2	3	1																											
	折	彎	返																											
	3	1	1																											
	第0步	0	1	0	2	0	3	0	4	0	5																			
	第1步			0	2	0	3	0	4	0	5	1	0																	
	第2步	5	0	0	2	0	3	0	4			1	0																	
	第3步	5			2	0	3	0	4	0	0	1	0																	
	第4步	5	4	0	2	0	3			0	0	1	0																	
	第5步	5	4			0	3	2	0	0	0	1	0																	
	第6步	5	4	3	0			2	0	0	0	1	0																	
第7步	5	4	3	0	0	1	2	0	0	0																				
第8步	5	4	3			1	2	0	0	0	0	0																		
第9步	5	4	3	2	1			0	0	0	0	0																		
第10步	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0																				
總 方 格 數 12		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>2</td><td>4</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>折</td><td>迴</td><td>折</td><td>返</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table> $2+2+2+4+2+1=13(\text{步})$		2	4	2	1	折	迴	折	返	3	1	1	1	13
	2	4	2	1																										
	折	迴	折	返																										
	3	1	1	1																										
	第0步	0	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6																	
	第1步			0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	1	0															
	第2步	6	0	0	2	0	3	0	4	0	5			1	0															
	第3步	6			2	0	3	0	4	0	5	0	0	1	0															
	第4步	6	5	0	2	0	3	0	4			0	0	1	0															
	第5步	6	5			0	3	0	4	2	0	0	0	1	0															
	第6步	6	5	4	0	0	3			2	0	0	0	1	0															
	第7步	6	5	4	0	0	3	0	1	2	0	0	0																	
	第8步	6	5	4	0	0			1	2	0	0	0	0	3															
	第9步	6	5	4			0	0	1	2	0	0	0	0	3															
第10步	6	5	4	3	0	0	0	1	2	0	0	0																		
第11步	6	5	4	3			0	1	2	0	0	0	0	0																
第12步	6	5	4	3	2	1	0			0	0	0	0	0																
第13步	6	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0																		

總 方 格 數 14		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
	第0步	0	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7		
	第1步			0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	1	0
	第2步	7	0	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6			1	0
	第3步	7			2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	0	1	0
	第4步	7	6	0	2	0	3	0	4	0	5			0	0	1	0
	第5步	7	6			0	3	0	4	0	5	2	0	0	0	1	0
	第6步	7	6	5	0	0	3	0	4			2	0	0	0	1	0
	第7步	7	6	5	0	0	3	0	4	0	1	2	0	0	0		
	第8步	7	6	5	0	0	3	0			1	2	0	0	0	0	4
	第9步	7	6	5			3	0	0	0	1	2	0	0	0	0	4
	第10步	7	6	5	4	0	3	0	0	0	1	2	0	0	0		
	第11步	7	6	5	4	0			0	0	1	2	0	0	0	0	3
	第12步	7	6	5	4	0	0	0			1	2	0	0	0	0	3
	第13步	7	6	5	4			0	0	0	1	2	0	0	0	0	3
	第14步	7	6	5	4	3	0	0	0	0	1	2	0	0	0		
	第15步	7	6	5	4	3			0	0	1	2	0	0	0	0	0
	第16步	7	6	5	4	3	2	1	0	0			0	0	0	0	0
第17步	7	6	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0			

2	4	2	1
折	迴	折	返
3	2	1	1

2+2+2+4+4+2+1
=17(步)

17

上述的三種走法似乎各有不同，為了尋找規律走法，把總方格數加大，收集資料之後，發現總方格數 12、18、24；總方格數 14、20、26；總方格數 16、22、28 各自有相似方法，整理成下列表格。

	移動圖示與移動方法															總步數
總 方 格 數 12		目標	6	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0		
		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	
		第0步	0	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6		
	紅6歸位→2步	第1步			0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	1	0
		第2步	6	0	0	2	0	3	0	4	0	5			1	0
	紅5歸位→2步	第3步	6			2	0	3	0	4	0	5	0	0	1	0
		第4步	6	5	0	2	0	3	0	4			0	0	1	0
	紅4歸位→2步	第5步	6	5			0	3	0	4	2	0	0	0	1	0
		第6步	6	5	4	0	0	3			2	0	0	0	1	0
	紅3歸位→4步	第7步	6	5	4	0	0	3	0	1	2	0	0	0		
		第8步	6	5	4	0	0			1	2	0	0	0	0	3
		第9步	6	5	4			0	0	1	2	0	0	0	0	3
		第10步	6	5	4	3	0	0	0	1	2	0	0	0		
	紅1、2一起歸位 →2步	第11步	6	5	4	3			0	1	2	0	0	0	0	0
	第12步	6	5	4	3	2	1	0			0	0	0	0	0	
	第13步	6	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0			

依照各個數字歸位步數一一記錄：2+2+2+4+2+1=13(步)

13

總 方 格 數 18		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T							
	第0步	0	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	8	0	9									
	第1步			0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	8	0	9	1	0							
	第2步	9	0	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	8				1	0						
	第3步	9			2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	8	0	0	1	0							
	第4步	9	8	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7			0	0	1	0							
	第5步	9	8			0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	2	0	0	0	1	0							
	第6步	9	8	7	0	0	3	0	4	0	5	0	6			2	0	0	0	1	0							
	第7步	9	8	7	0	0	3	0	4	0	5	0	6	0	1	2	0	0	0									
	第8步	9	8	7	0	0	3	0	4	0	5	0			1	2	0	0	0	0	6							
	第9步	9	8	7			3	0	4	0	5	0	0	0	1	2	0	0	0	0	6							
	第10步	9	8	7	6	0	3	0	4	0	5	0	0	0	1	2	0	0	0									
	第11步	9	8	7	6	0	3	0	4	0			0	0	1	2	0	0	0	0	5							
	第12步	9	8	7	6			0	4	0	3	0	0	0	1	2	0	0	0	0	5							
	第13步	9	8	7	6	5	0	0	4	0	3	0	0	0	1	2	0	0	0									
	第14步	9	8	7	6	5	0	0			3	0	0	0	1	2	0	0	0	0	4							
	第15步	9	8	7	6	5					0	0	3	0	0	1	2	0	0	0	4							
	第16步	9	8	7	6	5	4	0	0	0	3	0	0	0	1	2	0	0	0									
	第17步	9	8	7	6	5	4	0	0	0			0	0	1	2	0	0	0	0	3							
	第18步	9	8	7	6	5	4			0	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	3							
	第19步	9	8	7	6	5	4	3	0	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0									
	第20步	9	8	7	6	5	4	3			0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0							
	第21步	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	0	0	0			0	0	0	0	0							
第22步	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
依照各個數字歸位步數一一記錄：2+2+2+4+3+3+3+2+1=22(步)																												
總 方 格 數 24		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	
	第0步	0	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	8	0	9	0	10	0	11	0	12			
	第1步			0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	8	0	9	0	10	0	11	0	12	1	0	
	第2步	12	0	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	8	0	9	0	10	0	11				1	0
	第3步	12			2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	8	0	9	0	10	0	11	0	0	1	0	
	第4步	12	11	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	8	0	9	0	10			0	0	1	0	
	第5步	12	11			0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	8	0	9	0	10	2	0	0	0	1	0	
	第6步	12	11	10	0	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	8	0	9			2	0	0	0	1	0	
	第7步	12	11	10	0	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	8	0	9	0	1	2	0	0	0			
	第8步	12	11	10	0	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	8	0			1	2	0	0	0	0	9	
	第9步	12	11	10			3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	8	0	0	1	2	0	0	0	0	0	9	
	第10步	12	11	10	9	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	8	0	0	1	2	0	0	0				
	第11步	12	11	10	9	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0			0	0	1	2	0	0	0	0	8	
	第12步	12	11	10	9			0	4	0	5	0	6	0	7	0	3	0	0	0	1	2	0	0	0	0	8	
	第13步	12	11	10	9	8	0	0	4	0	5	0	6	0	7	0	3	0	0	0	1	2	0	0	0			
	第14步	12	11	10	9	8	0	0	4	0	5	0	6	0			3	0	0	1	2	0	0	0	0	7		
	第15步	12	11	10	9	8			4	0	5	0	6	0	0	0	3	0	0	1	2	0	0	0	0	7		
	第16步	12	11	10	9	8	7	0	4	0	5	0	6	0	0	0	3	0	0	1	2	0	0	0				
	第17步	12	11	10	9	8	7	0	4	0	5	0			0	0	3	0	0	1	2	0	0	0	0	6		
	第18步	12	11	10	9	8	7			0	5	0	4	0	0	0	3	0	0	1	2	0	0	0	0	6		
	第19步	12	11	10	9	8	7	6	0	0	5	0	4	0	0	0	3	0	0	1	2	0	0	0				
	第20步	12	11	10	9	8	7	6	0	0			4	0	0	0	3	0	0	1	2	0	0	0	0	5		
	第21步	12	11	10	9	8	7	6			0	0	4	0	0	0	3	0	0	1	2	0	0	0	0	5		
	第22步	12	11	10	9	8	7	6	5	0	0	0	4	0	0	0	3	0	0	1	2	0	0	0				
	第23步	12	11	10	9	8	7	6	5	0	0	0			0	0	3	0	0	1	2	0	0	0	0	4		
	第24步	12	11	10	9	8	7	6	5			0	0	0	0	0	3	0	0	1	2	0	0	0	0	4		
	第25步	12	11	10	9	8	7	6	5	4	0	0	0	0	0	0	3	0	0	1	2	0	0	0				
	第26步	12	11	10	9	8	7	6	5	4	0	0	0	0	0			0	0	1	2	0	0	0	0	3		
	第27步	12	11	10	9	8	7	6	5	4			0	0	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	3		
	第28步	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0				
	第29步	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3			0	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0		
	第30步	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0			0	0	0	0	0	0	
第31步	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
依照各個數字歸位步數一一記錄：2+2+2+4+3+3+3+3+3+3+2+1=31(步)																												

(2)利用各個數字歸位的步數紀錄，可以清楚的看出規律，我們將紅色偶數逆向排列的三種方法整理如下：

第一類

總方格數	各個數字歸位步數紀錄	總步數
12 個	2+2+2+4+2+1	13
18 個	2+2+2+4+3+3+3+2+1	22
24 個	2+2+2+4+3+3+3+3+3+3+2+1	31

第二類

總方格數	各個數字歸位步數紀錄	總步數
14 個	2+2+2+4+4+2+1	17
20 個	2+2+2+4+3+3+4+3+2+1	26
26 個	2+2+2+4+3+3+3+3+4+3+3+2+1	35

第三類

總方格數	各個數字歸位步數紀錄	總步數
16 個	2+2+2+4+3+3+2+1	19
22 個	2+2+2+4+3+3+3+3+3+2+1	28
28 個	2+2+2+4+3+3+3+3+3+3+2+1	37

2.總方格數為奇數時：

(1)與總方格數為偶數 m 的走法比較，我們發現奇數 m+1 多出的藍色方格，在移動過程中完全不影響原來偶數的走法，整理如下表：

總方格數為偶數 M=10													總方格數為奇數 M=11																		
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M					
第0步	0	1	0	2	0	3	0	4	0	5			第0步	0	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0							
第1步			0	2	0	3	0	4	0	5	1	0	第1步			0	2	0	3	0	4	0	5	0	1	0					
第2步	5	0	0	2	0	3	0	4			1	0	第2步	5	0	0	2	0	3	0	4			0	1	0					
第3步	5		2	0	3	0	4	0	0	1	0	第3步	5		2	0	3	0	4	0	0	0	0	1	0						
第4步	5	4	0	2	0	3			0	0	1	0	第4步	5	4	0	2	0	3			0	0	0	0	1	0				
第5步	5	4		0	3	2	0	0	0	1	0	第5步	5	4		0	3	2	0	0	0	0	0	1	0						
第6步	5	4	3	0			2	0	0	0	1	0	第6步	5	4	3	0			2	0	0	0	0	0	1	0				
第7步	5	4	3	0	0	1	2	0	0	0			第7步	5	4	3	0	0	1	2	0	0	0	0							
第8步	5	4	3			1	2	0	0	0	0	0	第8步	5	4	3			1	2	0	0	0	0	0	0					
第9步	5	4	3	2	1			0	0	0	0	0	第9步	5	4	3	2	1			0	0	0	0	0	0					
第10步	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0			第10步	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0						
總方格數為偶數 M=12													總方格數為奇數 M=13																		
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	
第0步	0	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6			第0步	0	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0			
第1步			0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	1	0	第1步			0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	1	0	
第2步	6	0	0	2	0	3	0	4	0	5			1	0	第2步	6	0	0	2	0	3	0	4	0	5			0	1	0	
第3步	6		2	0	3	0	4	0	5	0	0	1	0	第3步	6		2	0	3	0	4	0	5	0	0	0	0	1	0		
第4步	6	5	0	2	0	3	0	4			0	0	1	0	第4步	6	5	0	2	0	3	0	4			0	0	0	0	1	0
第5步	6	5		0	3	0	4	2	0	0	0	1	0	第5步	6	5		0	3	0	4	2	0	0	0	0	0	1	0		
第6步	6	5	4	0	0	3			2	0	0	0	1	0	第6步	6	5	4	0	0	3			2	0	0	0	0	0	1	0
第7步	6	5	4	0	0	3	0	1	2	0	0	0			第7步	6	5	4	0	0	3	0	1	2	0	0	0	0			
第8步	6	5	4	0	0			1	2	0	0	0	0	3	第8步	6	5	4	0	0			1	2	0	0	0	0	0	3	
第9步	6	5	4			0	0	1	2	0	0	0	0	3	第9步	6	5	4			0	0	1	2	0	0	0	0	0	3	
第10步	6	5	4	3	0	0	0	1	2	0	0	0			第10步	6	5	4	3	0	0	0	1	2	0	0	0	0			
第11步	6	5	4	3				0	1	2	0	0	0	0	第11步	6	5	4	3				0	1	2	0	0	0	0	0	0
第12步	6	5	4	3	2	1	0			0	0	0	0	0	第12步	6	5	4	3	2	1	0			0	0	0	0	0	0	0
第13步	6	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0			第13步	6	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0			

總方格數為偶數 M=14														總方格數為奇數 M=15																								
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	目標	7	6	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	P	Q			
第0步	0	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7			0	7	6	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0					
第1步			0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	1	0																						
第2步	7	0	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6					0	7	6	5	4	3	2	1	0								0	1	0			
第3步	7			2	0	3	0	4	0	5	0	6	0																						0	1	0	
第4步	7	6	0	2	0	3	0	4	0	5																										0	1	0
第5步	7	6			0	3	0	4	0	5	2	0	0																							0	1	0
第6步	7	6	5	0	0	3	0	4					2	0	0																					0	1	0
第7步	7	6	5	0	0	3	0	4	0		1	2	0	0																						0	1	0
第8步	7	6	5	0	0	3	0			1	2	0	0																						0	0	4	
第9步	7	6	5			3	0	0		1	2	0	0																						0	0	4	
第10步	7	6	5	4	0	3	0	0		1	2	0	0																							0		
第11步	7	6	5	4	0				0	1	2	0	0																							0	0	3
第12步	7	6	5	4	0	0				1	2	0	0																							0	0	3
第13步	7	6	5	4				0	0	1	2	0	0																							0	0	3
第14步	7	6	5	4	3	0	0			1	2	0	0																									
第15步	7	6	5	4	3			0	0	1	2	0	0																							0	0	0
第16步	7	6	5	4	3	2	1	0						0	0																				0	0	0	
第17步	7	6	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0																					0	0	0		

(2)我們發現：紅色方格數字逆向排列時，偶數 m 和奇數 m+1 的走法、總步數都會一樣。原因：在把紅色數字移到固定位置的時候，我們依次從左邊把紅色最後一個數字、紅色倒數第二個數字、紅色倒數第三個數字、...放到位置 A、位置 B、位置 C、...，總方格數偶數 m 和奇數 m+1 只差在右邊最後一個藍色方格，所以在移動過程中完全不會影響走法與排列。

(二)藍色方格數字結果為逆向排列的方法

1.總方格數為偶數時：

(1)總方格數為 12，我們將歸位方式和紅色逆向排列比較，如下圖：

紅色此時沒有順序分別，全部都用 0 來表示，藍色數字用 1、2、3、...表示。

紅色偶數逆向排列														藍色偶數逆向排列																		
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N			
第0步	0	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6			第0步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0					
第1步			0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	1	0	第1步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0				0	6		
第2步	6	0	0	2	0	3	0	4	0	5				1	0	第2步			2	0	3	0	4	0	5	0	0		1	0	6	
第3步	6			2	0	3	0	4	0	5	0			1	0	第3步	0	0	2	0	3	0	4	0	5				1	0	6	
第4步	6	5	0	2	0	3	0	4						1	0	第4步	0	0			3	0	4	0	5	0		2	1	0	6	
第5步	6	5			0	3	0	4	2	0	0	0		1	0	第5步	0	0	0	5	3	0	4	0				2	1	0	6	
第6步	6	5	4	0	0	3								1	0	第6步	0	0	0	5			4	0	0			3	2	1	0	6
第7步	6	5	4	0	0	3	0	1	2	0	0	0			第7步	0	0	0	5	6	0	4	0	0			3	2	1			
第8步	6	5	4	0	0			1	2	0	0	0		0	3	第8步	0	0	0	5	6			0	0			3	2	1	4	0
第9步	6	5	4				0	0	1	2	0	0		0	3	第9步	0	0	0	5	6	0	0					3	2	1	4	0
第10步	6	5	4	3	0	0			0	1	2	0	0		0	第10步	0	0	0	5	6	0	0			4	3	2	1			
第11步	6	5	4	3			0	1	2	0	0	0		0	第11步	0	0	0	5	6	0				4	3	2	1	0	0		
第12步	6	5	4	3	2	1	0							0	第12步	0	0	0			6	5	4	3	2	1	0	0				
第13步	6	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0			第13步	0	0	0	0	0	0	6	5	4	3	2	1					

歸位從左而右，從6到1

歸位從右而左，從1到6

※我們的發現：將藍色數字歸位時，和紅色數字歸位的不同處：紅色是由左到右，藍色由右到左。紅色由最後一個數字開始歸位，藍色由 1、2、3...開始。所以歸位方向相反，但步驟方法、步數一樣。

2.總方格數為奇數時：

(1)總方格數 M 為 13、15、17 時，歸位方式如下表：

		移動圖示與移動方法														總步數				
總 方 格 數 13		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O				
	第0步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7						
	第1步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6			7	0				
	第2步			2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	1	7	0				
	第3步	0	6	2	0	3	0	4	0	5	0			1	7	0				
	第4步	0	6			3	0	4	0	5	0	0	2	1	7	0				
	第5步	0	6	0	0	3	0	4	0	5			2	1	7	0				
	第6步	0	6	0	0			4	0	5	0	3	2	1	7	0				
	第7步	0	6	0	0	0	7	4	0	5	0	3	2	1						
	第8步	0	6			0	7	4	0	5	0	3	2	1	0	0				
	第9步	0	6	7	0			4	0	5	0	3	2	1	0	0				
	第10步	0	6	7	0	0	0	4	0	5	0	3	2	1						
	第11步	0	6	7	0	0			0	5	0	3	2	1	4	0				
	第12步	0	6	7	0	0	0	5	0			3	2	1	4	0				
	第13步	0	6	7	0	0	0	5	0	0	4	3	2	1						
	第14步	0	6	7	0	0			0	0	4	3	2	1	5	0				
	第15步	0	6	7	0	0	0	0			4	3	2	1	5	0				
	第16步	0	6	7	0	0	0	0	0	5	4	3	2	1						
	第17步	0	6	7	0	0	0			5	4	3	2	1	0	0				
	第18步	0			0	0	0	7	6	5	4	3	2	1	0	0				
第19步	0	0	0	0	0	0	7	6	5	4	3	2	1							
依照各個數字歸位步數一一記錄：2+2+2+7+3+2+1=19(步)																				
總 方 格 數 15		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q		
	第0步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	8				
	第1步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7			8	0		
	第2步			2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	1	8	0		
	第3步	0	7	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0			1	8	0		
	第4步	0	7			3	0	4	0	5	0	6	0	0	2	1	8	0		
	第5步	0	7	0	0	3	0	4	0	5	0	6			2	1	8	0		
	第6步	0	7	0	0			4	0	5	0	6	0	3	2	1	8	0		
	第7步	0	7	0	0	0	8	4	0	5	0	6	0	3	2	1				
	第8步	0	7			0	8	4	0	5	0	6	0	3	2	1	0	0		
	第9步	0	7	8	0			4	0	5	0	6	0	3	2	1	0	0		
	第10步	0	7	8	0	0	0	4	0	5	0	6	0	3	2	1				
	第11步	0	7	8	0	0			0	5	0	6	0	3	2	1	4	0		
	第12步	0	7	8	0	0	0	6	0	5	0			3	2	1	4	0		
	第13步	0	7	8	0	0	0	6	0	5	0	0	4	3	2	1				
	第14步	0	7	8	0	0	0	6			0	0	4	3	2	1	5	0		
	第15步	0	7	8	0	0	0	6	0	0			4	3	2	1	5	0		
	第16步	0	7	8	0	0	0	6	0	0	0	5	4	3	2	1				
	第17步	0	7	8	0	0			0	0	0	5	4	3	2	1	6	0		
	第18步	0	7	8	0	0	0	0	0			5	4	3	2	1	6	0		
	第19步	0	7	8	0	0	0	0	0	0	6	5	4	3	2	1				
	第20步	0	7	8	0	0	0	0			6	5	4	3	2	1	0	0		
	第21步	0			0	0	0	0	8	7	6	5	4	3	2	1	0	0		
第22步	0	0	0	0	0	0	0	8	7	6	5	4	3	2	1					
依照各個數字歸位步數一一記錄：2+2+2+7+3+3+2+1=22(步)																				

總 方 格 數 17		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	
	第0步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	8	0	9			
	第1步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	8				9	0
	第2步			2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	8	0	1	9	0	
	第3步	0	8	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0				1	9	0
	第4步	0	8			3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	0	2	1	9	0	
	第5步	0	8	0	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7			2	1	9	0	
	第6步	0	8	0	0			4	0	5	0	6	0	7	0	3	2	1	9	0	
	第7步	0	8	0	0	0	9	4	0	5	0	6	0	7	0	3	2	1			
	第8步	0	8			0	9	4	0	5	0	6	0	7	0	3	2	1	0	0	
	第9步	0	8	9	0			4	0	5	0	6	0	7	0	3	2	1	0	0	
	第10步	0	8	9	0	0	0	4	0	5	0	6	0	7	0	3	2	1			
	第11步	0	8	9	0	0			0	5	0	6	0	7	0	3	2	1	4	0	
	第12步	0	8	9	0	0	0	7	0	5	0	6	0			3	2	1	4	0	
	第13步	0	8	9	0	0	0	7	0	5	0	6	0	0	4	3	2	1			
	第14步	0	8	9	0	0	0	7			0	6	0	0	4	3	2	1	5	0	
	第15步	0	8	9	0	0	0	7	0	0	0	6			4	3	2	1	5	0	
	第16步	0	8	9	0	0	0	7	0	0	0	6	0	5	4	3	2	1			
	第17步	0	8	9	0	0	0	7	0	0			0	5	4	3	2	1	6	0	
	第18步	0	8	9	0	0	0	7			0	0	0	5	4	3	2	1	6	0	
	第19步	0	8	9	0	0	0	7	0	0	0			5	4	3	2	1	6	0	
	第20步	0	8	9	0	0	0	7	0	0	0	0	6	5	4	3	2	1			
	第21步	0	8	9	0	0			0	0	0	0	6	5	4	3	2	1	7	0	
	第22步	0	8	9	0	0	0	0	0	0			6	5	4	3	2	1	7	0	
	第23步	0	8	9	0	0	0	0	0	0	0	7	6	5	4	3	2	1			
	第24步	0	8	9	0	0	0	0	0			7	6	5	4	3	2	1	0	0	
	第25步	0			0	0	0	0	0	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	0	
第26步	0	0	0	0	0	0	0	0	9	8	7	6	5	4	3	2	1				
依照各個數字歸位步數一一記錄：2+2+2+7+3+4+3+2+1=26(步)																					

26

上述的三種走法似乎各有不同，為了尋找規律走法，把總方格數加大，收集資料之後，發現總方格數 13、19、25；總方格數 15、21、27；總方格數 17、23、29 各自有相似方法，整理成下列表格。

(2)利用各個數字歸位的步數紀錄，可以清楚的看出規律，我們將藍色奇數逆向排列的三種方法整理如下：

第一類

總方格數	各個數字歸位步數紀錄	總步數
13 個	2+2+2+7+3+2+1	19
19 個	2+2+2+7+3+ 3+3+3 +2+1	28
25 個	2+2+2+7+3+ 3+3+3+3+3+3 +2+1	37

第二類

總方格數	各個數字歸位步數紀錄	總步數
15 個	2+2+2+7+3+3+2+1	22
21 個	2+2+2+7+3+3+ 3+3+3 +2+1	31
27 個	2+2+2+7+3+3+ 3+3+3+3+3+3 +2+1	40

第三類

總方格數	各個數字歸位步數紀錄	總步數
17 個	2+2+2+7+3+4+3+2+1	26
23 個	2+2+2+7+3+3+3+4+3+3+2+1	35
29 個	2+2+2+7+3+3+3+3+3+4+3+3+3+2+1	44

(三)統整雙色逆向排列方法，找出其規律性並歸納成通用的公式

1.紅色逆向排列(偶數、奇數)和藍色逆向排列(偶數)的歸位方式、走法與總步數：

- (1)紅色逆向排列時， m (m 為偶數)與 $m+1$ 的走法規律、總步數皆一致，因為奇數 $m+1$ 多出的藍色方格，在移動過程中完全不影響原來偶數的走法。
- (2)藍色逆向排列時，當 m 為偶數的歸位方式和紅色逆向排列的偶數走法規律、總步數皆一致，只是歸位方式相反，紅色是由左到右，藍色由右到左。
- (3)根據紅色(偶數、奇數)和藍色(偶數)的走法與步數整理出的規則，並歸納出當總方格數為 M 時，總步數通用的公式。根據總步數分成三類如下：

	總方格數 M		總步數 S
	紅色逆向排列	藍色逆向排列	
第一類	12、13 個	12 個	13 步
	18、19 個	18 個	22 步
	24、25 個	24 個	31 步
	M 、 $M+1$ 個 $M=12+6(k-1)$	M 個 $M=12+6(k-1)$	$S=13+9(k-1)$ (步) ($k=1、2、3\cdots n$)
第二類	14、15 個	14 個	17 步
	20、21 個	20 個	26 步
	26、27 個	26 個	35 步
	M 、 $M+1$ 個 $M=14+6(k-1)$	M 個 $M=14+6(k-1)$	$S=17+9(k-1)$ (步) ($k=1、2、3\cdots n$)
第三類	16、17 個	16 個	19 步
	22、23 個	22 個	28 步
	28、29 個	28 個	37 步
	M 、 $M+1$ 個 $M=16+6(k-1)$	M 個 $M=16+6(k-1)$	$S=19+9(k-1)$ (步) ($k=1、2、3\cdots n$)

2.藍色逆向排列(奇數)的歸位方式、走法與總步數：

根據藍色(奇數)的走法與步數整理出的規則，並歸納出當總方格數為 M 時，總步數通用的公式。根據總步數分成三類如下：

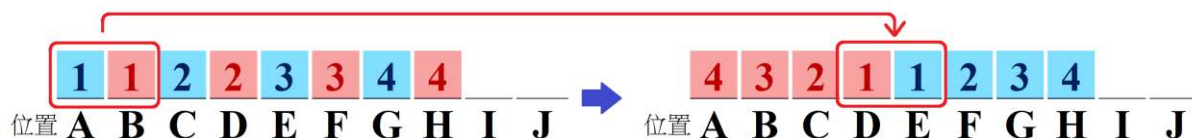
	第一類				第二類				第三類			
總方格數	13	19	25	M $M=13+6(k-1)$	15	21	27	M $M=15+6(k-1)$	17	23	29	M $M=17+6(k-1)$
總步數	19	28	37	$S=19+9(k-1)$ $k=1、2、3\cdots n$	22	31	40	$S=22+9(k-1)$ $k=1、2、3\cdots n$	26	35	44	$S=26+9(k-1)$ $k=1、2、3\cdots n$

活動三實驗結果

三、紅色與藍色方格各自加上數字排列，探討數字順序對稱時的移動方式與步數關係，並找出有規律的過程。

經過上面單色數字排列的實驗，我們想挑戰看看，當雙色都放入數字時，是否也能夠順利的進行順逆向的排列歸位；為了讓實驗更有趣，我們選擇了對稱性的排列方式，也就是紅色和藍色的數字排列為順向逆向、或是逆向順向，實驗結果如下：

(一)紅色方格數字結果為逆向排列，藍色方格數字結果為順向排列的方法



觀察實驗結果的棋盤排列時，我們發現位置(D, E)最後是(紅 1, 藍 1)，剛好是(A, B)原來一開始方格(藍 1, 紅 1)對調後的結果；若能一步移動成功，則會減少許多移動的次數。因此，我們決定先從藍色最後一個數字開始歸位。

1.總方格數為 8、9 時，歸位方式如下表。

總方格數 M=8											總方格數 M=9											
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
第0步	1	1	2	2	3	3	4	4			第0步	1	1	2	2	3	3	4	4	5		
第1步	1	1	2	2	3			4	4	3	第1步	1	1	2	2	3			4	5	4	3
第2步	1	1	2			3	2	4	4	3	第2步	1	1	2			3	2	4	5	4	3
第3步	1	1	2	4	2	3			4	3	第3步	1	1	2	4	2	3			5	4	3
第4步	1	1	2	4	2	3	3	4			第4步	1	1	2	4	2	3	3	4	5		
第5步	1	1	2	4			3	4	3	2	第5步	1	1	2	4			3	4	5	3	2
第6步	1	1			4	2	3	4	3	2	第6步	1	1			4	2	3	4	5	3	2
第7步	1	1	3	2	4			4	3	2	第7步	1	1	3	2	4			4	5	3	2
第8步	1	1	3	2	4	2	3	4			第8步	1	1	3	2	4	2	3	4	5		
第9步	1	1			4	2	3	4	2	3	第9步	1	1			4	2	3	4	5	2	3
第10步	1	1	2	4			3	4	2	3	第10步	1	1	2	4			3	4	5	2	3
第11步	1	1	2	4	3	2	3	4			第11步	1	1	2	4	3	2	3	4	5		
第12步	1	1	2			2	3	4	3	4	第12步	1	1	2			2	3	4	5	3	4
第13步			2	1	1	2	3	4	3	4	第13步			2	1	1	2	3	4	5	3	4
第14步	4	3	2	1	1	2	3	4			第14步	4	3	2	1	1	2	3	4	5		

※我們的發現：

- (1)藍 5 實驗開始前就已經放在位置 I，而實驗結束也是位置 I，所以不移動藍 5。
- (2)觀察總方格數 8 和總方格數 9 的實驗，因為藍 5 不影響歸位，所以兩個實驗移動的步數和方法皆一致，總步數也會一樣。
- (3)我們驗證接下來的實驗中，**總方格數 m(偶數)會和 m+1(奇數)呈現一致的情況，而總步數也將會一致。**
- (4)實驗過程中先以藍色數字歸位為優先，但是剩下來的紅色數字在兩兩配對時，會有奇數和偶數的差異，所以我們將實驗分類成兩種來討論。

當總方格數 M 為偶數時，紅色數字有 $\frac{M}{2}$ 個，扣除最後一步歸位的(紅 1, 藍 1)，我們分

成 $\frac{M}{2} - 1$ 為奇數和 $\frac{M}{2} - 1$ 為偶數兩個實驗進行。

2.總方格數為 8、12 時，歸位方式如下表。

總方格數 M=8											總方格數 M=12														
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
第0步	1	1	2	2	3	3	4	4			第0步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6		
第1步	1	1	2	2	3			4	4	3	第1步	1	1	2	2	3	3	4	4	5			6	6	5
第2步	1	1	2			3	2	4	4	3	第2步	1	1	2	2	3	3	4			5	4	6	6	5
第3步	1	1	2	4	2	3			4	3	第3步	1	1	2	2	3	3	4	6	4	5			6	5
第4步	1	1	2	4	2	3	3	4			第4步	1	1	2	2	3	3	4	6	4	5	5	6		
第5步	1	1	2	4			3	4	3	2	第5步	1	1	2	2	3	3	4	6			5	6	5	4
第6步	1	1			4	2	3	4	3	2	第6步	1	1	2	2	3			6	4	3	5	6	5	4
第7步	1	1	3	2	4			4	3	2	第7步	1	1	2	2	3	5	3	6	4			6	5	4
第8步	1	1	3	2	4	2	3	4			第8步	1	1	2	2	3	5	3	6	4	4	5	6		
第9步	1	1			4	2	3	4	2	3	第9步	1	1	2	2	3	5	3			4	5	6	4	6
第10步	1	1	2	4			3	4	2	3	第10步	1	1	2	2	3			3	5	4	5	6	4	6
第11步	1	1	2	4	3	2	3	4			第11步	1	1	2	2	3	4	5	3			5	6	4	6
第12步	1	1	2			2	3	4	3	4	第12步	1	1	2	2	3	4	5	3	6	4	5	6		
第13步			2	1	1	2	3	4	3	4	第13步	1	1	2			4	5	3	6	4	5	6	3	2
第14步	4	3	2	1	1	2	3	4			第14步	1	1	2	6	3	4	5			4	5	6	3	2
											第15步	1	1	2	6	3	4	5	2	3	4	5	6		
											第16步	1	1	2	6	3	4			3	4	5	6	2	5
											第17步	1	1			3	4	6	2	3	4	5	6	2	5
											第18步	1	1	6	4	3			2	3	4	5	6	2	5
											第19步			6	4	3	1	1	2	3	4	5	6	2	5
											第20步	3	4	6			1	1	2	3	4	5	6	2	5
											第21步	3	4	6	5	2	1	1	2	3	4	5	6		
											第22步	3	4			2	1	1	2	3	4	5	6	5	6
											第23步			4	3	2	1	1	2	3	4	5	6	5	6
											第24步	6	5	4	3	2	1	1	2	3	4	5	6		

根據之前的實驗，當總方格數較少時，因為數字少而容易配對，或是不需歸位就直接達到實驗目的，所以規律性和總方格數多的時候較不一致，為了想找到能夠通用於總方格數 M 的實驗規律，接下來的實驗數據將會增加到總方格數 30 以上。

3.總方格數為 16、20、24、28、32 的走法。

(1)以總方格數 16 為例，使用的方法如下圖說明：

圖示走法																	文字說明		
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	
第0步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8			① 藍 8、7、6 在歸位時無法直接對調轉入正確位置 P、O、N，所以需要先到暫存區，空出空格後再放進去。 ② 空出空格會使用「4 迴」的方式進行，也會配合讓紅色盡量聚集在一起。 ③ 三次「4 迴」共 12 步。
第1步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7			8	8	7	
第2步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6			7	6	8	8	7	
第3步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	8	6	7			8	7	
第4步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	8	6	7	7	8			
第5步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	8			7	8	7	6	
第6步	1	1	2	2	3	3	4	4	5			8	6	5	7	8	7	6	
第7步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	7	5	8	6			8	7	6	
第8步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	7	5	8	6	6	7	8			
第9步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	7	5			6	7	8	6	8	
第10步	1	1	2	2	3	3	4	4	5			5	7	6	7	8	6	8	
第11步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	6	7	5			7	8	6	8	
第12步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	6	7	5	8	6	7	8			

第13步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	6	7			6	7	8	8	5
第14步	1	1	2	2	3	3	4	4			7	6	5	6	7	8	8	5
第15步	1	1	2	2	3	3	4	4	6	7			5	6	7	8	8	5
第16步	1	1	2	2	3	3			6	7	4	4	5	6	7	8	8	5
第17步	1	1	2	2	3	3	4	7	6			4	5	6	7	8	8	5
第18步	1	1	2	2			4	7	6	3	3	4	5	6	7	8	8	5
第19步	1	1	2	2	3	6	4	7			3	4	5	6	7	8	8	5
第20步	1	1			3	6	4	7	2	2	3	4	5	6	7	8	8	5
第21步	1	1	5	8	3	6	4	7	2	2	3	4	5	6	7	8		
第22步	1	1	5	8	3	6			2	2	3	4	5	6	7	8	7	4
第23步	1	1	5	8			6	3	2	2	3	4	5	6	7	8	7	4
第24步	1	1	5	8	4	7	6	3	2	2	3	4	5	6	7	8		
第25步	1	1	5	8	4	7	6			2	3	4	5	6	7	8	2	3
第26步			5	8	4	7	6	1	1	2	3	4	5	6	7	8	2	3
第27步	6	7	5	8	4			1	1	2	3	4	5	6	7	8	2	3
第28步	6	7	5			4	8	1	1	2	3	4	5	6	7	8	2	3
第29步			5	7	6	4	8	1	1	2	3	4	5	6	7	8	2	3
第30步	8	4	5	7	6			1	1	2	3	4	5	6	7	8	2	3
第31步	8	4	5			6	7	1	1	2	3	4	5	6	7	8	2	3
第32步	8			5	4	6	7	1	1	2	3	4	5	6	7	8	2	3
第33步	8	7	6	5	4			1	1	2	3	4	5	6	7	8	2	3
第34步	8	7	6	5	4	3	2	1	1	2	3	4	5	6	7	8		

①藍 3、藍 2 歸位時可直接對調歸位，空出空格會使用「2 折」的方式進行。

②兩次「2 折」共 4 步。

①進行紅 2、3 配對。

②紅 2、3 是實驗的最後一步，因此先放到暫存區等待。

①將藍 1 紅 1 對調放入 (I, H)。

②將剩下紅色數字配對歸位，最後將暫存區的紅 2、3 對調放入 (G, F)。

(2)將總方格數為 16、20、24、28、32 的走法整理如下，並觀察其規律性。

總方格數 走法	16	20	24	28	32
藍色三個數字使用「4 迴」	8、7、6 4×3=12 步	10、9、8 4×3=12 步	12、11、10 4×3=12 步	14、13、12 4×3=12 步	16、15、14 4×3=12 步
藍色剩下數字(除藍 1 之外)使用「2 折」	5、4、3、2 2×4=8 步	765432 2×6=12 步	98765432 2×8=16 步	11→2 2×10=20 步	13→2 2×12=24 步
空出暫存區	1 步	1 步	1 步	1 步	1 步
進行紅 2、配對，並將紅 2、3 放置暫存區	3+1=4 步	3+1=4 步	3+1=4 步	3+1=4 步	3+1=4 步
藍 1 紅 1 歸位	1 步	1 步	1 步	1 步	1 步
紅色數字(除 1、2、3 外)進行配對與歸位	7 步	9 步	11 步	13 步	15 步
紅 2、3 歸位	1 步	1 步	1 步	1 步	1 步
總步數	34 步	40 步	46 步	52 步	58 步

※我們的發現：

①總方格數 8 和 12 都因為字母數較少，移動時就一起配對和歸位，所以步數較無規律，但是移動方法是相同的。

②觀察使用「2 折」時會因為字母增加 2 個而有規律的增加 4 步。

③紅色字母進行配對和歸位，因為字母數增加，會依序增加 2 步。

④根據活動三一開始的觀察，當紅色逆向、藍色順向排列時，奇數和偶數方法與步數皆相同，所以可以得知：

總方格數 M	16	17	20	21	24	25	28	29	32	33
總步數 S	34	34	40	40	46	46	52	52	58	58

4.總方格數為 18、22、26、30、34 的走法。

(1)以總方格數 18 為例，使用的方法如下圖說明：

圖示走法與文字說明																					
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	
第0步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9			
第1步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8			9	9	8	
第2步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7			8	7	9	9	8	
第3步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	9	7	8			9	8	
第4步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	9	7	8	8	9			
第5步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	9			8	9	8	7	
第6步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6			9	7	6	8	9	8	7	
第7步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	8	6	9	7			9	8	7	
第8步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	8	6	9	7	7	8	9			
第9步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	8	6			7	8	9	7	9	
第10步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6			6	8	7	8	9	7	9	
第11步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	7	8	6			8	9	7	9	
第12步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	7	8	6	9	7	8	9			
第13步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	7	8			7	8	9	9	6	
第14步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5			8	7	6	7	8	9	9	6	
第15步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	7	8			6	7	8	9	9	6	
第16步	1	1	2	2	3	3	4	4			7	8	5	5	6	7	8	9	9	6	
第17步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	8	7			5	6	7	8	9	9	6	
第18步	1	1	2	2	3	3			5	8	7	4	4	5	6	7	8	9	9	6	
第19步	1	1	2	2	3	3	4	7	5	8			4	5	6	7	8	9	9	6	
第20步	1	1	2	2			4	7	5	8	3	3	4	5	6	7	8	9	9	6	
第21步	1	1	2	2	3	8	4	7	5			3	4	5	6	7	8	9	9	6	
第22步	1	1			3	8	4	7	5	2	2	3	4	5	6	7	8	9	9	6	
第23步	1	1	6	9	3	8	4	7	5	2	2	3	4	5	6	7	8	9			
第24步	1	1	6	9	3	8	4			2	2	3	4	5	6	7	8	9	5	7	
第25步	1	1	6	9			4	8	3	2	2	3	4	5	6	7	8	9	5	7	
第26步	1	1	6	9	7	5	4	8	3	2	2	3	4	5	6	7	8	9			
第27步	1	1	6	9	7	5	4	8			2	3	4	5	6	7	8	9	2	3	
第28步	1	1	6	9	7			8	4	5	2	3	4	5	6	7	8	9	2	3	
第29步	1	1			7	9	6	8	4	5	2	3	4	5	6	7	8	9	2	3	
第30步	1	1	4	8	7	9	6			5	2	3	4	5	6	7	8	9	2	3	
第31步	1	1	4		9	6	7	8	5	2	3	4	5	6	7	8	9	2	3		
第32步	1	1	4	5	8	9	6	7			2	3	4	5	6	7	8	9	2	3	
第33步			4	5	8	9	6	7	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	2	3	
第34步	9	8	4	5			6	7	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	2	3	
第35步	9	8			5	4	6	7	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	2	3	
第36步	9	8	7	6	5	4			1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	2	3	
第37步	9	8	7	6	5	4	3	2	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9			

①藍 9、8、7 歸位時無法直接對調轉入正確位置 R、Q、P，所以先到暫存區，空出空格後再放進去。

②空出空格會使用「4 迴」的方式進行，也會配合讓紅色盡量聚集在一起。

③三次「4 迴」共 12 步。

①藍 6、5、4、3、2 可以直接對調歸位，空出空格會使用「2 折」的方式進行。

②五次「2 折」共 14 步。

①進行紅 2、3 配對。

②紅 2、3 是實驗的最後一步，先放到暫存區等待。

①先進行紅 9、8 配對，才能在藍 1 紅 1 歸位後，跟著迅速歸位。

②將藍 1 紅 1 對調放入 (J, I)。

①剩下數字配對歸位。

②最後將暫存區的紅 2、3 對調放入 (H, G)。

①藍 9、8、7 歸位時無法直接對調轉入正確位置 R、Q、P，所以先到暫存區，空出空格後再放進去。

②空出空格會使用「4 迴」的方式進行，也會配合讓紅色盡量聚集在一起。

③三次「4 迴」共 12 步。

①藍 6、5、4、3、2 可以直接對調歸位，空出空格會使用「2 折」的方式進行。

②五次「2 折」共 14 步。

①進行紅 2、3 配對。

②紅 2、3 是實驗的最後一步，先放到暫存區等待。

①先進行紅 9、8 配對，才能在藍 1 紅 1 歸位後，跟著迅速歸位。

②將藍 1 紅 1 對調放入 (J, I)。

①剩下數字配對歸位。

②最後將暫存區的紅 2、3 對調放入 (H, G)。

(2)將總方格數為 18、22、26、30、34 的走法整理如下，並觀察其規律性。

總方格數	18	22	26	30	34
走法					
藍色三個數字使用「4 迴」	9、8、7 4×3=12 步	11、10、9 4×3=12 步	13、12、11 4×3=12 步	15、14、13 4×3=12 步	17、16、15 4×3=12 步
藍色剩下數字(除 1 外)使用「2 折」	65432 2×5=10 步	8765432 2×7=14 步	10→2 2×9=18 步	12→2 2×11=22 步	14→2 2×13=26 步
空出暫存區	1 步	1 步	1 步	1 步	1 步
進行紅 2、3 配對，並將紅 2、3 放置暫存區	3+1=4 步	3+1=4 步	3+1=4 步	3+1=4 步	3+1=4 步

進行紅色兩組 配對	5步	5步	5步	5步	5步
藍1紅1歸位	1步	1步	1步	1步	1步
紅色數字(除1、 2、3外)進行 配對與歸位	3步	7步	11步	15步	19步
紅2、3歸位	1步	1步	1步	1步	1步
總步數	37步	45步	53步	61步	69步

※我們的發現：

- ①總方格數 10 和 14 都因為數字數量較少，移動時就一起配對和歸位，所以步數較無規律，但是移動方法是相同的。
- ②觀察使用「2折」時會因為數字增加 2 個而有規律的增加 4 步。
- ③紅色數字進行配對和歸位，因為數字數量增加，會依序增加 4 步。
 - I.當總方格數是 12、16、20、...時，紅藍色數字個數各為 6、8、10、...，扣除紅 1 和藍 1 是一起歸位的，剩下紅色數字為奇數個，所以會先將最左邊的紅色數字單獨歸位，再兩兩配對。
 - II.當總方格數是 14、18、22、...時，紅藍色數字個數各為 7、9、11、...，扣除紅 1 和藍 1 是一起歸位，剩下紅色數字為偶數個，所以兩兩配對完再歸位。
 根據 I、II 發現，總方格數為 M(偶數)時，當 $M \div 2$ 為奇數，紅色數字配對歸位依序增加 4 步；當 $M \div 2$ 為偶數，紅色數字配對歸位依序增加 2 步。
- ④根據活動三一開始的觀察，當紅色逆向、藍色順向排列時，奇數和偶數方法與步數皆相同，所以可以得知：

總方格數	18	19	22	23	26	27	30	31	34	35
總步數	37	37	45	45	53	53	61	61	69	69

(二)紅色方格數字結果為順向排列，藍色方格結果為逆向排列的方法

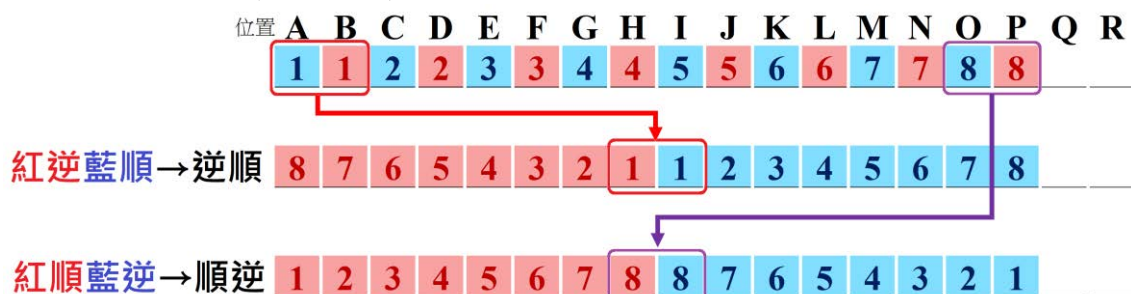
我們觀察了棋盤的規律，和上面實驗都一樣，將總方格數 M 分成奇數和偶數討論。接下來的實驗中，為了快速清楚說明雙色的情況，當紅色方格數字結果逆向排列，藍色方格數字結果順向排列的活動，我們簡稱為「逆順」；當紅色方格數字結果順向排列，藍色方格數字結果逆向排列的活動，我們簡稱為「順逆」。

在偶數情況時(利用總方格數 M=16 舉例)：

如下圖，我們發現之前使用藍 1 紅 1 直接對調歸位的方法，也可以使用在現在這個實驗中，但這次須將藍 8 紅 8 從最右邊對調歸位；如果要保留藍 8 紅 8 歸位，那就需要從棋盤左邊開始進行。參考活動一和活動二的研究，當單一顏色字母排列時，從左而右順向的數字也較容易歸位，所以以下實驗將從紅色 1 開始。

「逆順」：從藍色(由右而左)開始歸位，實驗最後一步是將藍 1 紅 1 放入正中間。

「順逆」：從紅色(由左而右)開始歸位，實驗最後一步是將藍 8 紅 8 放入正中間。



③整理紅色數字順向排列，藍色數字逆向排列中，總方格數 M 為偶數的步數如下：

總方格數	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
總步數	34	37	40	45	46	53	52	61	58	69

2.總方格數為奇數時，歸位方式如下：

當總方格數 M 為奇數時，紅色數字有 $\frac{M-1}{2}$ 個，我們分成 $\frac{M-1}{2}$ 為奇數和 $\frac{M-1}{2}$ 為偶數兩個實驗進行，分別記錄並找尋是否有規律性。

(1)以總方格數 15 為例，使用的方法如下圖說明：

圖示走法																文字說明			
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q		
第0步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8				
第1步	1			2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	2	1		
第2步	1	3	2			3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	2	1		
第3步			2	3	1	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	2	1		
第4步	1	2	2	3	1	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8				
第5步	1	2			1	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	3	2		
第6步	1	2	4	3	1			4	5	5	6	6	7	7	8	3	2		
第7步	1			3	1	4	2	4	5	5	6	6	7	7	8	3	2		
第8步	1	2	3	3	1	4	2	4	5	5	6	6	7	7	8				
第9步	1	2	3			4	2	4	5	5	6	6	7	7	8	1	3		
第10步	1	2	3	2	4			4	5	5	6	6	7	7	8	1	3		
第11步	1	2			4	2	3	4	5	5	6	6	7	7	8	1	3		
第12步	1	2	3	1	4	2	3	4	5	5	6	6	7	7	8				
第13步	1	2	3			2	3	4	5	5	6	6	7	7	8	4	1		
第14步	1	2	3	4	3	2			5	5	6	6	7	7	8	4	1		
第15步	1	2	3	4			2	3	5	5	6	6	7	7	8	4	1		
第16步	1	2	3	4	5	5	2	3			6	6	7	7	8	4	1		
第17步	1	2	3	4	5			3	2	5	6	6	7	7	8	4	1		
第18步	1	2	3	4	5	6	6	3	2	5			7	7	8	4	1		
第19步	1	2	3	4	5	6			2	5	3	6	7	7	8	4	1		
第20步	1	2	3	4	5	6	7	7	2	5	3	6	7	7	8	4	1		
第21步	1	2	3	4	5	6	7			5	3	6	2	7	8	4	1		
第22步	1	2	3	4	5	6	7	8	7	5	3	6	2			4	1		
第23步	1	2	3	4	5	6	7	8	7	5	6	2			3	4	1		
第24步	1	2	3	4	5	6	7	8	7	5	6	2			3	4	1		
第25步	1	2	3	4	5	6	7	8	7	5	6	2	1	4	3				
第26步	1	2	3	4	5	6	7	8	7			2	1	4	3	6	5		
第27步	1	2	3	4	5	6	7	8	7	1	2			4	3	6	5		
第28步	1	2	3	4	5	6	7	8	7	1	2	5	6	4	3				
第29步	1	2	3	4	5	6	7	8	7	1	2	5	6			3	4		
第30步	1	2	3	4	5	6	7	8	7			5	6	2	1	3	4		
第31步	1	2	3	4	5	6	7	8	7	6	5			2	1	3	4		
第32步	1	2	3	4	5	6	7	8	7	6	5	4	3	2	1				

①紅 1、2、3 在歸位時，無法直接對調轉入正確位置，所以先到暫存區，然後空出空格，再放進去。

②會使用「4 迴」的方式進行，也會盡量讓藍色聚集在一起。

③三次「4 迴」共 12 步。

①紅 4、5、6、7 空出空位並對調歸位。

②我們發現第 20 步將藍 7、2 對調到(N, M)，能使藍 7、8 配對，再移動一步就能歸位，此時會使用「2 折」。

③五次「2 折」共 10 步。

①進行藍色數字(除 7、8 外)的配對。

②經過配對和歸位即可成功。

(2)將總方格數為 15、19、23、27 的走法整理如下，並觀察其規律性。

總方格數	15	19	23	27
走法				
紅色三個數字使用「4 迴」	1、2、3 4×3=12 步	1、2、3 4×3=12 步	1、2、3 4×3=12 步	1、2、3 4×3=12 步

紅色剩下數字和藍色最左邊兩個數字使用「2折」	紅 4、5、6、7 藍 7、8(同時) $2 \times (4+1) = 10$ 步	紅 456789 藍 9、10(同時) $2 \times (6+1) = 14$ 步	紅 4→11 藍 11、12(同時) $2 \times (8+1) = 18$ 步	紅 4→13 藍 13、14(同時) $2 \times (10+1) = 22$ 步
藍色數字(除最左邊兩個外)進行配對與歸位	10 步	14 步	18 步	22 步
總步數	32 步	40 步	48 步	56 步

(3)以總方格數 13 為例，整理如下：

一開始我們仍然使用之前的方式嘗試，紅 1、2、3 都使用「4 迴」，接著紅色其它數字都不再移動到暫存區，但是當換到藍色數字時，不論怎麼配對都無法成功，我們觀察到和藍色數字排列順序有關，為了找到能夠配對的可能性，又嘗試了許多不同的歸位方式，最後發現當我們將紅色數字全部使用暫存區來歸位時，最右邊的兩個方格也可以利用暫存區進行最後的歸位，來完成排列，步驟如下表：

圖示走法														文字說明			
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O		
第0步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7				
第1步	1			2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	2	1		①紅 1、2、3 無法直接對調轉入正確位置 A、B、C，所以先到暫存區，然後空出空格，再放進去。
第2步	1	3	2			3	4	4	5	5	6	6	7	2	1		②會使用「4 迴」的方式進行，也會盡量讓藍色聚集在一起。
第3步			2	3	1	3	4	4	5	5	6	6	7	2	1		③三次「4 迴」共 12 步。
第4步	1	2	2	3	1	3	4	4	5	5	6	6	7				
第5步	1	2			1	3	4	4	5	5	6	6	7	3	2		
第6步	1	2	4	3	1			4	5	5	6	6	7	3	2		
第7步	1			3	1	4	2	4	5	5	6	6	7	3	2		
第8步	1	2	3	3	1	4	2	4	5	5	6	6	7				
第9步	1	2	3			4	2	4	5	5	6	6	7	1	3		
第10步	1	2	3	2	4			4	5	5	6	6	7	1	3		
第11步	1	2			4	2	3	4	5	5	6	6	7	1	3		
第12步	1	2	3	1	4	2	3	4	5	5	6	6	7				
第13步	1	2	3	1	4	2	3			5	6	6	7	5	4		
第14步	1	2	3			2	3	4	1	5	6	6	7	5	4		
第15步	1	2	3	4	5	2	3	4	1	5	6	6	7				
第16步	1	2	3	4			3	4	1	5	6	6	7	2	5		
第17步	1	2	3	4	5	1	3	4			6	6	7	2	5		
第18步	1	2	3	4	5	1	3	4	5	2	6	6	7				
第19步	1	2	3	4	5	1	3	4	5	2	6			7	6		
第20步	1	2	3	4	5	1	3	4	5			6	2	7	6		
第21步	1	2	3	4	5	1			5	4	3	6	2	7	6		
第22步	1	2	3	4	5	1	2	6	5	4	3			7	6		
第23步	1	2	3	4	5			6	5	4	3	2	1	7	6		
第24步	1	2	3	4	5	6	7	6	5	4	3	2	1				

(4)將總方格數為 13、17、21、25 的走法整理如下，並觀察其規律性。

總方格數	13	17	21	25
走法				
紅色前三個數字使用「4 迴」	1、2、3 $4 \times 3 = 12$ 步	1、2、3 $4 \times 3 = 12$ 步	1、2、3 $4 \times 3 = 12$ 步	1、2、3 $4 \times 3 = 12$ 步

紅色剩下數字(除最後1個外), 使用「3彎」	紅 4、5 3×2=6步	紅 4、5、6、7 3×4=12步	紅 456789 3×6=18步	紅 4→11 3×8=24步
紅色藍色最後1個數字到暫存區	紅 6、藍 7 1步	紅 8、藍 9 1步	紅 10、藍 11 1步	紅 12、藍 13 1步
藍色數字(除最後1個外), 進行配對與歸位	4步	10步	16步	22步
暫存區歸位	藍 G、紅 F 1步	藍 I、紅 H 1步	藍 K、紅 J 1步	藍 M、紅 L 1步
總步數	24步	36步	48步	60步

※我們的發現：

①總方格數 M 為偶數時，和紅色數字逆向、藍色數字順向的情況相似，走法對稱但是步數一致。

②總方格數 M 為奇數時， $\frac{M-1}{2}$ 為奇數的總步數皆會相差 8 步，因為紅色數字「2折」和藍色數字配對歸位各增加 4 步。 $\frac{M-1}{2}$ 為偶數的總步數皆會相差 12 步，因為紅色數字「3彎」和藍色數字配對歸位各增加 6 步。

(三)統整雙色順逆向對稱排列的方法，找出其規律性並歸納成通用的公式

1.紅色方格數字逆向排列，藍色方格數字順向排列

(1)總方格數 m (m 為偶數)與 $m+1$ (奇數)的走法規律、總步數皆一致，因為奇數 $m+1$ 多出的藍色方格，在移動過程中完全不影響原來偶數的走法。

(2)總方格數為 M 時，分成兩類整理如下：

	總方格數 M	總步數 S
第一類	16、17 個	34 步
	20、21 個	40 步
	24、25 個	46 步
	28、29 個	52 步
	M 、 $M+1$ 個 $M=16+4(k-1)$	$S=34+6(k-1)$ (步) ($k=1、2、3\cdots n$)
第二類	18、19 個	37 步
	22、23 個	45 步
	26、27 個	53 步
	30、31 個	61 步
	M 、 $M+1$ 個 $M=18+4(k-1)$	$S=37+8(k-1)$ (步) ($k=1、2、3\cdots n$)

2.紅色方格數字順向排列，藍色方格數字逆向排列

(1)總方格數 M 為偶數時，會和「逆順」的走法規律、總步數皆一致，只是歸位方式相反，
「逆順」是藍色數字由右而左歸位，「順逆」是紅色數字由左而右歸位。

	第一類					第二類				
總方格數	16	20	24	28	M 個 $M=16+4(k-1)$	18	22	26	30	M 個 $M=18+4(k-1)$
總步數	34	40	46	52	$S=34+6(k-1)$ (步) ($k=1、2、3\cdots n$)	37	45	53	61	$S=37+8(k-1)$ (步) ($k=1、2、3\cdots n$)

(2)總方格數 M 為奇數時，分成兩類整理如下：

	第一類					第二類				
總方格數	13	17	21	25	M 個 $M=13+4(k-1)$	15	19	23	27	M 個 $M=15+4(k-1)$
總步數	24	36	48	60	$S=24+12(k-1)$ (步) ($k=1、2、3\cdots n$)	32	40	48	56	$S=32+8(k-1)$ (步) ($k=1、2、3\cdots n$)

伍、討論

- 一、因礙於作品說明書 30 頁限制，兩色數字同為順向或是逆向，留為下次參展時的研究方向。
- 二、研究過程中發現空格的位置和數量會大大影響走法以及步數，我們有嘗試將空格放置在紅色和藍色中間，或是增加空格的數量，雖然實驗都有成功，但是並未找到一致的規律或走法，所以這次沒有把空格納入實驗變因。
- 三、若是實驗數量太少，容易讓步驟不足，產生公式或說明出現瑕疵。
- 四、研究的結果中，發現不僅總方格數奇數、偶數跟數字個數各有數學關係，更發現數字數量與步數亦有特殊的數字關係存在。
- 五、移動方格的過程中，會出現恰好配對的情況，為了驗證是否真的是恰好，會再把方格數量變多，繼續嘗試是否有規律走法。

陸、結論

- 一、單色方格加上數字，結果為順向排列，探討移動方式與步數關係，並找出有規律的過程。
 - 1.紅色順向與藍色順向的比較：紅色順向、藍色順向在總方格數 8、9，總方格數 10、11，總方格數 12、13， \cdots ， m (m 為偶數)與 $m+1$ 的走法、步數一致，要歸位的紅色數字數量和藍色數量數量相同，走法相同，歸位方向相反。
 - 2.整理歸位方法如下：
根據紅色和藍色，奇數、偶數的走法與步數整理出紅色、藍色數字順向的規則，並歸納出當總方格數為 M 時，總步數通用的公式。

總方格數	紅色 8、9 個 藍色 8、9 個	紅色 10、11 個 藍色 10、11 個	紅色 12、13 個 藍色 12、13 個	紅色 $M、M+1$ 個 藍色 $M、M+1$ 個 $M=8+2(k-1)$
總步數 S	14	16	18	$S=14+2(k-1)$ ($k=1、2、3\cdots n$)

二、單色方格加上數字，結果為逆向排列，探討移動方式與步數關係，並找出有規律的過程。

1.紅色逆向排列(偶數、奇數)和藍色逆向排列(偶數)的歸位方式、走法與總步數：

- (1)紅色逆向排列時， m (m 為偶數)與 $m+1$ 的走法規律、總步數皆一致，因為奇數 $m+1$ 多出的藍色方格，在移動過程中完全不影響原來偶數的走法。
- (2)藍色逆向排列時，當 m 為偶數的歸位方式和紅色逆向排列的偶數走法規律、總步數皆一致，只是歸位方式相反，紅色是由左到右，藍色由右到左。
- (3)根據紅色(偶數、奇數)和藍色(偶數)的走法與步數整理出的規則，並歸納出當總方格數為 M 時，總步數通用的公式。根據總步數分成三類如下：

	總方格數 M		總步數 S
	紅色逆向排列	藍色逆向排列	
第一類	12、13 個	12 個	13 步
	18、19 個	18 個	22 步
	24、25 個	24 個	31 步
	M 、 $M+1$ 個 $M=12+6(k-1)$	M 個 $M=12+6(k-1)$	$S=13+9(k-1)$ (步) ($k=1、2、3\cdots n$)
第二類	14、15 個	14 個	17 步
	20、21 個	20 個	26 步
	26、27 個	26 個	35 步
	M 、 $M+1$ 個 $M=14+6(k-1)$	M 個 $M=14+6(k-1)$	$S=17+9(k-1)$ (步) ($k=1、2、3\cdots n$)
第三類	16、17 個	16 個	19 步
	22、23 個	22 個	28 步
	28、29 個	28 個	37 步
	M 、 $M+1$ 個 $M=16+6(k-1)$	M 個 $M=16+6(k-1)$	$S=19+9(k-1)$ (步) ($k=1、2、3\cdots n$)

2.藍色逆向排列(奇數)的歸位方式、走法與總步數：

根據藍色(奇數)的走法與步數整理出的規則，並歸納出當總方格數為 M 時，總步數通用的公式。根據總步數分成三類如下：

	第一類			第二類			第三類					
總方格數	13	19	25	M $M=13+6(k-1)$	15	21	27	M $M=15+6(k-1)$	17	23	29	M $M=17+6(k-1)$
總步數	19	28	37	$S=19+9(k-1)$ $k=1、2、3\cdots n$	22	31	40	$S=22+9(k-1)$ $k=1、2、3\cdots n$	26	35	44	$S=26+9(k-1)$ $k=1、2、3\cdots n$

三、紅色與藍色方格各自加上數字排列，探討數字順序對稱時的移動方式與步數關係，並找出有規律的過程。

(一)紅色方格數字逆向排列，藍色方格數字順向排列

- (1)總方格數 m (m 為偶數)與 $m+1$ (奇數)的走法規律、總步數皆一致，因為奇數 $m+1$ 多出的藍色方格，在移動過程中完全不影響原來偶數的走法。

(2)分成兩類整理如下：

	總方格數 M	總步數 S
第一類	16、17 個	34 步
	20、21 個	40 步
	24、25 個	46 步
	28、29 個	52 步
	M、M+1 個 $M=16+4(k-1)$	$S=34+6(k-1)$ (步) ($k=1、2、3\cdots n$)
第二類	18、19 個	37 步
	22、23 個	45 步
	26、27 個	53 步
	30、31 個	61 步
	M、M+1 個 $M=18+4(k-1)$	$S=37+8(k-1)$ (步) ($k=1、2、3\cdots n$)

(二)紅色方格字母順向排列，藍色方格字母逆向排列

(1)總方格數 M 為偶數時，會和「逆順」的走法規律、總步數皆一致，只是歸位方式相反，「逆順」是藍色數字由右而左歸位，「順逆」是紅色數字由左而右歸位。

	第一類					第二類				
總方格數	16	20	24	28	M 個 $M=16+4(k-1)$	18	22	26	30	M 個 $M=18+4(k-1)$
總步數	34	40	46	52	$S=34+6(k-1)$ (步) ($k=1、2、3\cdots n$)	37	45	53	61	$S=37+8(k-1)$ (步) ($k=1、2、3\cdots n$)

(2)總方格數 M 為奇數時，分成兩類整理如下：

	第一類					第二類				
總方格數	13	17	21	25	M 個 $M=13+4(k-1)$	15	19	23	27	M 個 $M=15+4(k-1)$
總步數	24	36	48	60	$S=24+12(k-1)$ (步) ($k=1、2、3\cdots n$)	32	40	48	56	$S=32+8(k-1)$ (步) ($k=1、2、3\cdots n$)

柒、參考資料

- 一、趣味數學-棋藝篇 / 新潮社文化出版
- 二、跳島攻法 / 中華民國第四十七屆中小學科學展覽會國小組作品
- 三、步步回營 / 中華民國第五十八屆中小學科學展覽會國小組作品
- 四、物換形移 / 中華民國 103 學年度台中市小學科學展覽會國小組作品

【評語】 080401

此作品綜合兩種棋類遊戲的規則，探討在不同目標下雙色數字牌卡的歸位問題。作者先以簡單的例子實際操作，透過移動過程觀察棋子移動方式與總步數的關係，進而推廣到一般情況。但作品中的通則，僅根據有限的例子猜測，嚴謹性較為不足，建議作者可再進行數學有效推導與證明。

作品簡報

1 1 2 2 3 3 4 4 5

形單不影隻

紅藍展翅飛

科 別：數學科

組 別：國小組

作品名稱：形單不影隻，紅藍展翅飛

關 鍵 詞：顏色對調、數字排列

研究動機

- 顏色交錯擺放
- 數字按照順序擺放
- 合併

活動歷程

尋找最佳移動方式

規律走法與步數

實驗目的

單色數字排列

紅色

順向

1 2 3 ■ ■ ■ _ _

逆向

3 2 1 ■ ■ ■ _ _

藍色

順向

■ ■ ■ 1 2 3 _ _

逆向

■ ■ ■ 3 2 1 _ _

雙色數字排列

紅色逆向藍色順向

3 2 1 1 2 3 _ _

紅色順向藍色逆向

1 2 3 3 2 1 _ _

規則

● 如何擺放



● 移動方式



● 實驗結果



活動一

紅色或藍色方格加上數字，結果為**順向排列**，探討移動方式與步數關係，並找出有規律的過程(單色數字用1、2、3、...表示，無數字的另一色全部都用0來表示)。

紅色總方格數為**偶數**時：

▶ **紅1、紅2歸位**：可調整空間較小，進行兩次「4迴」

▶ **紅3歸位**：可調整空間增大，由「4迴」減為「3彎」

▶ 調整空間持續增大，後面的紅色方格，只要使用「2折」就可歸位，**多一個數字歸位，多走兩步。**

M=8

M=10

M=12

目標	1	2	3	4	5	6	0	0	0	0	0	0		
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
第0步	0	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6		
第1步	0			2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	1
第2步	0	0	2			3	0	4	0	5	0	6	0	1
第3步			2	0	0	3	0	4	0	5	0	6	0	1
第4步	1	0	2	0	0	3	0	4	0	5	0	6		
第5步	1	0			0	3	0	4	0	5	0	6	0	2
第6步	1	0	3	0			0	4	0	5	0	6	0	2
第7步	1			0	3	0	0	4	0	5	0	6	0	2
第8步	1	2	0	0	3	0	0	4	0	5	0	6		
第9步	1	2	0	0			0	4	0	5	0	6	0	3
第10步	1	2			0	0	0	4	0	5	0	6	0	3
第11步	1	2	3	0	0	0	0	4	0	5	0	6		
第12步	1	2	3			0	0	4	0	5	0	6	0	0
第13步	1	2	3	4	0	0			0	5	0	6	0	0
第14步	1	2	3	4			0	0	0	5	0	6	0	0
第15步	1	2	3	4	5	0	0	0			0	6	0	0
第16步	1	2	3	4	5			0	0	0	0	6	0	0
第17步	1	2	3	4	5	6	0	0	0	0			0	0
第18步	1	2	3	4	5	6	0	0	0	0	0	0		

●總方格數 m (偶數)和 $m+1$ (奇數)的步數走法相同。

●紅色和藍色歸位方向相反。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
第0步	0	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	1
第1步	0			2	0	3	0	4	0	5	0	1
第2步	0	0	2			3	0	4	0	5	0	1
第3步			2	0	0	3	0	4	0	5	0	1
第4步	1	0	2	0	0	3	0	4	0	5		
第5步	1	0			0	3	0	4	0	5	0	2
第6步	1	0	3	0			0	4	0	5	0	2
第7步	1			0	3	0	0	4	0	5	0	2
第8步	1	2	0	0	3	0	0	4	0	5		
第9步	1	2	0	0			0	4	0	5	0	3
第10步	1	2			0	0	0	4	0	5	0	3
第11步	1	2	3	0	0	0	0	4	0	5		
第12步	1	2	3			0	0	4	0	5	0	0
第13步	1	2	3	4	0	0			0	5	0	0
第14步	1	2	3	4			0	0	0	5	0	0
第15步	1	2	3	4	5	0	0	0				0
第16步	1	2	3	4	5	0	0	0	0			

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
第0步	0	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0		
第1步	0			2	0	3	0	4	0	5	0	0	1
第2步	0	0	2			3	0	4	0	5	0	0	1
第3步			2	0	0	3	0	4	0	5	0	0	1
第4步	1	0	2	0	0	3	0	4	0	5	0		
第5步	1	0			0	3	0	4	0	5	0	0	2
第6步	1	0	3	0			0	4	0	5	0	0	2
第7步	1			0	3	0	0	4	0	5	0	0	2
第8步	1	2	0	0	3	0	0	4	0	5	0		
第9步	1	2	0	0			0	4	0	5	0	0	3
第10步	1	2			0	0	0	4	0	5	0	0	3
第11步	1	2	3	0	0	0	0	4	0	5	0		
第12步	1	2	3			0	0	4	0	5	0	0	0
第13步	1	2	3	4	0	0			0	5	0	0	0
第14步	1	2	3	4			0	0	0	5	0	0	0
第15步	1	2	3	4	5	0	0	0					0
第16步	1	2	3	4	5	0	0	0	0				

紅色順向排列

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
第0步	0	1	0	2	0	3	0	4		
第1步	0			2	0	3	0	4	0	1
第2步	0	0	2			3	0	4	0	1
第3步			2	0	0	3	0	4	0	1
第4步	1	0	2	0	0	3	0	4		
第5步	1	0			0	3	0	4	0	2
第6步	1	0	3	0			0	4	0	2
第7步	1			0	3	0	0	4	0	2
第8步	1	2	0	0	3	0	0	4		
第9步	1	2	0	0			0	4	0	3
第10步	1	2			0	0	0	4	0	3
第11步	1	2	3	0	0	0	0	4		
第12步	1	2	3			0	0	4	0	0
第13步	1	2	3	4	0	0			0	0
第14步	1	2	3	4	0	0	0	0		

藍色順向排列

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
第0步	1	0	2	0	3	0	4	0		
第1步	1	0	2	0	3			0	4	0
第2步	1	0	2			3	0	0	4	0
第3步	1	0	2	0	0	3			4	0
第4步	1	0	2	0	0	3	0	4		
第5步	1	0	2	0			0	4	3	0
第6步	1	0			0	2	0	4	3	0
第7步	1	0	0	2	0			4	3	0
第8步	1	0	0	2	0	0	3	4		
第9步	1	0			0	0	3	4	2	0
第10步	1	0	0	0			3	4	2	0
第11步	1	0	0	0	0	2	3	4		
第12步	1	0	0			2	3	4	0	0
第13步			0	0	1	2	3	4	0	0
第14步	0	0	0	0	1	2	3	4		

歸位從左而右，從1到4

歸位從右而左，從4到1

●紅色、藍色數字順向通用公式。

總方格數	紅色8、9個 藍色8、9個	紅色10、11個 藍色10、11個	紅色12、13個 藍色12、13個	紅色 M 、 $M+1$ 個 藍色 M 、 $M+1$ 個 $M=8+2(k-1)$
總步數 S	14	16	18	$S=14+2(k-1)$ ($k=1、2、3\dots n$)

活動二

紅色或藍色方格加上數字，結果為**逆向排列**，探討移動方式與步數關係，並找出有規律的過程。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
第0步	0	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	8	0	9		
第1步			0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	8	0	9	1	0
第2步	9	0	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	8			1	0
第3步	9			2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	8	0	0	1	0
第4步	9	8	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7			0	0	1	0
第5步	9	8			0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	2	0	0	0	1	0
第6步	9	8	7	0	0	3	0	4	0	5	0	6			2	0	0	0	1	0
第7步	9	8	7	0	0	3	0	4	0	5	0	6	0	1	2	0	0	0		
第8步	9	8	7	0	0	3	0	4	0	5	0			1	2	0	0	0	0	6
第9步	9	8	7			3	0	4	0	5	0	0	0	1	2	0	0	0	0	6
第10步	9	8	7	6	0	3	0	4	0	5	0	0	0	1	2	0	0	0		
第11步	9	8	7	6	0	3	0	4	0			0	0	1	2	0	0	0	0	5
第12步	9	8	7	6			0	4	0	3	0	0	0	1	2	0	0	0	0	5
第13步	9	8	7	6	5	0	0	4	0	3	0	0	0	1	2	0	0	0		
第14步	9	8	7	6	5	0	0			3	0	0	0	1	2	0	0	0	0	4
第15步	9	8	7	6	5			0	0	3	0	0	0	1	2	0	0	0	0	4
第16步	9	8	7	6	5	4	0	0	0	3	0	0	0	1	2	0	0	0		
第17步	9	8	7	6	5	4	0	0	0			0	0	1	2	0	0	0	0	3
第18步	9	8	7	6	5	4			0	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	3
第19步	9	8	7	6	5	4	3	0	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0		
第20步	9	8	7	6	5	4	3			0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0
第21步	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	0	0	0			0	0	0	0	0
第22步	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

紅色總方格數為**偶數**時：

- 一開始可調整空間較多，皆先進行三次「2折」。
- 可調整空間減少，無法直接使用「2折」時，先將數字移至暫存區，使用「4迴」或「3彎」進行歸位。
- 進行「2折」將最後兩個紅棋子歸位。
- 最後一步將暫存區的藍色棋子歸位。
- 總方格數為偶數時，紅色數字逆向排列的方法分為三種。

- 要歸位的紅色數字總數相同，總方格數 m (偶數)和 $m+1$ (奇數)步數走法相同。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
第0步	0	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6		
第1步			0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	1	0
第2步	6	0	0	2	0	3	0	4	0	5			1	0
第3步	6			2	0	3	0	4	0	5	0		1	0
第4步	6	5	0	2	0	3	0	4			0	0	1	0
第5步	6	5			0	3	0	4	2	0	0	0	1	0
第6步	6	5	4	0	0	3			2	0	0	0	1	0
第7步	6	5	4	0	0	3	0	1	2	0	0	0		
第8步	6	5	4	0	0			1	2	0	0	0	0	3
第9步	6	5	4		0	0	1	2	0	0	0	0	0	3
第10步	6	5	4	3	0	0	0	1	2	0	0	0		
第11步	6	5	4	3			0	1	2	0	0	0	0	0
第12步	6	5	4	3	2	1	0			0	0	0	0	0
第13步	6	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0

- 紅色奇偶數、藍色偶數數字逆向通用公式：

	總分格數M		總步數S
	紅色逆向排列	藍色逆向排列	
第一類	12、13個	12個	13個
	18、19個	18個	22個
	24、25個	24個	31個
	M、M+1個 $M=12+6(k-1)$	M個 $M=12+6(k-1)$	$S=13+9(k-1)$ (步) ($k=1、2、3...n$)
第二類	14、15個	14個	17個
	20、21個	20個	26個
	26、27個	26個	35個
	M、M+1個 $M=14+6(k-1)$	M個 $M=14+6(k-1)$	$S=17+9(k-1)$ (步) ($k=1、2、3...n$)
第三類	16、17個	16個	19個
	22、23個	22個	28個
	28、29個	28個	37個
	M、M+1個 $M=16+6(k-1)$	M個 $M=16+6(k-1)$	$S=19+9(k-1)$ (步) ($k=1、2、3...n$)

- 紅色和藍色總方格數偶數時，歸位方向相反，總步數相同。

紅色偶數逆向排列

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
第0步	0	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6		
第1步			0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	1	0
第2步	6	0	0	2	0	3	0	4	0	5			1	0
第3步	6			2	0	3	0	4	0	5	0		1	0
第4步	6	5	0	2	0	3	0	4			0	0	1	0
第5步	6	5			0	3	0	4	2	0	0	0	1	0
第6步	6	5	4	0	0	3			2	0	0	0	1	0
第7步	6	5	4	0	0	3	0	1	2	0	0	0		
第8步	6	5	4	0	0			1	2	0	0	0	0	3
第9步	6	5	4		0	0	1	2	0	0	0	0	0	3
第10步	6	5	4	3	0	0	0	1	2	0	0	0		
第11步	6	5	4	3			0	1	2	0	0	0	0	0
第12步	6	5	4	3	2	1	0			0	0	0	0	0
第13步	6	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0

歸位從左而右，從6到1

藍色偶數逆向排列

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
第0步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0		
第1步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0			0	6
第2步			2	0	3	0	4	0	5	0	0	1	0	6
第3步	0	0	2	0	3	0	4	0	5			1	0	6
第4步	0	0			3	0	4	0	5	0	2	1	0	6
第5步	0	0	0	5	3	0	4	0			2	1	0	6
第6步	0	0	0	5			4	0	0	3	2	1	0	6
第7步	0	0	0	5	6	0	4	0	0	3	2	1		
第8步	0	0	0	5	6			0	0	3	2	1	4	0
第9步	0	0	0	5	6	0	0			3	2	1	4	0
第10步	0	0	0	5	6	0	0	0	4	3	2	1		
第11步	0	0	0	5	6	0			4	3	2	1	0	0
第12步	0	0	0			0	6	5	4	3	2	1	0	0
第13步	0	0	0	0	0	0	6	5	4	3	2	1		

歸位從右而左，從1到6

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
第0步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	8		
第1步	1	0	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7			8	0
第2步			2	0	3	0	4	0	5	0	6	0	7	0	1	8	0
第3步	0	7	2	0	3	0	4	0	5	0	6	0			1	8	0
第4步	0	7			3	0	4	0	5	0	6	0	0	2	1	8	0
第5步	0	7	0	0	3	0	4	0	5	0	6			2	1	8	0
第6步	0	7	0	0			4	0	5	0	6	0	3	2	1	8	0
第7步	0	7	0	0	0	8	4	0	5	0	6	0	3	2	1		
第8步	0	7			0	8	4	0	5	0	6	0	3	2	1	0	0
第9步	0	7	8	0			4	0	5	0	6	0	3	2	1	0	0
第10步	0	7	8	0	0	0	4	0	5	0	6	0	3	2	1		
第11步	0	7	8	0	0			0	5	0	6	0	3	2	1	4	0
第12步	0	7	8	0	0	0	6	0	5	0			3	2	1	4	0
第13步	0	7	8	0	0	0	6	0	5	0	0	4	3	2	1		
第14步	0	7	8	0	0	0	6			0	0	4	3	2	1	5	0
第15步	0	7	8	0	0	0	6	0	0			4	3	2	1	5	0
第16步	0	7	8	0	0	0	6	0	0	0	5	4	3	2	1		
第17步	0	7	8	0	0			0	0	0	5	4	3	2	1	6	0
第18步	0	7	8	0	0	0	0			5	4	3	2	1	6	0	
第19步	0	7	8	0	0	0	0	0	0	6	5	4	3	2	1		
第20步	0	7	8	0	0	0	0			6	5	4	3	2	1	0	0
第21步	0			0	0	0	0	8	7	6	5	4	3	2	1	0	0
第22步	0	0	0	0	0	0	0	8	7	6	5	4	3	2	1		

藍色總方格數為奇數時：

- 藍色總方格數為奇數時，多出的棋子需要移動與歸位，因此需要單獨討論。
- 藍1、藍2、藍3：一開始可調整空間較多，皆先進行三次「2折」。
- 藍4：可調整的空間減少，此時先將藍色最後兩個數字配對，並使用「3彎」進行歸位。
- 使用「4迴」或「3彎」進行歸位。
- 進行「2折」將最後兩個藍棋子歸位。
- 最後一步將暫存區的紅色棋子歸位。

藍色奇數數字逆向排列的方法分為三種，通用公式如右：

	第一類				第二類				第三類			
總方格數	13	19	25	M $M=13+6(k-1)$	15	21	27	M $M=15+6(k-1)$	17	23	29	M $M=17+6(k-1)$
總步數	19	28	37	$S=19+9(k-1)$ $k=1、2、3...n$	22	31	40	$S=22+9(k-1)$ $k=1、2、3...n$	26	35	44	$S=26+9(k-1)$ $k=1、2、3...n$

活動三

紅色與藍色方格各自加上數字排列，探討數字順序對稱時的移動方式與步數關係，並找出有規律的過程。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
第0步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8		
第1步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7		8	8	7	
第2步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6		7	6	8	8	7	
第3步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	8	6	7		8	7	
第4步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	8	6	7	7	8		
第5步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	8		7	8	7	6	
第6步	1	1	2	2	3	3	4	4	5		8	6	5	7	8	7	6	
第7步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	7	5	8	6		8	7	6	
第8步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	7	5	8	6	6	7	8		
第9步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	7	5		6	7	8	6	8	
第10步	1	1	2	2	3	3	4	4	5		5	7	6	7	8	6	8	
第11步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	6	7	5		7	8	6	8	
第12步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	6	7	5	8	6	7	8		
第13步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	6	7		6	7	8	8	5	
第14步	1	1	2	2	3	3	4	4		7	6	5	6	7	8	8	5	
第15步	1	1	2	2	3	3	4	4	6	7		5	6	7	8	8	5	
第16步	1	1	2	2	3	3		6	7	4	4	5	6	7	8	8	5	
第17步	1	1	2	2	3	3	4	7	6		4	5	6	7	8	8	5	
第18步	1	1	2	2			4	7	6	3	3	4	5	6	7	8	8	5
第19步	1	1	2	2	3	6	4	7		3	4	5	6	7	8	8	5	
第20步	1	1			3	6	4	7	2	2	3	4	5	6	7	8	8	5
第21步	1	1	5	8	3	6	4	7	2	2	3	4	5	6	7	8		
第22步	1	1	5	8	3	6			2	2	3	4	5	6	7	8	7	4
第23步	1	1	5	8			6	3	2	2	3	4	5	6	7	8	7	4
第24步	1	1	5	8	4	7	6	3	2	2	3	4	5	6	7	8		
第25步	1	1	5	8	4	7	6		2	3	4	5	6	7	8	2	3	
第26步			5	8	4	7	6	1	1	2	3	4	5	6	7	8	2	3
第27步	6	7	5	8	4			1	1	2	3	4	5	6	7	8	2	3
第28步	6	7	5			4	8	1	1	2	3	4	5	6	7	8	2	3
第29步			5	7	6	4	8	1	1	2	3	4	5	6	7	8	2	3
第30步	8	4	5	7	6			1	1	2	3	4	5	6	7	8	2	3
第31步	8	4	5			6	7	1	1	2	3	4	5	6	7	8	2	3
第32步	8			5	4	6	7	1	1	2	3	4	5	6	7	8	2	3
第33步	8	7	6	5	4			1	1	2	3	4	5	6	7	8	2	3
第34步	8	7	6	5	4	3	2	1	1	2	3	4	5	6	7	8		

紅色數字**逆向排列**，藍色數字**順向排列**，
總方格數為偶數時：

逆順偶數分兩種：

$\frac{M}{2} - 1$ 為奇數	$\frac{M}{2} - 1$ 為偶數
藍色前三個數字先到暫存區進行歸位，使用「4迴」	藍色前三個數字先到暫存區進行歸位，使用「4迴」
藍色剩下數字(除藍1之外)使用「2折」	藍色剩下數字(除藍1之外)使用「2折」
空出暫存區	空出暫存區
進行紅2、紅3配對，並放置暫存區	進行紅2、紅3配對，並放置暫存區
進行紅色兩兩配對	
紅1、藍1歸位	紅1、藍1歸位
紅色數字(除1、2、3外)進行配對與歸位	紅色數字(除1、2、3外)進行配對與歸位
紅2、紅3歸位	紅2、紅3歸位

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
第0步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9		
第1步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8		9	9	8	
第2步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7		8	7	9	9	8	
第3步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	9	7	8		9	8	
第4步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	9	7	8	8	9		
第5步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	9		8	9	8	7	
第6步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6		9	7	6	8	9	8	7	
第7步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	8	6	9	7		9	8	7	
第8步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	8	6	9	7	7	8	9		
第9步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	8	6		7	8	9	7	9	
第10步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6		6	8	7	8	9	7	9	
第11步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	7	8	6		8	9	7	9	
第12步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	7	8	6	9	7	8	9		
第13步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	7	8		7	8	9	9	6	
第14步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5		8	7	6	7	8	9	9	6	
第15步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	7	8		6	7	8	9	9	6	
第16步	1	1	2	2	3	3	4	4		7	8	5	5	6	7	8	9	9	6	
第17步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	8	7		5	6	7	8	9	9	6	
第18步	1	1	2	2	3	3		5	8	7	4	4	5	6	7	8	9	9	6	
第19步	1	1	2	2	3	3	4	7	5	8		4	5	6	7	8	9	9	6	
第20步	1	1	2	2			4	7	5	8	3	3	4	5	6	7	8	9	9	6
第21步	1	1	2	2	3	8	4	7	5		3	4	5	6	7	8	9	9	6	
第22步	1	1			3	8	4	7	5	2	2	3	4	5	6	7	8	9	9	6
第23步	1	1	6	9	3	8	4	7	5	2	2	3	4	5	6	7	8	9		
第24步	1	1	6	9	3	8	4		2	2	3	4	5	6	7	8	9	5	7	
第25步	1	1	6	9		4	8	3	2	2	3	4	5	6	7	8	9	5	7	
第26步	1	1	6	9	7	5	4	8	3	2	2	3	4	5	6	7	8	9		
第27步	1	1	6	9	7	5	4	8		2	3	4	5	6	7	8	9	2	3	
第28步	1	1	6	9	7		8	4	5	2	3	4	5	6	7	8	9	2	3	
第29步	1	1			7	9	6	8	4	5	2	3	4	5	6	7	8	9	2	3
第30步	1	1	4	8	7	9	6		5	2	3	4	5	6	7	8	9	2	3	
第31步	1	1	4		9	6	7	8	5	2	3	4	5	6	7	8	9	2	3	
第32步	1	1	4	5	8	9	6	7		2	3	4	5	6	7	8	9	2	3	
第33步			4	5	8	9	6	7	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	2	3
第34步	9	8	4	5		6	7	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	2	3	
第35步	9	8		5	4	6	7	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	2	3	
第36步	9	8	7	6	5	4		1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	2	3	
第37步	9	8	7	6	5	4	3	2	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9		

- 逆順總方格數 m (偶數)和 $m+1$ (奇數)的步數走法相同。

- 逆順的總步數和走法分成兩類是因為剩下的紅棋數不同，配對過程不同。公式整理如下表：

總方格數 $M=8$											總方格數 $M=9$											
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
第0步	1	1	2	2	3	3	4	4			第0步	1	1	2	2	3	3	4	4	5		
第1步	1	1	2	2	3			4	4	3	第1步	1	1	2	2	3			4	5	4	3
第2步	1	1	2			3	2	4	4	3	第2步	1	1	2			3	2	4	5	4	3
第3步	1	1	2	4	2	3			4	3	第3步	1	1	2	4	2	3			5	4	3
第4步	1	1	2	4	2	3	3	4			第4步	1	1	2	4	2	3	3	4	5		
第5步	1	1	2	4			3	4	3	2	第5步	1	1	2	4			3	4	5	3	2
第6步	1	1			4	2	3	4	3	2	第6步	1	1			4	2	3	4	5	3	2
第7步	1	1	3	2	4			4	3	2	第7步	1	1	3	2	4			4	5	3	2
第8步	1	1	3	2	4	2	3	4			第8步	1	1	3	2	4	2	3	4	5		
第9步	1	1			4	2	3	4	2	3	第9步	1	1			4	2	3	4	5	2	3
第10步	1	1	2	4			3	4	2	3	第10步	1	1	2	4			3	4	5	2	3
第11步	1	1	2	4	3	2	3	4			第11步	1	1	2	4	3	2	3	4	5		
第12步	1	1	2			2	3	4	3	4	第12步	1	1	2			2	3	4	5	3	4
第13步			2	1	1	2	3	4	3	4	第13步			2	1	1	2	3	4	5	3	4
第14步	4	3	2	1	1	2	3	4			第14步	4	3	2	1	1	2	3	4	5		

	總分格數 M	總步數 S
第一類	16、17個	34個
	20、21個	40個
	24、25個	46個
	28、29個	52個
	M 、 $M+1$ 個 $M=16+4(k-1)$	$S=34+6(k-1)$ (步) ($k=1、2、3\dots n$)
第二類	18、19個	37個
	22、23個	45個
	26、27個	53個
	30、31個	61個
	M 、 $M+1$ 個 $M=18+4(k-1)$	$S=37+8(k-1)$ (步) ($k=1、2、3\dots n$)

因為最後一顆藍色數字固定，奇偶數步數與走法皆相同。

- 「逆順」與「順逆」(紅色數字為為順向排列，藍色數字為逆向排列)相似之處

→ 總方格數M為偶數時，會和「逆順」的走法規律、總步數皆一致，只是歸位方式相反，「逆順」是藍色數字由右而左歸位，「順逆」是紅色數字由左而右歸位。

目標	8	7	6	5	4	3	2	1	1	2	3	4	5	6	7	8		
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
第0步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8		
第1步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7			8	8	7
第2步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6			7	6	8	8	7
第3步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	8	6	7			8	7
第4步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	8	6	7	7	8		
第5步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	8			7	8	7	6
第6步	1	1	2	2	3	3	4	4	5		8	6	5	7	8	7	6	
第7步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	7	5	8	6			8	7	6
第8步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	7	5	8	6	6	7	8		
第9步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	7	5			6	7	8	6	8
第10步	1	1	2	2	3	3	4	4	5			5	7	6	7	8	6	8
第11步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	6	7	5			7	8	6	8
第12步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	6	7	5	8	6	7	8		
第13步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	6	7			6	7	8	8	5
第14步	1	1	2	2	3	3	4	4			7	6	5	6	7	8	8	5
第15步	1	1	2	2	3	3	4	4	6	7			5	6	7	8	8	5
第16步	1	1	2	2	3	3			6	7	4	4	5	6	7	8	8	5
第17步	1	1	2	2	3	3	4	7	6			4	5	6	7	8	8	5
第18步	1	1	2	2			4	7	6	3	3	4	5	6	7	8	8	5
第19步	1	1	2	2	3	6	4	7			3	4	5	6	7	8	8	5
第20步	1	1			3	6	4	7	2	2	3	4	5	6	7	8	8	5
第21步	1	1	5	8	3	6	4	7	2	2	3	4	5	6	7	8		
第22步	1	1	5	8	3	6			2	2	3	4	5	6	7	8	7	4
第23步	1	1	5	8			6	3	2	2	3	4	5	6	7	8	7	4
第24步	1	1	5	8	4	7	6	3	2	2	3	4	5	6	7	8		
第25步	1	1	5	8	4	7	6			2	3	4	5	6	7	8	2	3
第26步			5	8	4	7	6	1	1	2	3	4	5	6	7	8	2	3
第27步	6	7	5	8	4			1	1	2	3	4	5	6	7	8	2	3
第28步	6	7	5			4	8	1	1	2	3	4	5	6	7	8	2	3
第29步			5	7	6	4	8	1	1	2	3	4	5	6	7	8	2	3
第30步	8	4	5	7	6			1	1	2	3	4	5	6	7	8	2	3
第31步	8	4	5			6	7	1	1	2	3	4	5	6	7	8	2	3
第32步	8			5	4	6	7	1	1	2	3	4	5	6	7	8	2	3
第33步	8	7	6	5	4			1	1	2	3	4	5	6	7	8	2	3
第34步	8	7	6	5	4	3	2	1	1	2	3	4	5	6	7	8		

目標	1	2	3	4	5	6	7	8	8	7	6	5	4	3	2	1		
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
第0步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8		
第1步	1			2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8	2	1
第2步	1	3	2			3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8	2	1
第3步			2	3	1	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8	2	1
第4步	1	2	2	3	1	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8		
第5步	1	2			1	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8	3	2
第6步	1	2	4	3	1			4	5	5	6	6	7	7	8	8	3	2
第7步	1			3	1	4	2	4	5	5	6	6	7	7	8	8	3	2
第8步	1	2	3	3	1	4	2	4	5	5	6	6	7	7	8	8		
第9步	1	2	3			4	2	4	5	5	6	6	7	7	8	8	1	3
第10步	1	2	3	2	4			4	5	5	6	6	7	7	8	8	1	3
第11步	1	2			4	2	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	1	3
第12步	1	2	3	1	4	2	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8		
第13步	1	2	3			2	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	4	1
第14步	1	2	3	4	3	2			5	5	6	6	7	7	8	8	4	1
第15步	1	2	3	4			2	3	5	5	6	6	7	7	8	8	4	1
第16步	1	2	3	4	5	5	2	3			6	6	7	7	8	8	4	1
第17步	1	2	3	4	5			3	2	5	6	6	7	7	8	8	4	1
第18步	1	2	3	4	5	6	6	3	2	5			7	7	8	8	4	1
第19步	1	2	3	4	5	6			2	5	3	6	7	7	8	8	4	1
第20步	1	2	3	4	5	6	7	7	2	5	3	6			8	8	4	1
第21步	1	2	3	4	5	6	7	7	2	5	3	6	1	4	8	8		
第22步	1	2	3	4	5	6	7	7			3	6	1	4	8	8	5	2
第23步	1	2	3	4	5	6	7	7	6	3			1	4	8	8	5	2
第24步	1	2	3	4	5	6	7	7	6	3	2	5	1	4	8	8		
第25步	1	2	3	4	5	6	7			3	2	5	1	4	8	8	6	7
第26步	1	2	3	4	5	6	7	8	8	3	2	5	1	4			6	7
第27步	1	2	3	4	5	6	7	8	8			5	1	4	2	3	6	7
第28步	1	2	3	4	5	6	7	8	8	1	5			4	2	3	6	7
第29步	1	2	3	4	5	6	7	8	8	1	5	3	2	4			6	7
第30步	1	2	3	4	5	6	7	8	8			3	2	4	5	1	6	7
第31步	1	2	3	4	5	6	7	8	8	2	3			4	5	1	6	7
第32步	1	2	3	4	5	6	7	8	8	2	3	5	4			1	6	7
第33步	1	2	3	4	5	6	7	8	8			5	4	3	2	1	6	7
第34步	1	2	3	4	5	6	7	8	8	7	6	5	4	3	2	1		

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
第0步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8		
第1步	1			2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	2	1
第2步	1	3	2			3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	2	1
第3步			2	3	1	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	2	1
第4步	1	2	2	3	1	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8		
第5步	1	2			1	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	3	2
第6步	1	2	4	3	1			4	5	5	6	6	7	7	8	3	2
第7步	1			3	1	4	2	4	5	5	6	6	7	7	8	3	2
第8步	1	2	3	3	1	4	2	4	5	5	6	6	7	7	8		
第9步	1	2	3			4	2	4	5	5	6	6	7	7	8	1	3
第10步	1	2	3	2	4			4	5	5	6	6	7	7	8	1	3
第11步	1	2			4	2	3	4	5	5	6	6	7	7	8	1	3
第12步	1	2	3	1	4	2	3	4	5	5	6	6	7	7	8		
第13步	1	2	3			2	3	4	5	5	6	6	7	7	8	4	1
第14步	1	2	3	4	3	2			5	5	6	6	7	7	8	4	1
第15步	1	2	3	4			2	3	5	5	6	6	7	7	8	4	1
第16步	1	2	3	4	5	5	2	3			6	6	7	7	8	4	1
第17步	1	2	3	4	5			3	2	5	6	6	7	7	8	4	1
第18步	1	2	3	4	5	6	6	3	2	5			7	7	8	4	1
第19步	1	2	3	4	5	6			2	5	3	6	7	7	8	4	1
第20步	1	2	3	4	5	6	7	7	2	5	3	6			8	4	1
第21步	1	2	3	4	5	6	7			5	3	6	2	7	8	4	1
第22步	1	2	3	4	5	6	7	8	7	5	3	6	2			4	1
第23步	1	2	3	4	5	6	7	8	7	5			2	6	3	4	1
第24步	1	2	3	4	5	6	7	8	7	5	6	2			3	4	1
第25步	1	2	3	4	5	6	7	8	7	5	6	2	1	4	3		
第26步	1	2	3	4	5	6	7	8	7			2	1	4	3	6	5
第27步	1	2	3	4	5	6	7	8	7	1	2			4	3	6	5
第28步	1	2	3	4	5	6	7	8	7	1	2	5	6	4	3		
第29步	1	2	3	4	5	6	7	8	7	1	2	5	6			3	4
第30步	1	2	3	4	5	6	7	8	7			5	6	2	1	3	4
第31步	1	2	3	4	5	6	7	8	7	6	5			2	1	3	4
第32步	1	2	3	4	5	6	7	8	7	6	5	4	3	2	1		

● 順逆總方格數為奇數，分兩種：

$\frac{M-1}{2}$ 為奇數	$\frac{M-1}{2}$ 為偶數
紅色三個數字使用「4迴」	紅色前三個數字使用「4迴」
紅色剩下數字和藍色最左邊兩個數字使用「2折」	紅色剩下數字(除最後1個外)使用「3彎」
藍色數字(除最左邊兩個外)進行配對與歸位	紅色藍色最後1個數字到暫存區
	藍色數字(除最後1個外)·進行配對與歸位
	暫存區歸位

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
第0步	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7		
第1步	1			2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	2	1
第2步	1	3	2			3	4	4	5	5	6	6	7	2	1
第3步			2	3	1	3	4	4	5	5	6	6	7	2	1
第4步	1	2	2	3	1	3	4	4	5	5	6	6	7		
第5步	1	2			1	3	4	4	5	5	6	6	7	3	2
第6步	1	2	4	3	1			4	5	5	6	6	7	3	2
第7步	1			3	1	4	2	4	5	5	6	6	7	3	2
第8步	1	2	3	3	1	4	2	4	5	5	6	6	7		
第9步	1	2	3			4	2	4	5	5	6	6	7	1	3
第10步	1	2	3	2	4			4	5	5	6	6	7	1	3
第11步	1	2			4	2	3	4	5	5	6	6	7	1	3
第12步	1	2	3	1	4	2	3	4	5	5	6	6	7		
第13步	1	2	3	1	4	2	3			5	6	6	7	5	4
第14步	1	2	3			2	3	4	1	5	6	6	7	5	4
第15步	1	2	3	4	5	2	3	4	1	5	6	6	7		
第16步	1	2	3	4			3	4	1	5	6	6	7	2	5
第17步	1	2	3	4	5	1	3	4			6	6	7	2	5
第18步	1	2	3	4	5	1	3	4	5	2	6	6	7		
第19步	1	2	3	4	5	1	3	4	5	2	6			7	6
第20步	1	2	3	4	5	1	3	4	5			6	2	7	6
第21步	1	2	3	4	5	1			5	4	3	6	2	7	6
第22步	1	2	3	4	5	1	2	6	5	4	3			7	6
第23步	1	2	3	4	5			6	5	4	3	2	1	7	6
第24步	1	2	3	4	5	6	7	6	5	4	3	2	1		

● 順逆總方格數偶數公式：

	第一類				第二類					
總方格數	16	20	24	28	M個	18	22	26	30	M個
					$M=16+4(k-1)$					$M=18+4(k-1)$
總步數	34	40	46	52	$S=34+6(k-1)$ (步)	37	45	53	61	$S=37+8(k-1)$ (步)
					$(k=1, 2, 3, \dots, n)$					$(k=1, 2, 3, \dots, n)$

● 順逆總方格數奇數公式：

	第一類				第二類					
總方格數	13	17	21	25	M個	15	19	23	27	M個
					$M=13+4(k-1)$					$M=15+4(k-1)$
總步數	24	36	48	60	$S=24+12(k-1)$ (步)	32	40	48	56	$S=32+8(k-1)$ (步)
					$(k=1, 2, 3, \dots, n)$					$(k=1, 2, 3, \dots, n)$

研究 討論與未來展望

未來研究目標

- 雙色數字同為順向或是逆向，留為下次參展時的研究方向。
- 研究過程中發現空格(暫存區)位置和數量會大大影響走法和步數，我們有嘗試將空格放置在紅色和藍色中間，或是增加空格的數量，雖然實驗都有成功，但是並未找到一致的規律或走法，所以這次沒有把空格納入實驗變因。

如何克服困難

- 若是實驗數量太少，容易讓步驟不足，產生公式或說明出現瑕疵。
- 移動過程中，會出現恰好配對的情況，為驗證是否能延續而非恰好，會再把方格數量變多，繼續嘗試是否有規律走法。
- 研究結果發現不僅總方格數奇數、偶數跟數字個數各有數學關係，更發現數字數量與步數亦有特殊的數字關係存在。

桌遊、益智遊戲

參考 資料

- 趣味數學-棋藝篇/新潮社文化出版
- 跳島攻法/中華民國第四十七屆中小學科學展覽會國小組作品
- 步步回營/中華民國第五十八屆中小學科學展覽會國小組作品
- 物換形移/中華民國103學年度台中市小學科學展覽會國小組作品