

中華民國第 62 屆中小學科學展覽會

作品說明書

高級中等學校組 物理與天文學科

051808

亂中有序—鈍體撞擊流場之渦流與亂流交互作用機制探討

學校名稱：臺北市立麗山高級中學

作者： 高二 張凱琪 高二 張詒祥	指導老師： 金佳龍 盛寶徵
-------------------------	---------------------

關鍵詞：渦流、流體力學

摘要

流體力學與人類許多空中交通運輸工具的設計息息相關。本研究使用與空氣黏度相近的肥皂泡膜模擬空氣流場，利用泡膜因薄膜干涉產生色彩的「流場可視化」特性，統整、歸納鈍體撞擊流所產生渦流的變化。藉由設計實驗，將連續錄製的影像匯入軟體分析，發現渦流因泡膜在不穩定流場下受高、低壓差影響，導致次渦流的形成；渦流脫落鈍體後運動的加速度值恆定；主次渦流分離時，恰與渦流脫落木棒的時刻相同，並渦流形成的時間愈長，面積愈大，而渦流脫落後其面積變化趨於平緩；雙渦流與單渦流運動的加速度值比為根號 2，推得能量差為 2 倍。

壹、前言

一、研究動機

我們時常可在影片中看見水中和空中交通工具航行的影片，無論飛機呼嘯飛過時後方所產生漂亮的渦旋，又或是船隻後方因航行產生的規律的水渦，經文獻查詢發現，這些皆是近乎於「渦流」(Vortex) 的展現。倘若本研究能藉由流體力學的理论基礎，設計簡單實驗，找到渦流形成的規律，將會對流體中運動的交通運輸工具的外形、結構設計等有很大的幫助。

另外，放眼地表大氣現象，台灣每年夏秋季帶來豐沛降雨的颱風，海面上的空氣受擾動後開始轉動形成低氣壓，並且開始移動及轉動，與渦流的形成及運動機制相似。然而，颱風所在的「對流層」中，佔整個大氣層中僅微小的比例，宏觀上可認為是一個平面流場。若我們能找到渦流在平面流場中的運動和轉動機制，將能對颱風等大氣現象有更多發現與探究。

為了觀測這些流場受擾動下的渦流，本研究以泡膜模擬形成二維流場，使流場可視化，並仿效飛機船隻運行時撞擊流場的模型設計實驗，而當我們了解渦流的運動機制，成功觀測流體經流鈍體後的規律及相關特性後，將可能創造交通工具、氣象上的革新，並可作為流體力學理論相關的發明及重要貢獻。

二、研究目的

- (一) 觀察在泡膜穩定和不穩定時流場及渦流的差異
- (二) 分析攪拌速度不同時渦流脫落後的運動速率變化
- (三) 分析不同時間點下形成的渦流面積大小變化
- (四) 分析單渦流和雙渦流脫落後的運動速率變化

三、文獻回顧

流體力學是一門廣泛的應用力學學科，研究關於氣體、液體、離子體等等於靜止和運動時的行為，其可應用於許多的工程學科。流體力學可以被規範於古典物理學。早在我們熟知的阿基米德《論浮體》中就有提到流體靜力學，且此書為流體力學的第一本著作。即使是這麼久遠以前的學術研究，至今仍然存在許多發現及謎題，推進著現今工程學或者力學等的發展。

流體力學中相當重要的理論之一，即瑞士物理學家白努力（Daniel Bernoulli）於 1726 年發現的白努力定律，其方程式解決了工程學中力與能的問題，給予計算的理論基礎。在文章 *The principle and applications of Bernoulli equation* 中即提及，在實際工程中，例如水利、造船、化工、船型設計等都被廣泛的應用的原理（Qin & Duan, 2017）。本研究並藉由白努力定律中壓力與速度的關係，觀察一流場為何

在第 59 屆全國中小學科展作品：點水蜻蜓款款飛—以泡膜研究蜻蜓拍翅的流場模式中我們可以藉由泡膜這項器材模擬流場，使我們下手。此篇科展的研究結果中有提及到平均動黏滯係數為 $2.33 \times 10^{-5} \text{ (N}\cdot\text{s)/m}^2$ ，其與 20°C 空氣動態黏滯係數 $1.52 \times 10^{-5} \text{ (N}\cdot\text{s)/m}^2$ 相近，因此我們可以使用泡膜模擬空氣的流動。而且從這篇文章中使用蜻蜓作為擾動泡膜的工具，我們也試想—干擾泡膜觀察流場，或許可作為實驗的一個觀察要點。並且在國際科學展作品：昆蟲拍翅的氣流研究中可以看到學長姐在擾動昆蟲拍翅的時候發現有卡門渦街的現象。針對此點，我們找到了關於卡門渦街相關的學術文章。於 *Measurement Science and Technology* 的 *Review Article—The vortex flowmeter: various methods of investigating phenomena*

中可以了解到基本渦流脫落的形成原理和關於渦流實驗的結果。在文章中完整的說明了渦流脫落的模型，如圖 1-1。且透過模型，定義何謂「渦流脫落」，這對於本篇後續的實驗有很大的幫助。在其文章後端也有提及「次生渦流」，而在我們自己做實驗時也發現了類似的情形，因此這份文獻可幫助我們定義流場所見的現象，並加以分析、釐清觀念。另外，文獻中我們也發現「亂流」的形成對渦流的影響極大。在不穩定流場中，亂流的形成將改變渦流的運動模式，甚至可以切割渦流，使渦流產生形變甚至分離；然而，實驗中我們的確也可看見此現象。

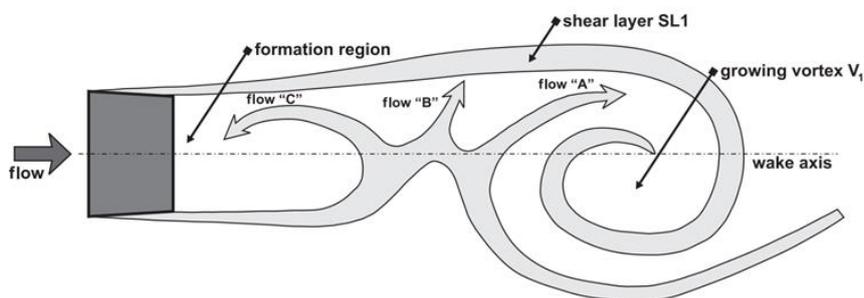


圖 1-1 流體遇阻流體後的渦流形成圖

(取自 J. H. Gerrard. (1966). *The mechanics of the formation region of vortices behind bluff bodies*)

且在文章 *Experimental Study of Secondary Vortex Structures in a Rotor Wake* 中說明了關於轉子尾流中次渦流的發現以及探討，並且提到剪切層的角速度是其尖端渦流的兩倍，由於我們實驗的裝置設計與直昇機機翼運作方式相像，因此關於此敘述，我們也希望藉由實驗可以去驗證和探討。

在探討渦流與周圍流場的交互作用關係時，我們發現可將流場各粒子的在某極短時距內瞬時速度的旋度，得到「渦度」(Vorticity)——藉以表達流場中流線(Streamline)分布的方向與情形。在二維流場中，渦度恆為一個與 z 軸正向平行的向量，我們可藉此推得流場的旋轉程度(角速度)，使我們了解流場的自旋情形。

因此，從此方向發展，本次研究將以泡膜做為主要器材觀測當鈍體插入流體時會造成的渦流及影響。

貳、研究設備及器材

一、實驗設備

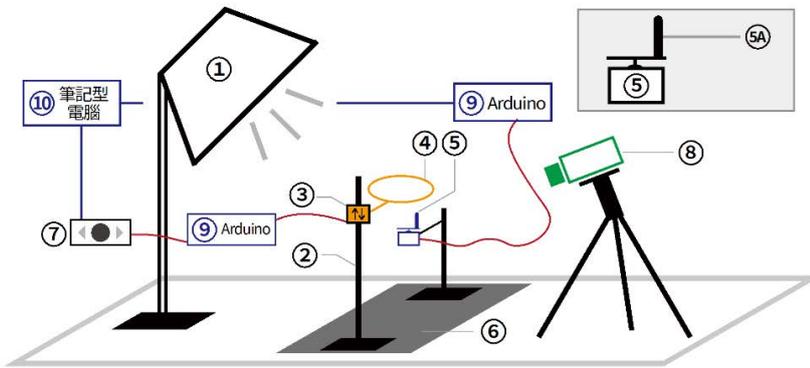


圖 2-1 實驗裝置示意圖（未按照真實比例繪製）

圖 2-2 實驗裝置圖（實體）

表 1 實驗器材項目與說明

編號	名稱	說明
①	罩燈	攝影罩燈，如圖 2-2
②	自製電動滑軌	鋁擠縫隙中加裝齒條，作泡膜電動抬升的軌道，如圖 2-3
③	抬升馬達及固定系統	步進馬達加裝齒輪並置於 ② 之軌道上，側邊裝上支撐架，使其固定並乘載泡膜由下而上升起，如圖 2-3、2-4
④	泡膜（框）	壓克力製圓形泡膜框；內圈直徑 17 公分
⑤	伺服馬達	以黑布包覆之連續旋轉型 MG-995 伺服馬達，以橫向旋轉之廣用夾固定。馬達轉軸上固定一塑膠片，於塑膠片一端點黏上一木筷，即本實驗的「鈍體」（如 5A、圖 2-5）
⑥	黑布	使拍攝背景色彩單一、畫面乾淨，去除色彩雜質
⑦	遙控裝置	③ 的抬升控制裝置（手把），如圖 2-7
⑧	相機與腳架	拍攝與記錄；固定相機拍攝角度
⑨	Arduino 板	Audrino 板 Mega、Nano 板各一組
⑩	電腦	撰寫程式，將指令傳送至 Arduino 板

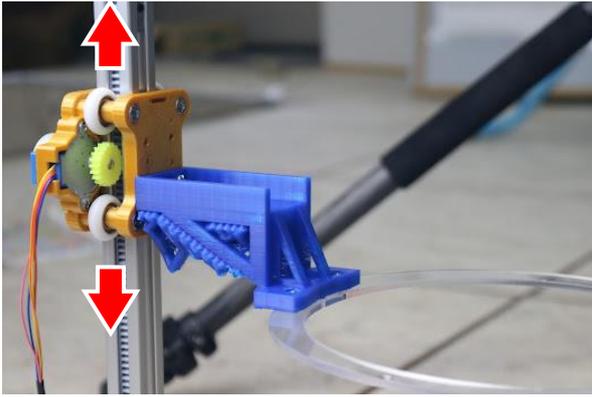


圖 2-3

利用馬達於軌道（齒條）上帶動泡膜框上下移動（箭頭方向為移動方向）

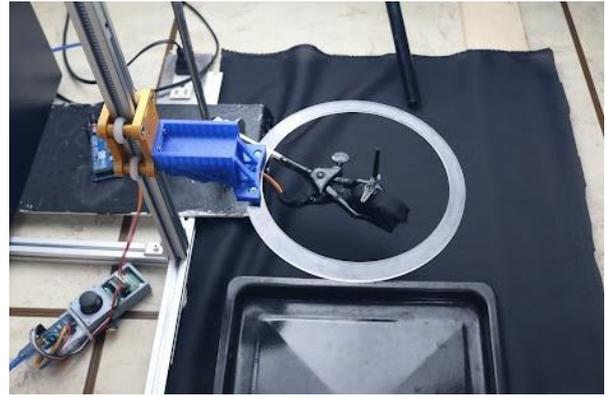


圖 2-4

實驗裝置俯視圖（攝錄視角）



圖 2-5

伺服馬達



圖 2-6

伺服馬達在廣用夾上；箭頭為馬達轉動方向（鈍體擾動方向）



圖 2-7

抬升馬達控制搖桿

二、泡泡水調製所需材料

（一）洗碗精：Dawn Ultra 洗碗精，作為「發泡劑」用，可使泡泡水有黏性，如圖 2-8。

（二）甘油：主要作「保濕劑」用，使泡泡避免因為水分蒸發而容易破裂，如圖 2-9。

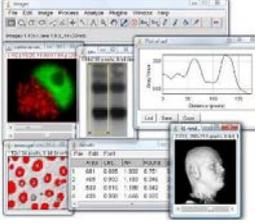
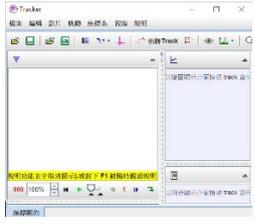


圖 2-8 洗碗精



圖 2-9 甘油

三、研究用軟體

名稱					
	Excel	Arduino	Python	ImageJ	Tracker
用途	統整數據並繪製關係圖	操控馬達並調整轉速	繪製等厚度線圖與流線圖	計算色域面積及顏色值	追蹤渦流變化並分析速率

參、研究過程或方法

一、研究原理

(一) 雷諾數 (Reynolds Number)

流場中慣性力與黏滯力的比值，為無因次量，如式 3-1 所示。當雷諾數約小於 2100 時，產生穩定的流 (flow) 稱為層流 (Laminar flow)；而雷諾數大於 4000 時，將產生不穩定、不規則 (Turbulence，又稱亂流、湍流)，如圖 3-1。

$$Re = \frac{\rho v^2}{\frac{\mu v}{L^2}} = \frac{\rho V D}{\mu} \quad (3-1)$$

Re：雷諾數

ρ ：流體密度 [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$]

V ：流體速度 [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]

D ：鈍體直徑 [m]

μ ：黏度 (Viscosity) [$\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$]

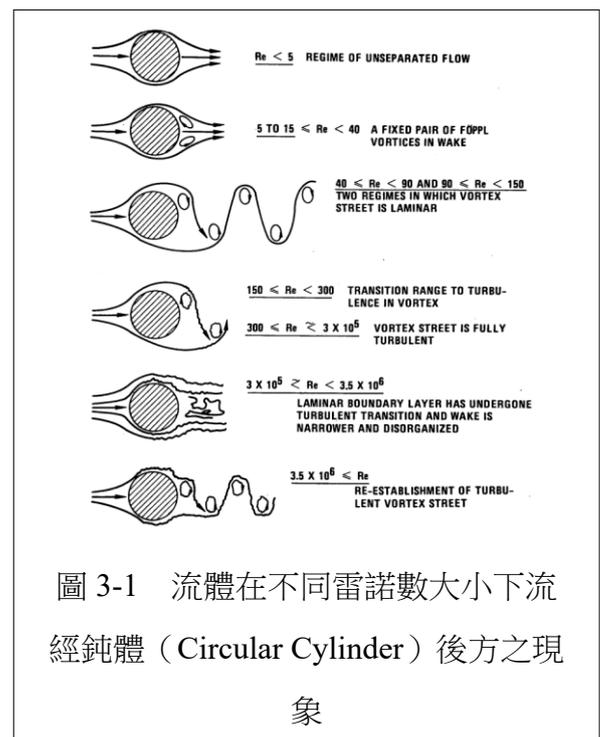


圖 3-1 流體在不同雷諾數大小下流經鈍體 (Circular Cylinder) 後方之現象

(二) 渦度 (Vorticity, $\vec{\zeta}$)

在流體力學中，定義流體速度場的旋度即為渦度，為一向量場，如式 3-2。由斯托克斯定理 (Stoke's Theorem)，環量 (Circulation, Γ) 為流體流速在某個定時刻下，沿著一條封閉路徑的積分，亦等於渦度對於封閉路徑內面積的積分。其式與及與渦旋度之關係式，如式 3-3。

$$\vec{\zeta} = \nabla \times \vec{v} \quad (3-2)$$

$$\Gamma = \iint \vec{\zeta} \cdot d\vec{A} = \iint (\nabla \times \vec{v}) \cdot d\vec{A} = \oint \vec{v} \cdot d\vec{s} \quad (3-3)$$

A ：封閉曲線的面積

v ：流體速度

s ：沿封閉曲線的單位向量

(三) 卡門渦街 (von Kármán vortex street)

當一流體之雷諾數於 $47 < \text{Re} < 10^5$ 時，會因流體流經鈍體後，因振動導致渦流產生脫落 (Shedding) 並鈍體後方形成有規則、旋轉方向相反的直線前進渦流，如圖 3-2 所示。而渦流振動的頻率與流體速度成正比、與鈍體長度成反比，可由式 3-4 表示：

$$f = \frac{StV}{D} \quad (3-4)$$

f ：卡門渦街 (脫落) 頻率 [s^{-1}]

St ：Strouhal Number (斯特勞哈爾數)，為一無因次量

V ：流體速度 [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]

D ：鈍體直徑 [m]

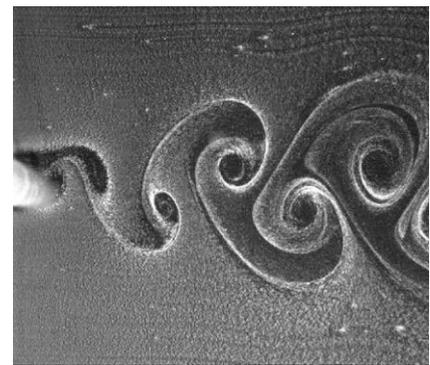


圖 3-2 圓柱後形成的卡門渦街

(取自 Huang et al. (2019). UCL OpenFOAM Course Notes 2019)

(四) 薄膜干涉

當一束光照射於薄膜，光因上介面與下介面分別反射而相互干涉形成新的光波，即薄膜干涉，如圖 3-3。而薄膜干涉後產生的顏色，可推算出泡膜每個位置的實際薄膜厚度，如圖 3-4，進而了解泡膜上波傳遞的情形。

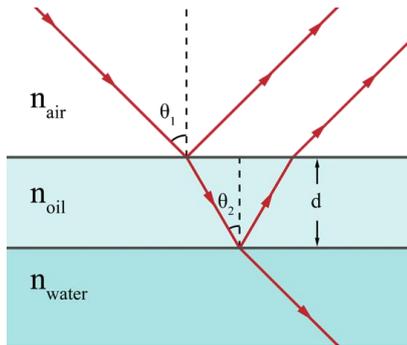


圖 3-3 薄膜干涉光線行進示意圖，以油與水為例
(取自 Thin-film interference - Wikipedia)

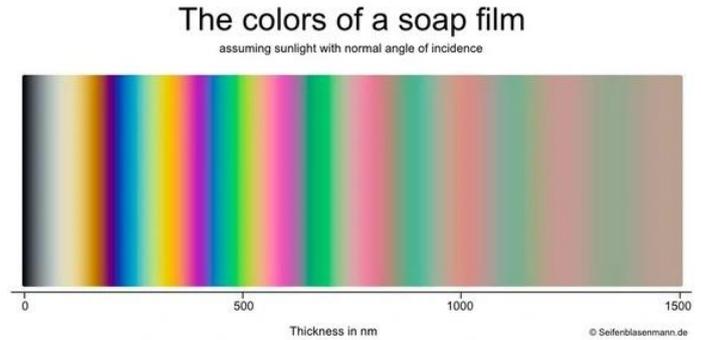


圖 3-4 泡膜厚度與其薄膜干涉顏色對照表
(取自 Color and Film Thickness from soapbubble.fandom.com)

二、研究方法

(一) 實驗流程圖：如圖 3-5。

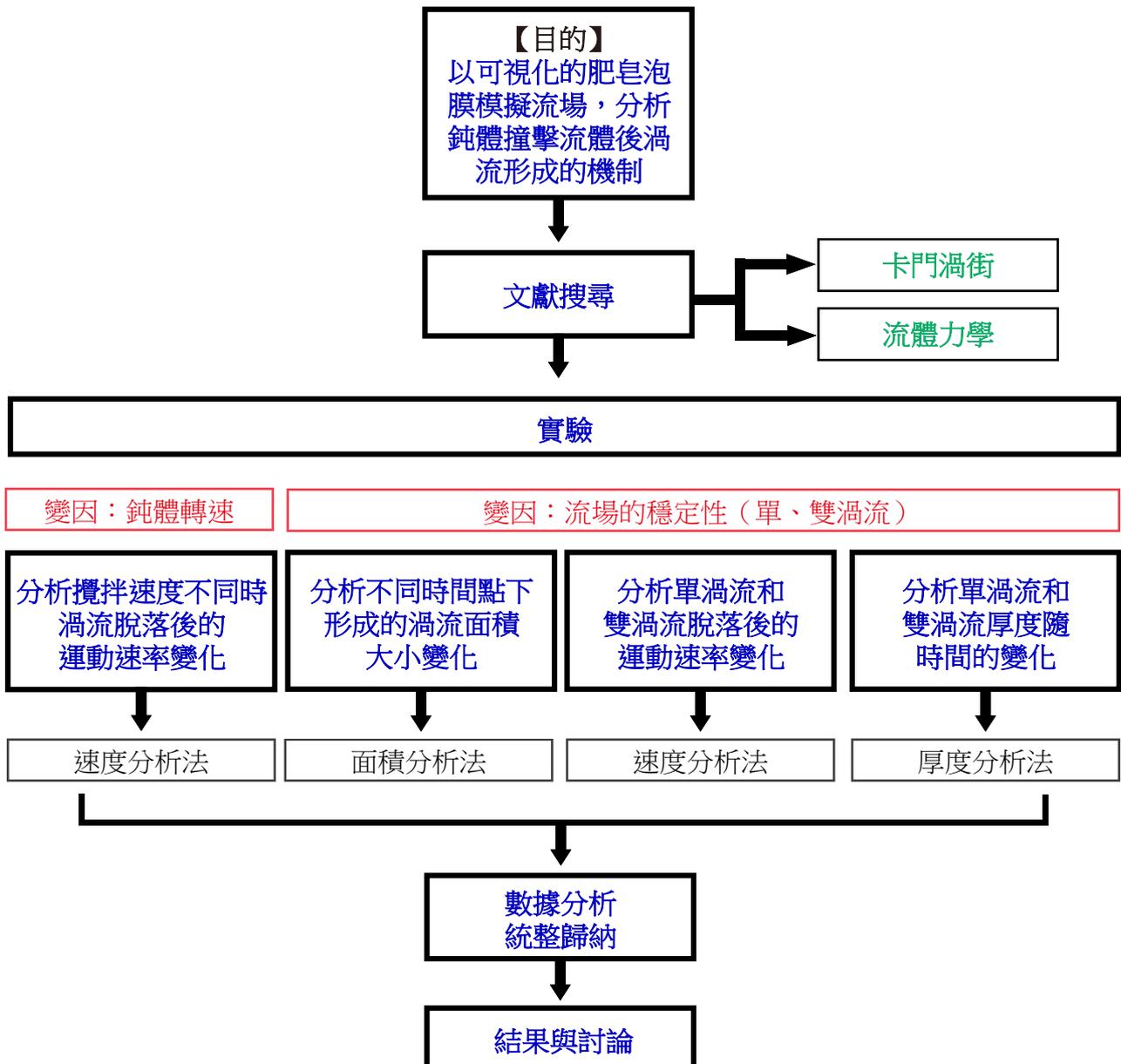


圖 3-5 實驗流程圖

(二) 實驗前置步驟

1. 於伺服馬達拉桿上黏上短木棒，並將馬達與短木棒以顏料塗黑，使之與背景同色。
2. 依比例調製泡泡水調製（比例為洗碗精：甘油：水=1：1：5）。
3. 於泡膜框下方地面上鋪黑色布，固定背景底色
4. 將泡膜框固定在與抬升馬達間的藍色連接器，並確保泡膜水平於地面
5. 以重物壓於實驗裝置四側，避免支架晃動

(三) 實驗器材基本操作模式

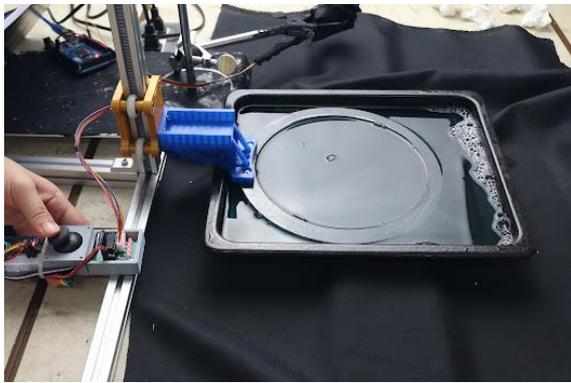


圖 3-6

(1) 泡膜框泡入烤盤（泡泡水池）中

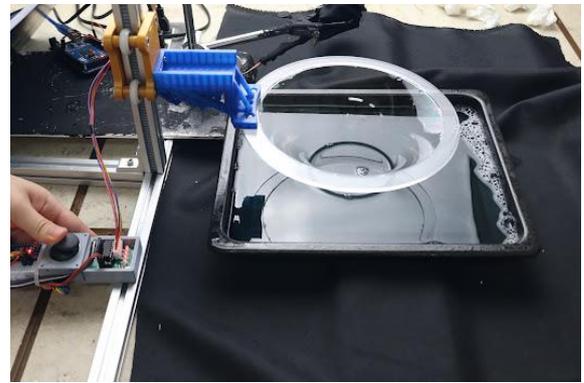


圖 3-7

(2) 泡膜框受馬達帶動向上抬升，並平穩地拉製出泡膜

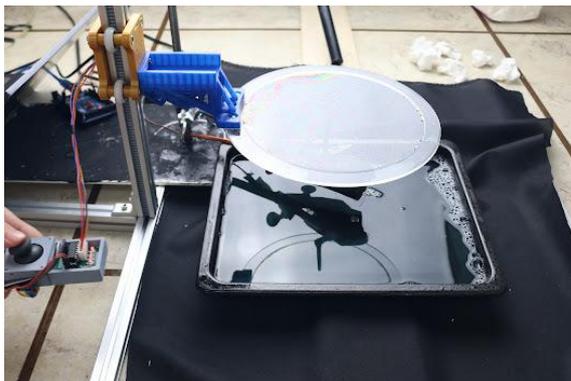


圖 3-8

(3) 泡膜拉製完成，並持續抬升至一定高度後，將伺服馬達橫向平移至泡膜下方

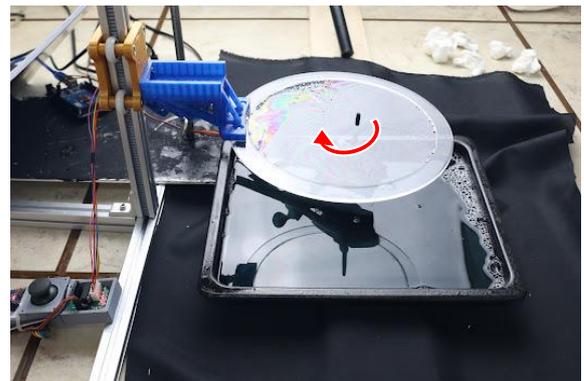


圖 3-9

(4) 下降泡膜框，使鈍體順時針轉動插入泡膜中擾動流場（箭頭為鈍體擾動方向）

(四) 基本實驗設計

將泡膜拉製好後，由馬達乘載泡膜框抬升，其中：

1. 若抬升過程中等速穩定向上，則形成「穩定」流場，如圖 3-10。
2. 若抬升過程中與前者相同，但中途使其突然改變運動方向（下降）2 秒後再上升，總共 2 至 3 次，泡膜將因為突然改變運動方向而有慣性作用，泡膜將產生大幅晃動（如圖 3-11），則形成「不穩定」流場。



圖 3-10 穩定流場

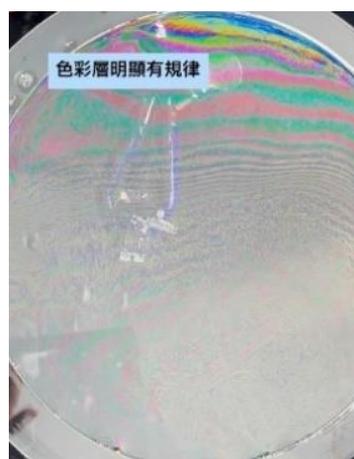


圖 3-11 非穩定流場

(五) 厚度分析法

1. 將錄製的影片分割為若干影格。
2. 以 ImageJ 裁切影像範圍，並匯出範圍中某每像素格的實際色彩值 (R, G, B) (如圖 3-12)，並令畫面空白之像素點為黑色 ($0, 0, 0$)，校正各色彩值。
3. 另以 ImageJ 量化肥皂泡膜厚度所對應之 RGB 色彩參照值 (R', G', B')。
4. 將實際像素格減去每一個參照值的 R, G, B ，並將三者平方相加 (如式 3-5)。當某參照顏色值使 C 出現最小值時，表示代表與與此顏色最為逼近，則令其為此顏色，是為「色彩逼近法」。

$$C = (R' - R)^2 + (G' - G)^2 + (B' - B)^2 \quad (3-5)$$

5. 將各像素格顏色透過比對計算，轉換為泡膜厚度

6. 以 Python 匯出厚度、等厚度線圖，如圖 3-13

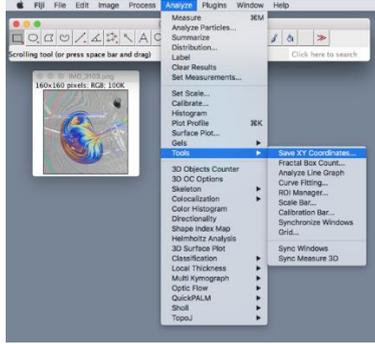


圖 3-12

厚度分析法之 ImageJ 操作介面

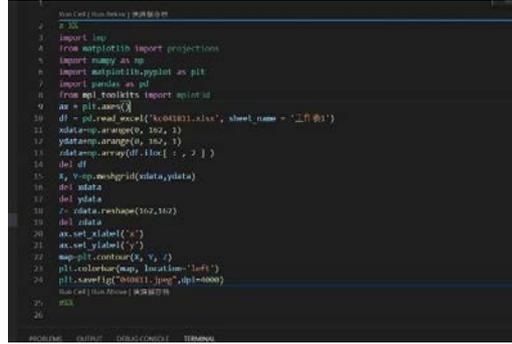


圖 3-13

以 Python 繪製厚度圖

(六) 速率分析法

1. 將影片匯入 Tracker 中
2. 追蹤質點軌跡，由數據得到到每固定極短時距下渦流的運動路徑長，如圖 3-14
3. 將路徑長數據除以固定時距，得每極短時距增加渦流的運動速率

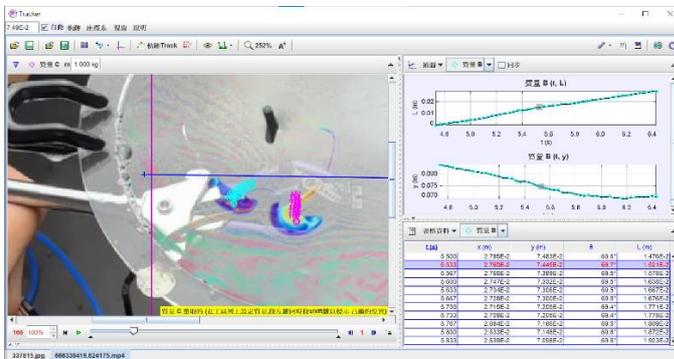


圖 3-14 Tracker 追蹤作業介面

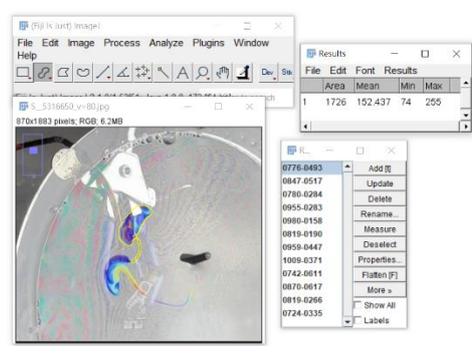


圖 3-15 ImageJ 面積分析作業介面

(七) 面積分析法

1. 將實驗影片匯入 ImageJ 中並分割成各影格之照片
2. 框取主、次渦流的面積範圍，並計算每張圖片渦流的像素格數，如圖 3-15
3. 將面積數據轉換為無因次量

肆、研究結果

一、實驗一：觀察在泡膜穩定和不穩定時流場及渦流的差異

(一) 單渦流形成

於穩定流場下，使鈍體以垂直泡膜方向由下插入泡膜後，持續行圓周運動擾動泡膜時，流場中將形成「單渦流」，其形成過程如依序如圖 4-1 至 4-4。

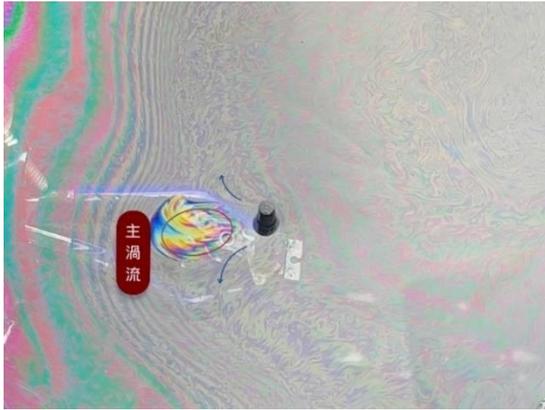


圖 4-1 單渦流生成 1

渦流在流場中因鈍體擾動流場而生成

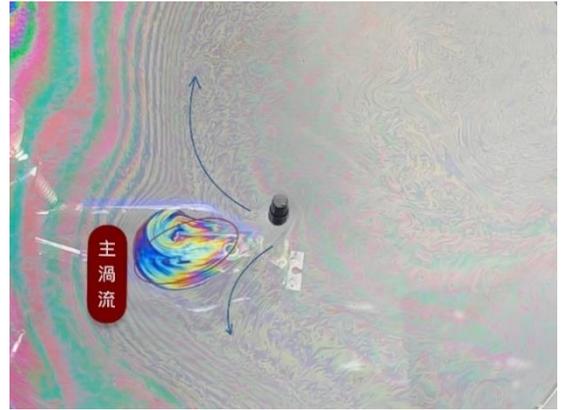


圖 4-2 單渦流生成 2

渦流持續朝生成，面積持續擴大

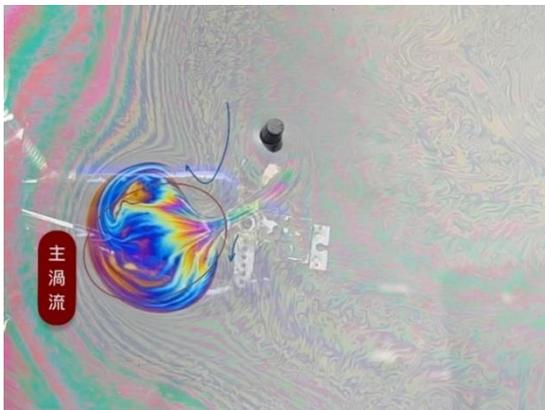


圖 4-3 單渦流生成 3

當渦流面積增加至一定程度後，將離開「脫落」鈍體

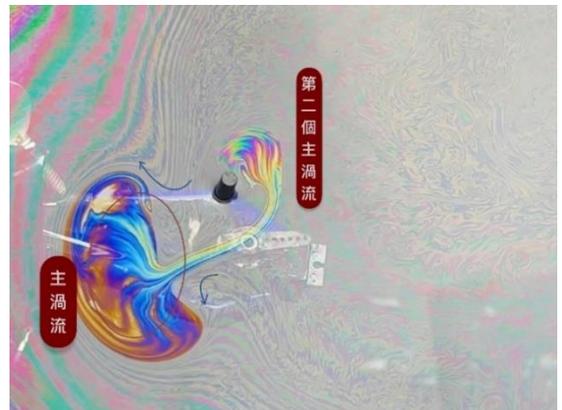


圖 4-4 單渦流生成 4

鈍體持續以圓周運動撞擊流場，第二個渦流隨之生成，並重複圖 4-1 之動作

(二) 多渦流形成

在不穩定流場下，同樣將鈍體插入泡膜中行等速率圓周運動，將因為流場的差異，形成多渦流。下圖以雙渦流為例，其形成過程及主、次渦流分離的過程如圖 4-5 至 4-10 所示。

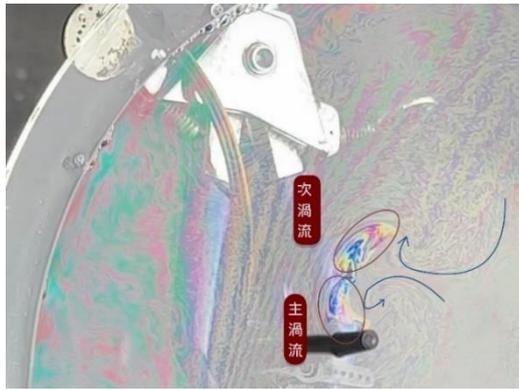


圖 4-5 雙渦流形成 1
渦流因鈍體攪拌下生成

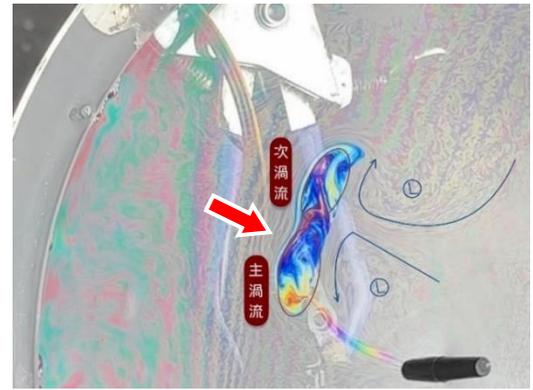


圖 4-6 雙渦流形成 2
兩者面積持續增加，箭頭處有些微凹入

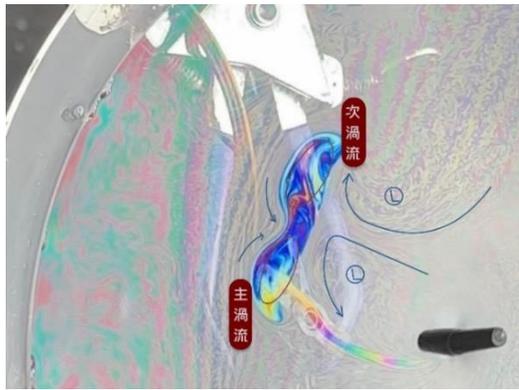


圖 4-7 雙渦流形成 3
渦流面積持續增加，而凹陷愈為明顯

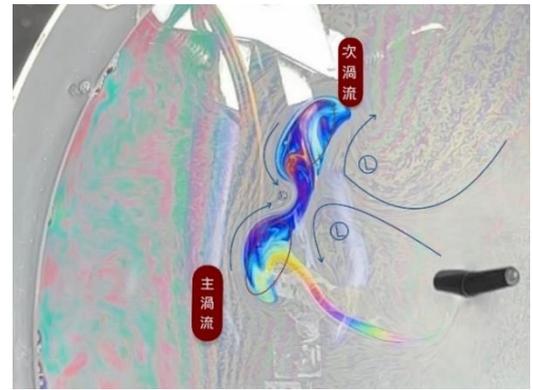


圖 4-8 雙渦流形成 4
渦流脫離木棒

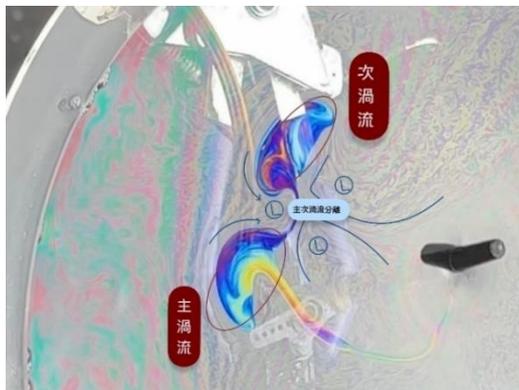


圖 4-9 雙渦流形成
渦流凹陷處逐漸擴大，並已
可見兩個小渦流的雛形

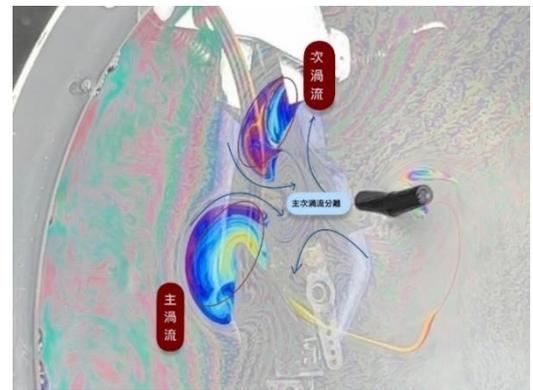


圖 4-10 雙渦流形成
渦流完全分離，形成主、次渦流，
且兩者面積皆持續增加

(三) 單渦流形成時流場厚度變化

下圖由左而右、由上而下為單渦流生成過程中，自生成的剎那至完整脫離之間，泡膜流場的厚度變化。

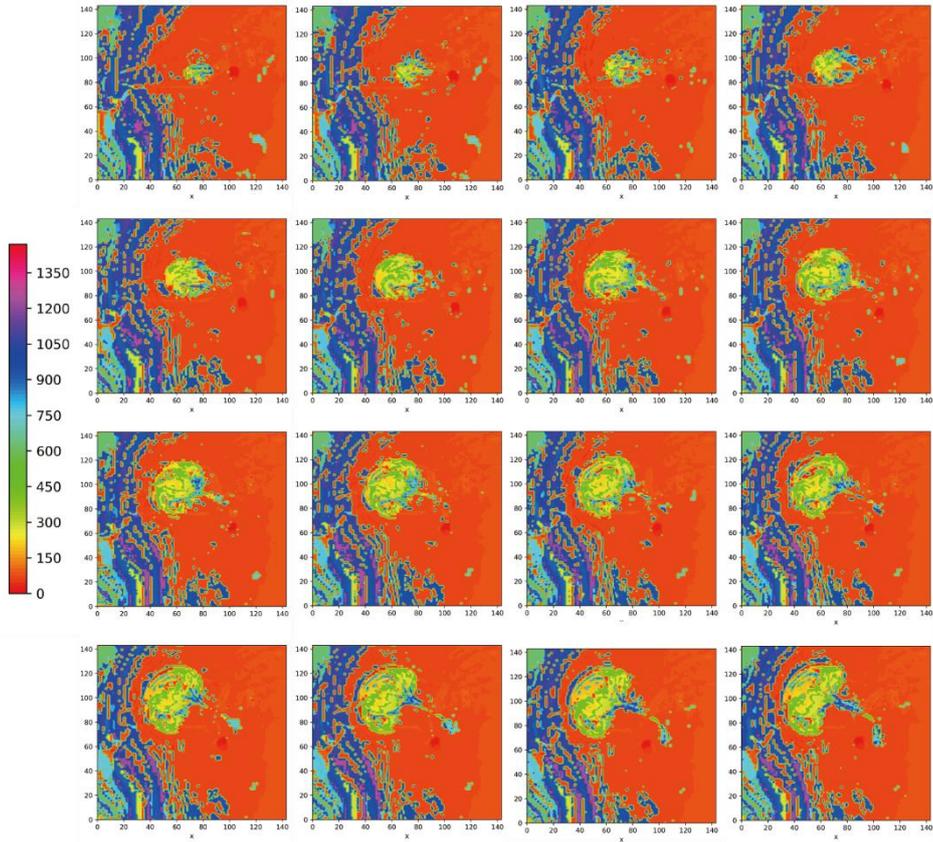


圖 4-11 至 4-26 單渦流形成時流場厚度圖

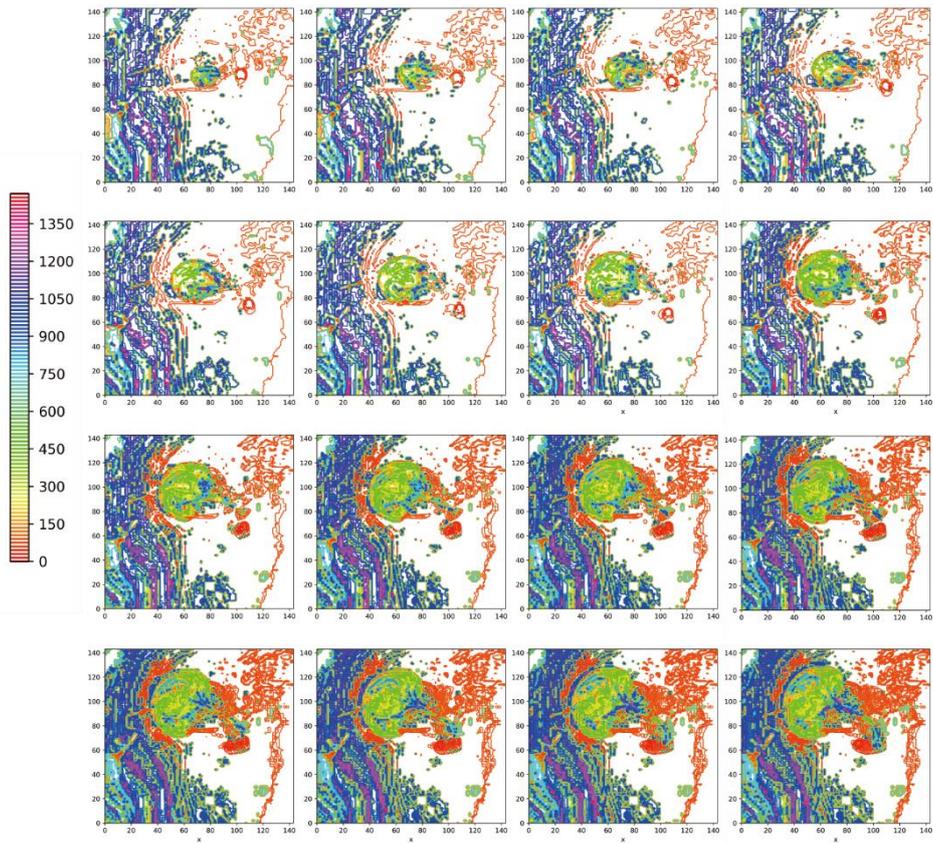


圖 4-27 至 4-42 單渦流形成時流場等厚度線圖

(四) 多渦流形成過程之厚度變化

下圖以雙渦流為例，由左而右、由上而下，自渦流生成的剎那至完整脫離之間，泡膜流場的厚度變化。

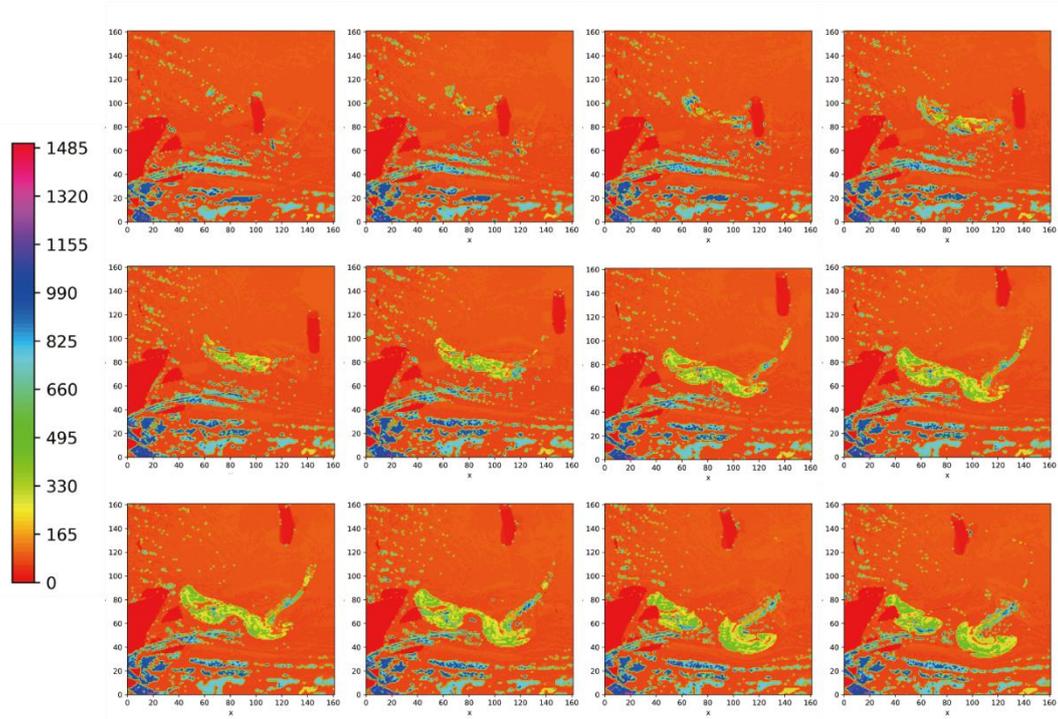


圖 4-43 至 4-54 雙渦流形成時流場厚度圖

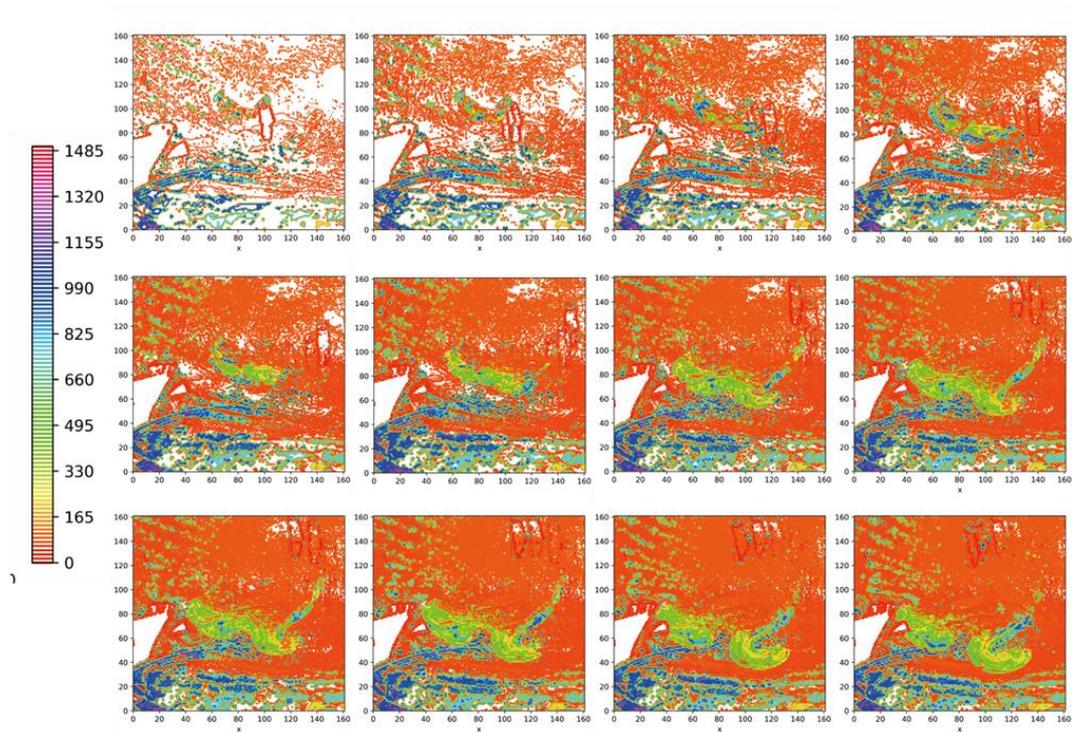


圖 4-55 至 4-66 雙渦流形成時流場等厚度線圖

二、實驗二：分析鈍體攪拌速度不同時渦流脫落後的運動速率變化

在穩定流場下，改變六種馬達的圓周運動速率帶動鈍體，並分析法求得速率，再將速率與時間作圖，由方程式的斜率觀察加速度。由下圖可見，速率穩定成長，且兩者關係為線性關係，如圖 4-67。

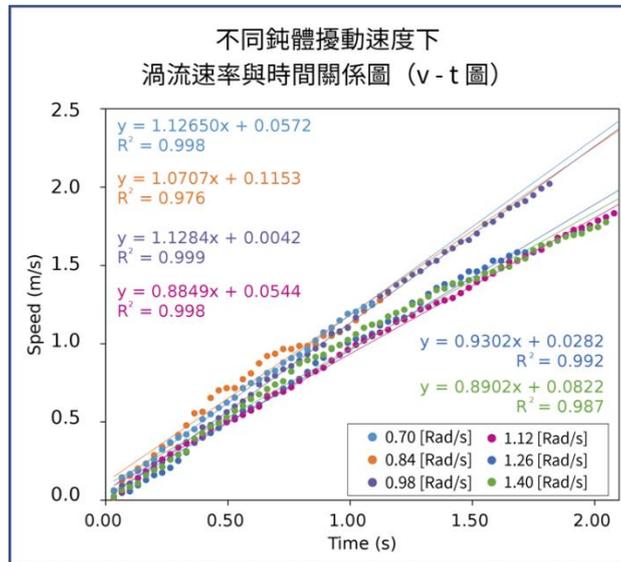


圖 4-67 不同馬達轉速下渦流時間與路徑長關係圖

三、實驗三：分析不同時間點下形成的渦流面積大小變化

使鈍體以等速做圓周運動，觀察單渦流（穩定流場下）及雙渦流（不穩定流場下）自生成開始的面積變化。我們以面積分析法計算出面積後，將其值（表 4-1 至 4-3）與時間作圖，可以發現，如圖 4-68（單渦流）、圖 4-69（雙渦流）。

表 4-1 單渦流不同形成時間下之面積

時間	(s)	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
面積	(a.u.)	0.089	0.098	0.150	0.242	0.309	0.392	0.476	0.543	0.637	0.700
時間	(s)	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
面積	(a.u.)	0.710	0.750	0.801	0.842	0.866	0.881	0.906	0.949	0.961	0.961
時間	(s)	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	
面積	(a.u.)	0.990	0.991	0.991	0.991	1.000	0.999	0.997	0.996	0.987	

表 4-2 雙渦流在主次渦流分離前時間與面積變化

時間 (s)	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
面積 (a.u.)	0.12859	0.18853	0.24001	0.27469	0.30387	0.33763	0.43978	0.54801
時間 (s)	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	
面積 (a.u.)	0.57221	0.65657	0.62873	0.68428	0.74035	0.74035	1	

表 4-3 雙渦流在主次渦流分離後時間與主渦流、次渦流、兩渦流和面積變化

時間 (s)	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	2.1	2.2	2.3	2.4
主次渦流面積和 (a.u.)	0.688	0.682	0.704	0.710	0.738	0.777	0.733	0.744	0.747
主渦流面積 (a.u.)	0.401	0.403	0.422	0.426	0.442	0.459	0.431	0.431	0.436
次渦流面積 (a.u.)	0.287	0.279	0.281	0.284	0.296	0.318	0.302	0.313	0.311
時間 (s)	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	3.0	3.1	3.2	
主次渦流面積和 (a.u.)	0.762	0.764	0.733	0.738	0.764	0.723	0.751	0.731	
主渦流面積 (a.u.)	0.450	0.448	0.445	0.438	0.438	0.447	0.454	0.442	
次渦流面積 (a.u.)	0.311	0.317	0.288	0.300	0.326	0.276	0.297	0.290	

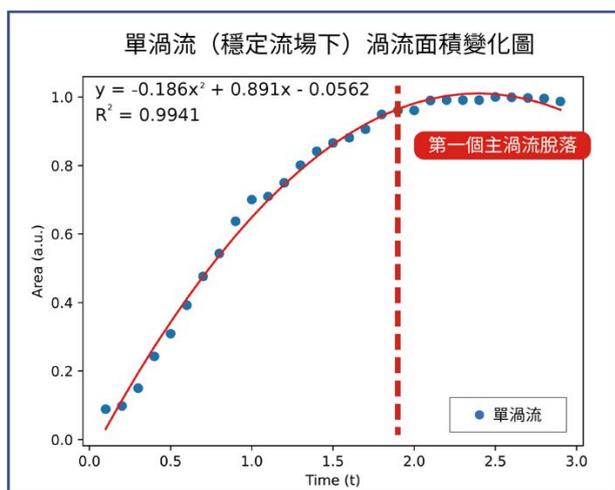


圖 4-68 單渦流面積變化與時間關係圖

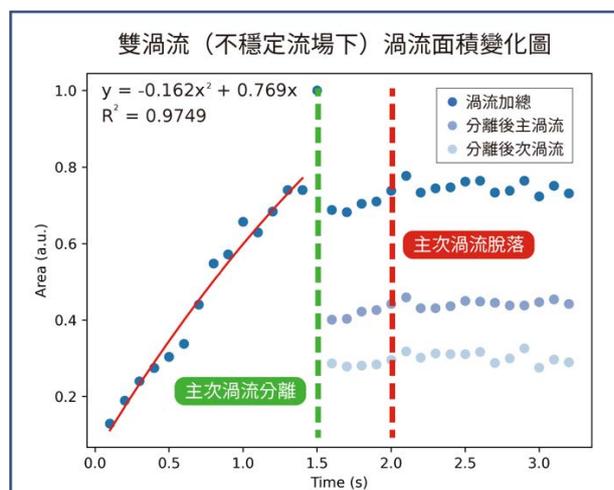


圖 4-69 雙渦流面積變化與時間關係圖

四、實驗四：分析單渦流和雙渦流脫落後的運動速率變化

單渦流及雙渦流之主渦流、次渦流皆隨時間變化下，速率漸增，且兩者關係為線性關係，如圖 4-70。

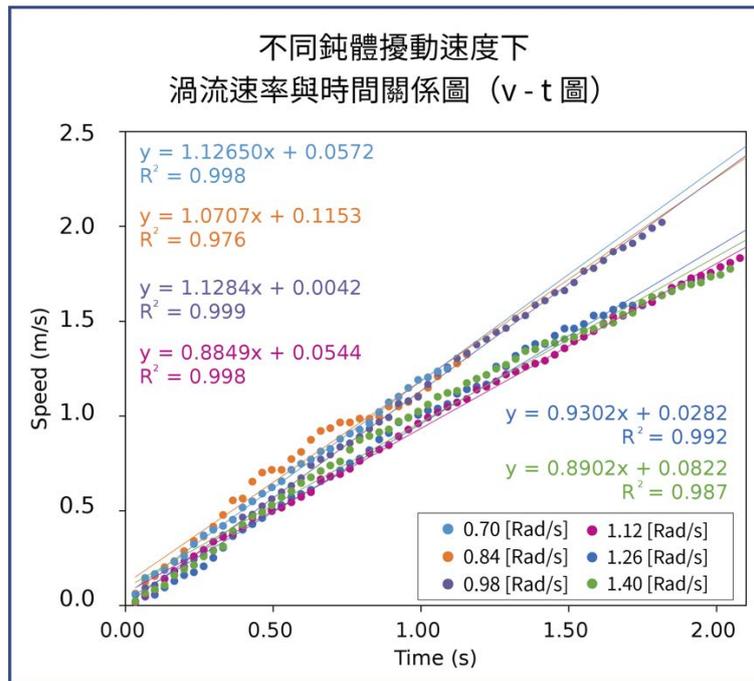


圖 4-70 單渦流與雙渦流運動速率與時間關係圖

伍、討論

一、實驗一：觀察在泡膜穩定和不穩定時流場及渦流的差異

(一) 單渦流：

鈍體逆時鐘攪進泡膜。鈍體左上形成順時鐘的流動，相對的左下角則是逆時鐘。而此時會形成一個主渦流。

(二) 雙渦流：

鈍體逆時鐘攪進泡膜。與單渦流相同：鈍體左上形成順時鐘的流動，相對的左下角則是逆時鐘。而此時會形成一個渦流。但與單渦流不一樣的是不穩定的情況下主渦流後方出現了另外一個比較小的渦流，這是因為亂流撞到障礙物，本身會形成不穩定的低壓和高壓區，於是渦流分離。對照文獻後，我們發現在不穩定的情況下的確會出現次渦流，因而驗證了在不穩定情況下的確會出現兩個渦流，也就是主渦流和次渦流。

(三) 利用因薄膜干涉所造成的顏色分析圖可以發現，單渦流旁的流體是一層一層均勻分佈的，然而雙渦流圖片的左下角有一股亂流將渦流一分為二。以此證實了前面亂流與渦流進行使其分離的推測。此外由這樣的情形，我們可以完全推測當亂流更大時，將分割出更多個渦流。

二、實驗二：分析攪拌速度不同時渦流脫落後的運動速率變化

(一) 實驗二的「速率」值由路徑長除以時距得知，因該數據時距極小，且渦流行進轉彎程度較小，可將速率視為速度值，不考慮方向。

(二) 由圖 4-67 渦流運動速率與時間呈線性關係，承上(一)及運動學基本公式得知，斜率即為加速度值，常理推斷渦流的運動為一等加速度運動。不過，渦流行進的確有方向上的改變，因此其應為加速度值相同的變加速度運動。

(三) 將加速度值整理如表 5-1，並將其值與時間作圖，如圖 5-1。可發現數據點在馬達轉速 1.00 (Rad/s) 時出現一上下斷層，可見加速度在兩個不同的轉速區間，可能有其區間對應的定值。

我們推論，若轉速提高或降低，數據分布將呈現「數個轉速區間，而每個轉速區間皆有一加速度定值」，有如「階梯」的模型。我們推測因為當馬達轉速快時，因時間較短，導致渦流脫落時未被賦予過多能量，故加速的程度會較轉速慢時來的低。

表 5-1 不同馬達轉速下渦流運動加速度值之差異

馬達轉速 (Rad/s)	0.70	0.84	0.98	1.12	1.26	1.40
方程式斜率 (渦流運動 加速度值, m/s^2)	1.127	1.071	1.128	0.885	0.930	0.890

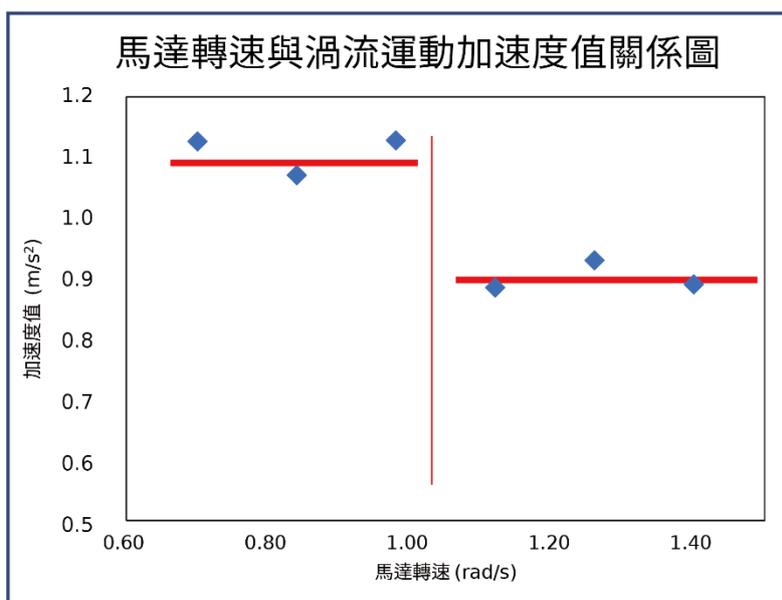


圖 5-1 不同馬達轉速下渦流運動加速度值之關係圖

三、實驗三：分析不同時間點下形成的渦流面積大小變化

(一) 單渦流面積大小變化

1. 如圖 4-68 所示，一開始面積急劇變大，雖然在過去的文獻中並無找到相關推

論，但我們推斷因在未完全脫落的狀態下，木棒做功持續給予渦流能量，因而面積持續擴張。

2. 如圖 4-68 所示，在 2 秒時主渦流脫落之後面積幾乎不再改變，我們認為造成此結果是因為脫離了木棒，使得木棒不再有能量使其面積增長。

(二) 雙渦流面積大小變化

1. 如圖 4-69 所示，起初渦流隨著時間增加而面積增加，而在 1.5 秒到 2.0 秒之間面積逐漸趨於平緩。這是因為這段時間主次渦流行分離，渦流正在漸漸脫離木棒，而在此時木棒對渦流的角度並無法使其做功給予能量，因此面積度改變。
2. 於 2 秒後渦流完全脫落，木棒不做功給予能量。

四、實驗四：分析單渦流和雙渦流脫落後的運動速率變化

(一) 如圖 4-70 可得知，渦流運動速率與實驗二相同，皆與時間呈線性關係，可知三種渦流皆為其為加速度值相同的等加速度運動。

(二) 由運動學公式得知，圖 4-70 中方程式之斜率值即為渦流運動的加速度值，如表 5-2。統整比較後，我們可得知：

1. 雙渦流的主、次渦流，兩者加速值相近，而主渦流之加速度值略大。
2. 單渦流與雙渦流，兩者加速度值差距約 1.5 倍。我們若假設雙渦流分離為主、次渦流時，各獲得來自原渦流 $\frac{1}{2}$ 的能量（即原渦流的能量均分給兩個渦流），以動能公式（式 5-1）可得知則原渦流與分離後渦流的速率的比值應為 $\sqrt{2}$ ，近似於 1.5。

表 5-2 單渦流與雙渦流運動加速度值之差異

流場類型	穩定 (單渦流)	不穩定 (雙渦流—主渦流)	不穩定 (雙渦流—次渦流)
方程式斜率（渦流運動加速度值， m/s^2 ）	0.0082	0.0054	0.0048

而本實驗測得渦流行進的加速度值恆定，在初速、初時間為零的狀況下，加速度公式可以被簡化如式 5-2 所示，因此時間 t 相同，因此可以將加速度值比與速率值比相同，如式 5-3 所示。由此，我們可以成功驗證能量的確隨著渦流的分離而平分。

$$E_K = \frac{1}{2}mv^2 \quad (5-1)$$

(E_K 為動能、 m 為質量、 v 為速度)

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{t} \quad (\because v_0 = 0, t_0 = 0) \quad (5-2)$$

$$\frac{a_{\text{單}}}{a_{\text{雙}}} = \frac{\frac{v_{\text{單}}}{t}}{\frac{v_{\text{雙}}}{t}} = \frac{v_{\text{單}}}{v_{\text{雙}}} \quad (5-3)$$

(a 加速度、 v 為速度、 v_0 為初速度、 t 為時間、 t_0 為初時間)

五、實驗系統討論

- (一) 環境穩定：泡膜的流動性極高，只要稍微有晃動或人從旁邊移動，就會干擾到泡膜。雖然我們的結果都是經過多次實驗所得出的結論，但仍存在偏差。
- (二) 因為一開始和最後的數據並不穩定，在大部分的實驗中會避免使用初始值。但在我們的實驗中，若是去掉初始值的話，自第二個渦流開始，被擾亂過的流場使渦流形成的環境受干擾，將造成更大的誤差。故我們兩者取捨之下，決定使用初始值，但同時須承受初始擾動仍會造成我們數據的偏差。

陸、結論

一、研究目的一：觀察在泡膜穩定和不穩定時流場及渦流的差異

泡膜在不穩定流場下由於形成高、低壓差，故渦流因受影響而生成次渦流。

二、研究目的二：分析攪拌速度不同時渦流脫落後的運動速率變化

不同轉速下的渦流在脫落後的運動加速度值皆相同，並以轉速 1.00 (Rad/s) 為界，兩邊加速度值各自趨近於一定值。

三、研究目的三：分析不同時間點下形成的渦流面積大小變化

(一) 主次渦流分離時，恰好與渦流脫落木棒的時刻相同。

(二) 單渦流面積大小變化：渦流形成的時間愈長，面積愈大，且兩者呈現二次函數關係。

(三) 雙渦流面積大小變化：主次渦流分離前，與單渦流面積趨勢相同；主渦流脫落之前一刻，面積急劇上升，而後面積大小則趨近於一定值。

四、研究目的四：分析單渦流和雙渦流脫落後的運動速率變化

單渦流與雙渦流的運動皆為加速度值恆定的運動，其加速度值差距約 $\sqrt{2}$ 倍，因此動能差為 2 倍。符合主、次渦流由原渦流分離，能量亦隨之一分為二之假設

五、未來展望

(一) 渦度計算

在流場中除了以渦流為主體，追蹤渦流的面積與速度以外，以宏觀角度觀察流場中各粒子的分布情形也相當重要。目前的實驗我們以流體力學中的拉格朗日 (Lagrangian) 觀察法，追蹤特定質點運動的軌跡，並以此求得相關的物理量。

但若我們透過宏觀視角——尤拉（Eulerian）觀察法，可比較觀測到流場各質點的分布。未來我們分析時期待可以建構流場，繪出整個流場各定點的流向及順時速度方向，藉此我們可以求得流場旋轉的程度，亦可以求得一物理量——「渦度」（Vorticity）。

由渦度我們可以了解渦流的轉動運動，並且可由斯托克斯定理（Stokes Theorem）的數學運算，由渦度推導至流場環量及面積間的關係，使我們透過數據更了解泡膜流場上受擾動的情形。

（二） 大氣流動的觀測

我們在實驗四中提到渦流在不穩定的情況下將會分裂，且能量也將一分為二。我們希望未來能夠控制我們的不穩定性，若能夠在氣象方面，使得颱風等自然災害以人為控制其周遭環境的不穩定性將能夠使旋渦的能量分散，以此達到讓災害的破壞力減輕。

柒、參考文獻資料

- 一、Bentley, J. P., & Mudd, J.W. (2002). Vortex shedding mechanisms in single and dual bluff bodies. *Flow Measurement and Instrumentation*, 14(1-2), 23-31. doi:10.1016/S0955-5986(02)00089-4
- 二、Birkhoff, G. (1953). Formation of vortex streets. *Journal of Applied Physics*, 24(98), 98-103. doi:10.1063/1.1721143
- 三、Blevins, R. D. (2001). *Flow-induced vibration*. Malabar, Florida: Krieger Publishing Co.
- 四、Çengel, Y. A., & Cimbala, J. M. (2018). *Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications*. New York, NY: McGraw-Hill Education
- 五、Eastwell, P. (2007). Bernoulli? Perhaps, but What About Viscosity? *The Science Education Review*, 6(1), 1-13.

- 六、 Gerrard, J. H. (1966). The mechanics of the formation region of vortices behind bluff bodies. *Journal of Fluid Mechanics*, 25(2), 401-413. doi:10.1017/S0022112066001721
- 七、 Kumar, B., & Mittal, S. (2012). On the origin of the secondary vortex street. *Journal of Fluid Mechanics*, 711, 641-666. doi: 10.1017/jfm.2012.421
- 八、 Pankanin, G. L. (2005). The vortex flowmeter: various methods of investigating phenomena. *Meas. Sci. Technol.* 16(R1), R1-R16. doi:10.1088/0957-0233/16/3/R01
- 九、 Ma, H., & Kuo, C. (2016). Control of boundary layer flow and lock-on of wake behind a circular cylinder with a normal slit. *EUR J MECH B-FLUID*, 59. doi:10.1016/j.euromechflu.2016.05.001
- 十、 Qin, R., & Duan, C. (2017). The principle and applications of Bernoulli equation. *J. Phys.: Conf. Ser.* 916(012038), 1-6. doi:10.1088/1742-6596/916/1/012038
- 十一、 Wolf, C. C., Schwarz, C., Kaufmann, K., Gardner, A. D., Michaelis, D., Bosbach, J., ... Schröder, A. (2019). Experimental study of secondary vortex structures in a rotor wake. *45th European Rotorcraft Forum ERF 2019*, 1-15.
- 十二、 朱佳仁 (2012)。工程流體力學 (第三版)。臺北市：科技圖書。
- 十三、 林婕柔 (2019)。點水蜻蜓款款飛—以泡膜研究蜻蜓拍翅的流場模式。中華民國第 59 屆中小學科學展覽會作品說明書。
- 十四、 張怡立 (2019)。看見聲音-聲音對皂膜影響之探討。中華民國第 59 屆中小學科學展覽會作品說明書。
- 十五、 黃柏銜、蔡宗翰、魏禕良 (2013)。昆蟲拍翅的氣流研究。2013 臺灣國際科學展覽會優勝作品專輯。
- 十六、 劉旭光 (譯) (2017)。基礎流體力學 (原作者：Çengel, Y. A., & Cimbala, J. M.)。臺北市：東華書局。

【評語】 051808

本作品紀錄鈍體物件引發的渦流，為延續作品，但新穎內容不豐。以簡易自製實驗裝置，紀錄渦流運動路徑，計算渦流面積，再以多項式擬合渦流面積隨時間改變。雖能以阻尼運動討論，但無賦予或討論以多項式擬合，各項的物理蘊涵或主控物理機制，而無法顯露以多項式擬合的適確性。建議可擴展實驗參數，獲取較多實驗數據，尤其是在實驗數據顯露轉折處，以更精密調控的實驗參數，發掘新穎現象，據以探究轉折的明確性及物理蘊含。

作品簡報



亂中有序—鈍體撞擊流場之渦流 與亂流交互作用機制探討

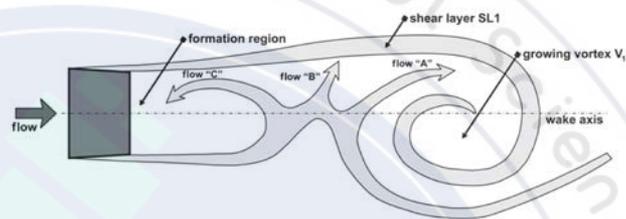
組別：高級中等學校

科別：物理與天文學科

研究動機

氣體流動方式對人類的**運輸系統**的裝置，例如造船、製造飛機等，具相當大的相關性。若我們足夠了解「**流體**」

本身及「**亂流**」的特性，方能幫助我們更安全地製造、改良、設計這些運輸系統甚至可**預測大氣現象**，保障人類的安全。

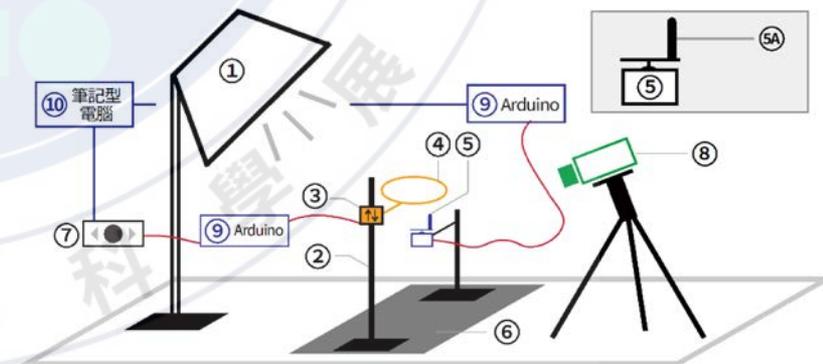
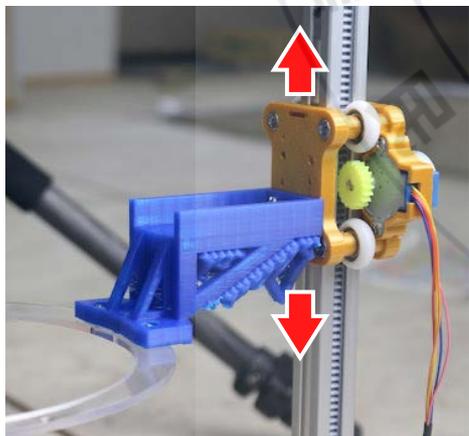


流體
衝撞**鈍體**



鈍體
衝撞**流體**

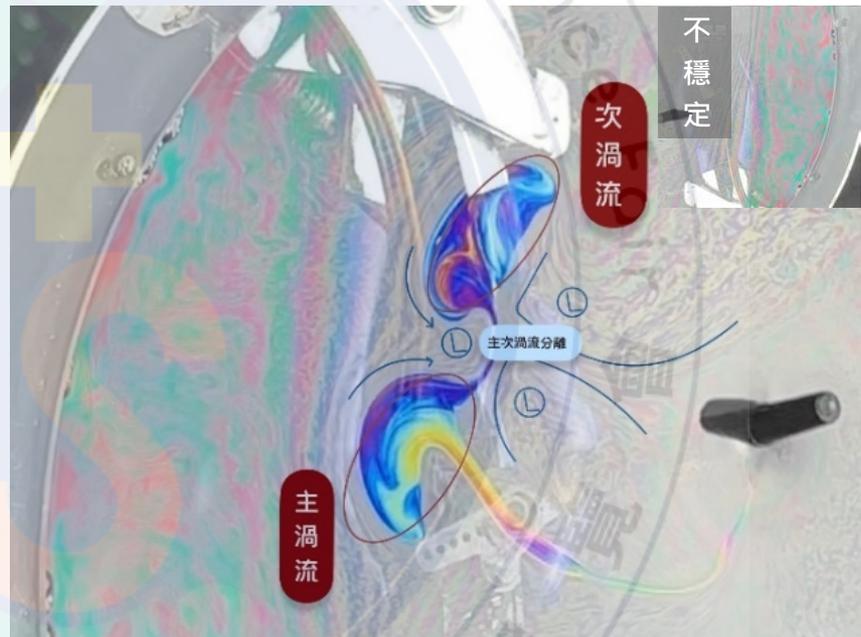
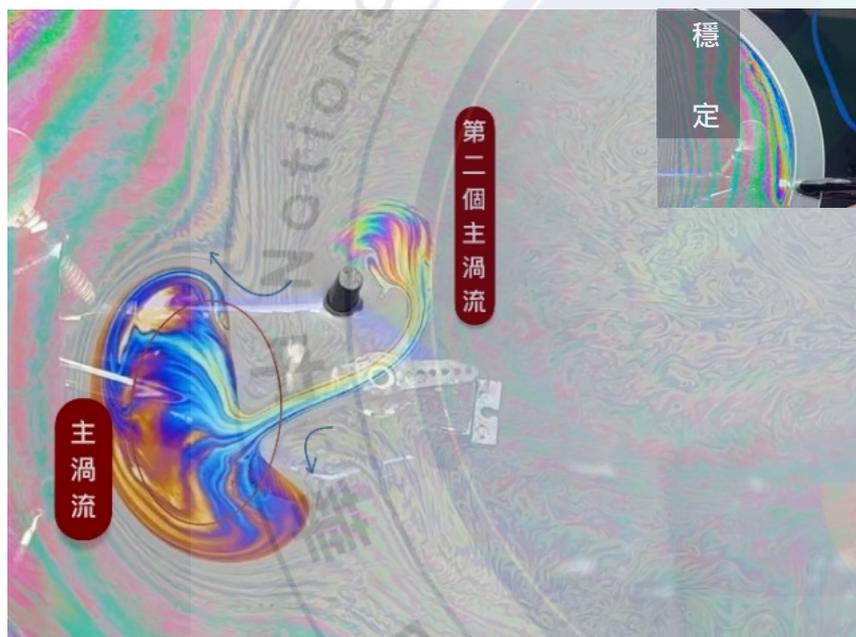
研究設備與器材



實驗一

觀察在泡膜穩定和不穩定時流場及渦流的差異

馬達以定速 (0.7 Rad/s) 運轉，使木棒由下攪拌泡膜一圈。接著觀察兩泡膜上所形成的渦流個數、顏色面積、渦流速度之差異。以相機錄下泡膜流場變化過程 (錄影規格：4K 60 fps)。



穩定 (單渦流)

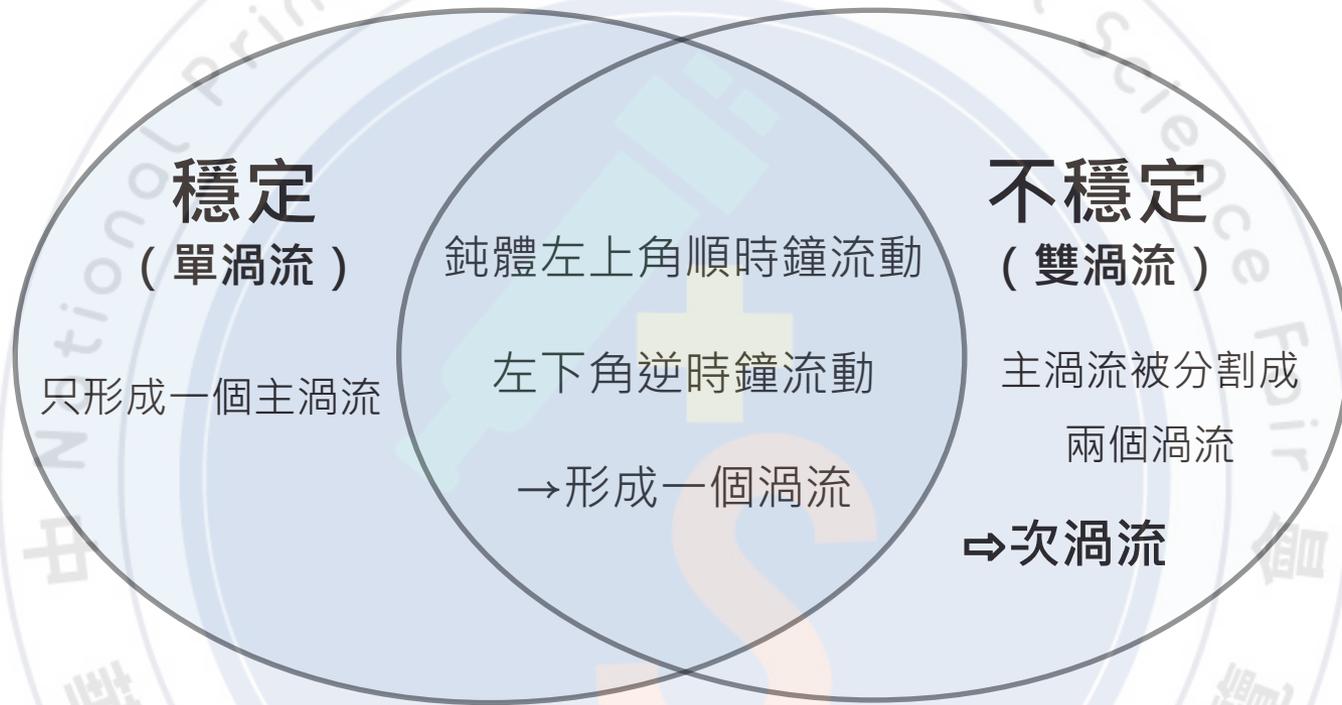
不穩定 (雙渦流)

抬升過程中等速穩定向上
形成穩定流場

中途使其突然改變運動方向，泡膜將因突然改變運動
方向而有慣性作用，大幅晃動形成不穩定流場

實驗一

觀察在泡膜穩定和不穩定時流場及渦流的差異



分析：

亂流撞到障礙物，本身會形成不穩定的**低壓**和**高壓**區，於是渦流分離。

驗證：

對照文獻，發現在**不穩定的情況下**的確會出現次渦流，因而驗證了在不穩定情況下的確會出現兩個渦流，也就是**主渦流和次渦流**。

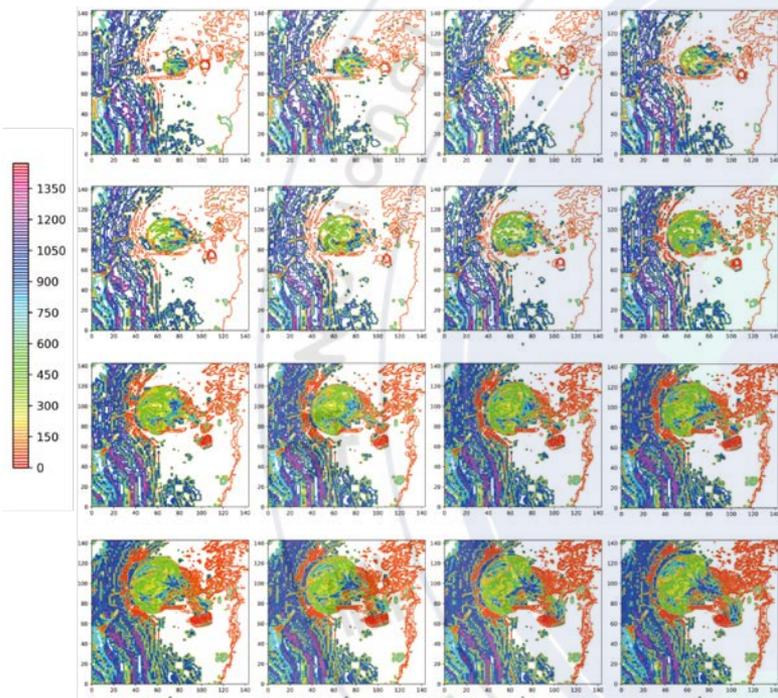
延伸探討：

亂流更大時⇨會再被分裂成更多個

實驗一

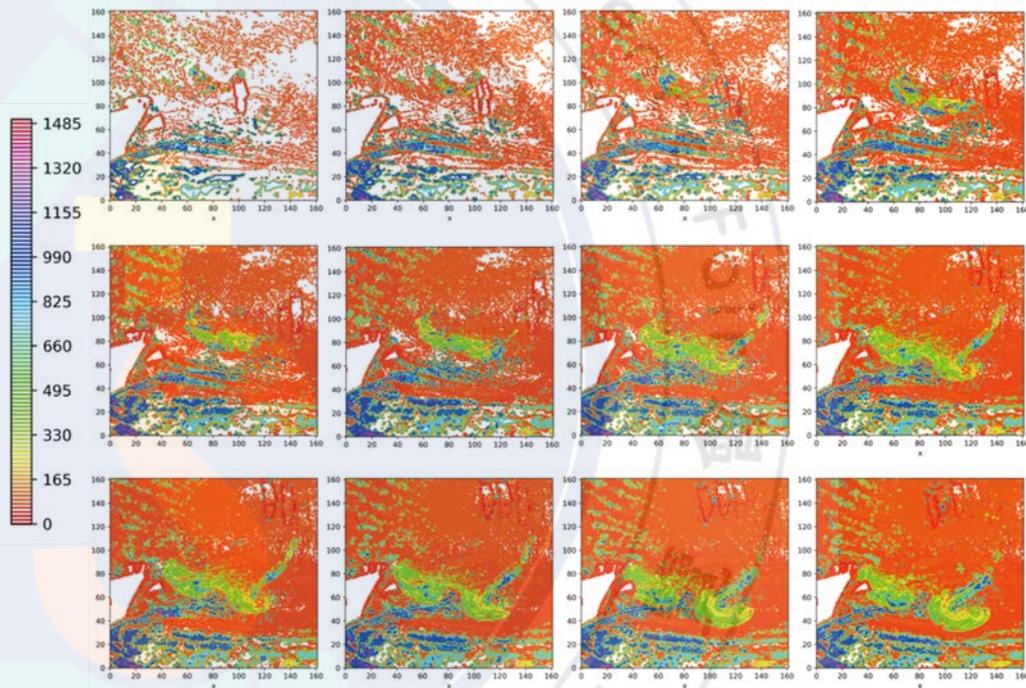
觀察在泡膜穩定和不穩定時流場及渦流的差異

【厚度分析】



單渦流

渦流旁的流體是層層均勻分佈



雙渦流

左下角有一股亂流將渦流一分為二。

⇒ 證實了前面亂流與渦流進行交互作用使其分離的推測。

實驗二

泡膜流場流速分析

【流線】

流體力學 (Fluid mechanics) 領域中常以「**流線**」(**Streamline**) 描述流場的情形，由各粒子點的瞬時速度值探討流場各點的運動方向、速度等。

- **流線重要性**：在指示整個流場中的流體的瞬時方向有極大的幫助。

例：迴旋流動的區域與流體從一個固體面脫離，可從流線型態中看出。

- **流動可視化**：看出整個圖像，而非數字與定量數據的列表。

例：科研人員可以直觀了解飛行器流場的複雜空氣動力現象，探索飛行器流場物理機制和運動規律，研究和解決相關技術難題。

⇒將流場流體移動狀況可視化、數據化、量化的過程，方便做後續的計算；縱使不去計算，也可以當作流場夠科學的描述，作為**有量化的「控制變因」**

實驗二

泡膜流場流速分析

【流場速度分析法】

將影片分割成數個影格，以厚度分析法計算照片每像素格的厚度

取每兩個相鄰影格，計算每像素格的厚度變化。

套入式 (3)

$$F_c = ma_c = m \frac{v^2}{y}$$

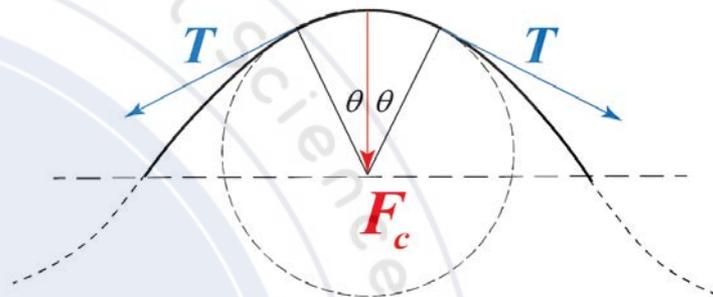
$$F_c = ma_c = \frac{2\Delta y}{(\Delta t)^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{2y \cdot \Delta y}{(\Delta t)^2}}$$

式 (1) 以圓周運動本公式可得知 F_c 與向心加速度 (a_c)、速度 (v)、半徑 (厚度值 $\cdot y$)

式 (2) 向心力 (F_c) 即為帶動波動同一質點上下振動的力，故可由等加速度公式求得加速度為 2 倍位移 (厚度變化) 除時距平方

式 (3) 將式 1 = 式 2 求得
(圓周運動切線速度即視為平面流場)



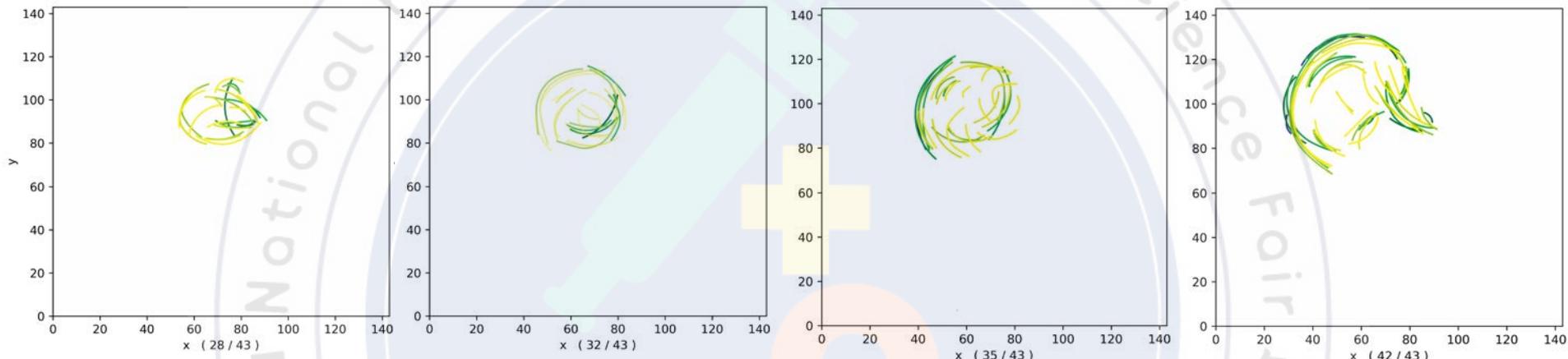
T 為薄膜的張力，假設流場擾動時，瞬時的波動 (表面張力波) 受力視為一圓周運動，產生向心力 (F_c)

實驗二

泡膜流場流速分析

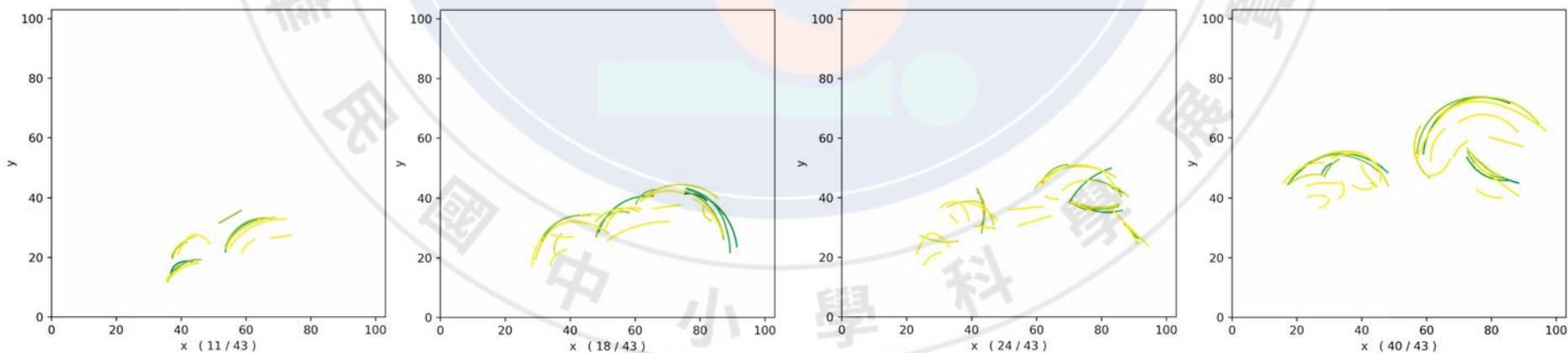
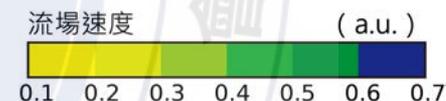
【單渦流等速度線】

速度：慢→快（黃→綠）



【雙渦流等速度線】

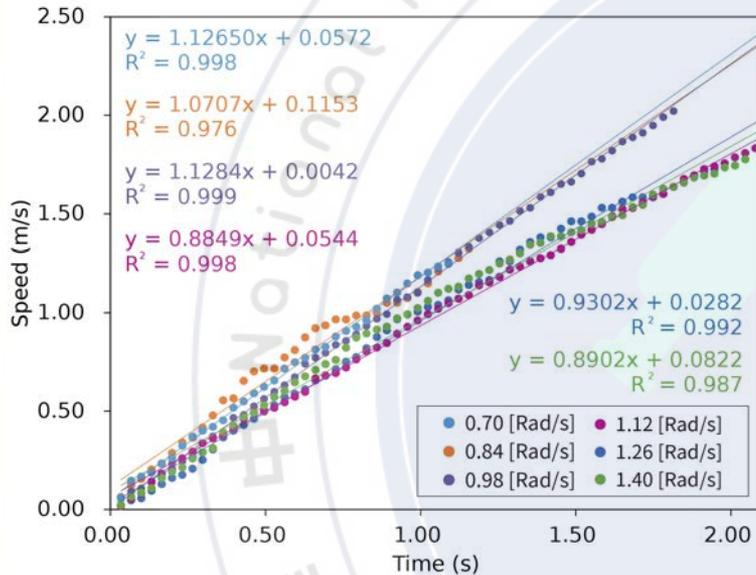
速度：慢→快（黃→綠）



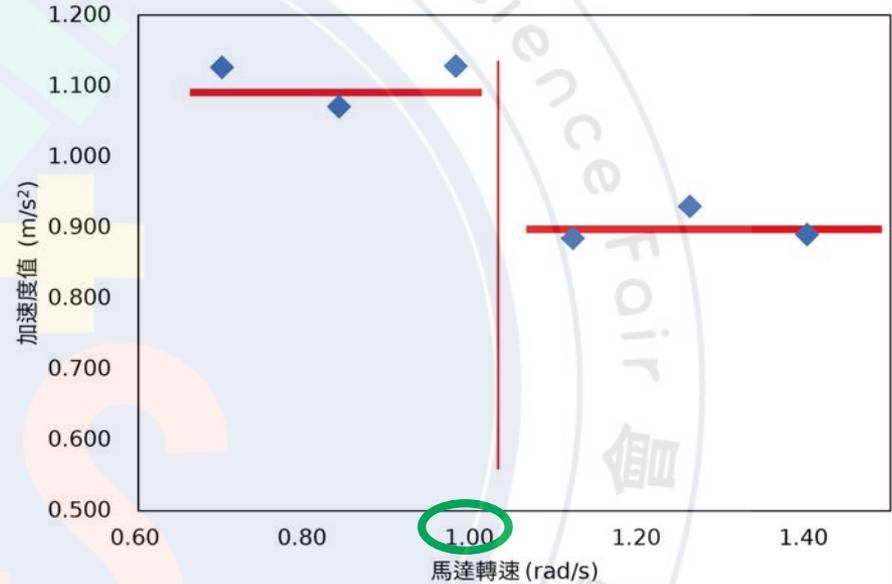
實驗三

分析攪拌速度不同時所形成渦流的運動速率變化

不同鈍體擾動速度下
渦流速率與時間關係圖 (v - t 圖)



馬達轉速與渦流運動加速度值關係圖



單位時間速率的變化量 (下稱「加速度」) 相同，因此我們發現渦流脫落後的運動為**等加速度運動**。

方程式之斜率值 = 渦流運動的加速度值

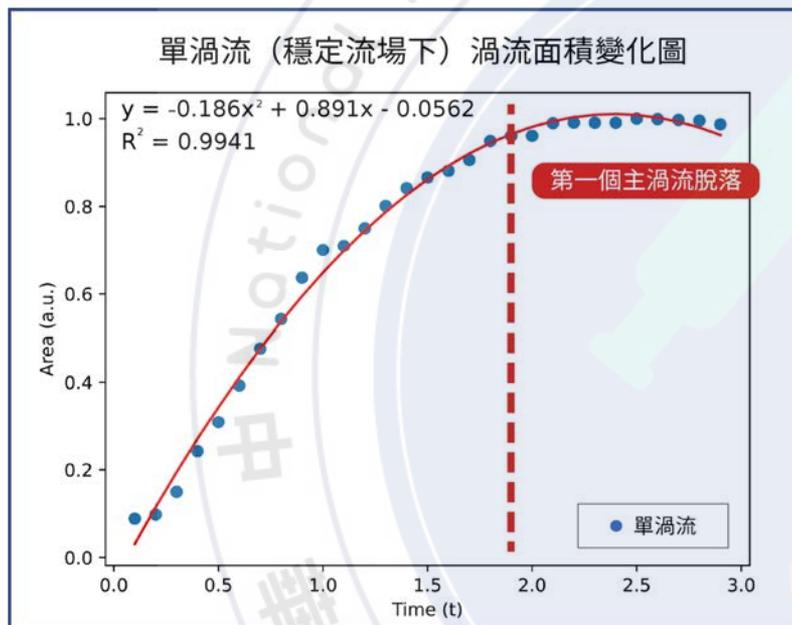
數據點在馬達轉速 **1.00 (Rad/s)** 時出現一**上下斷層**，加速度在兩個不同的轉速區間，皆有**定值**。

⇒ 當馬達轉速快時，因時間較短，導致渦流脫落時未被賦予過多能量，故加速的程度會較轉速慢時來的低。

實驗四

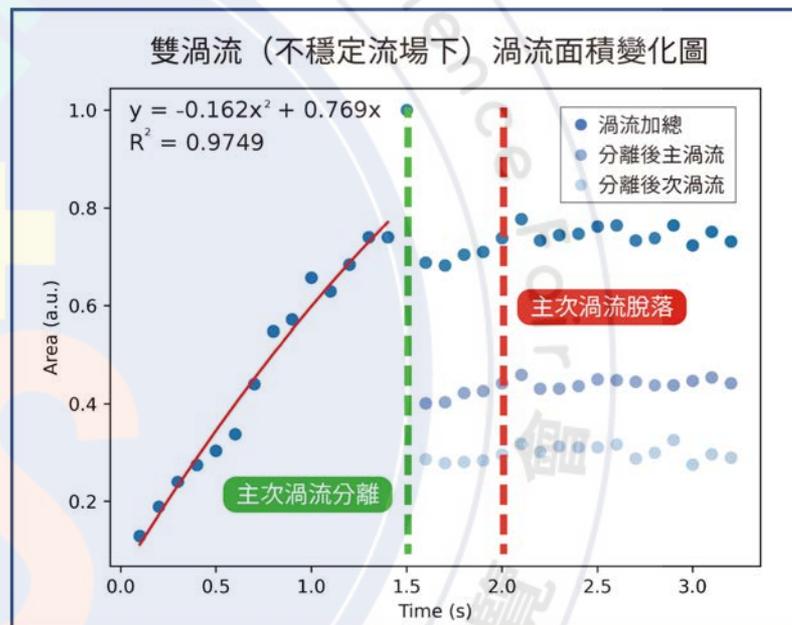
分析不同時間點下形成的渦流面積大小變化

穩定 (單 渦 流)



- **面積擴張**：因在未完全脫落的狀態下，木棒做功持續給予渦流能量。
- **面積不再改變**：在2秒時主渦流脫落之後因為脫離了木棒，使其面積不再增長。

不 穩 定 (雙 渦 流)

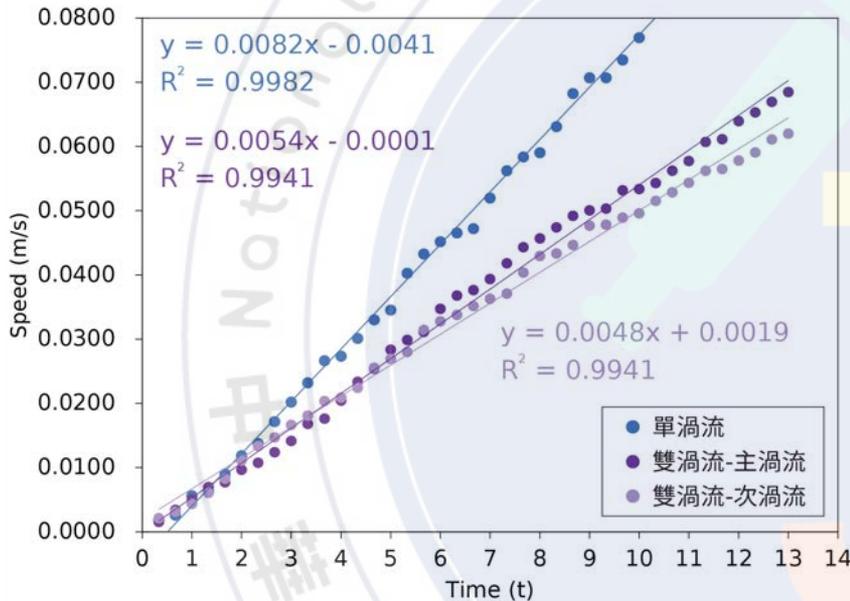


- **面積擴張**
- **面積不再改變 (一)**：1.5 秒到 2.0 秒之間**二次渦流行分離**，渦流漸漸脫離木棒，此時木棒對渦流的角度並無法使其做功給予能量。
- **面積不再改變 (二)**：於 2 秒後渦流完全**脫落**，木棒不做功給予能量。

實驗五

分析單渦流和雙渦流脫落後的運動速率變化

單渦流與雙渦流之主、次渦流脫落後
速率與時間關係圖 (v - t 圖)



	單渦流	雙渦流-主渦流	雙渦流-次渦流
加速率 (m/s ²)	8.2×10^{-3}	5.4×10^{-3}	4.8×10^{-3}

1.5倍

$$E_K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v_{\text{單}} : v_{\text{雙}} = \sqrt{2} : 1$$

$$\Rightarrow E_{K_{\text{單}}} : E_{K_{\text{雙}}} = 2 : 1$$

⇒ 由於加速度比約為 2 : 1 : 1

⇒ 假設雙渦流分離為主、次渦流時各獲得 1/2 的能量 (即原渦流的能量均分給兩渦流)

⇒ 由動能公式：

兩個渦流的速度比值與 $\sqrt{2}$ 近似

速度比 = 加速度比

⇒ 驗證能量一分为二的假設

渦流運動速率與時間呈線性關係

⇒ 發現無論是單、雙渦流，或被分離後的主、次渦流，皆以**等加速度運動**前進。

結論

過去的研究 V.S. 我們的研究 配合電腦軟體具象化所想呈現的

- 流場渦流的分析 (實驗一、實驗二)
單渦流與雙渦流
穩定與不穩定流場
- 渦流運動模式的量化 (實驗三、實驗四、實驗五)
能量與渦流

文獻

- Birkhoff, G. (1953). Formation of vortex streets. *Journal of Applied Physics*, 24(98), 98-103. doi:10.1063/1.1721143
- Gerrard, J. H. (1966). The mechanics of the formation region of vortices behind bluff bodies. *Journal of Fluid Mechanics*, 25(2), 401-413. doi:10.1017/S0022112066001721
- Pankanin, G. L. (2005). The vortex flowmeter: various methods of investigating phenomena. *Meas. Sci. Technol.* 16(R1), R1-R16. doi:10.1088/0957-0233/16/3/R01
- 林婕柔 (2019) 。點水蜻蜓款款飛——以泡膜研究蜻蜓拍翅的流場模式。中華民國第 59 屆中小學科學展覽會作品說明書。