

中華民國第 62 屆中小學科學展覽會

作品說明書

國中組 物理科

第三名

030105

一擺未平，一擺又起—變態耦合擺拍擺動之研究

學校名稱：新北市立永和國民中學

作者： 國二 吳宣煜 國二 葛詠堯 國二 陳奕蓁	指導老師： 陳敏華 許宏傑
---	-----------------------------

關鍵詞：耦合(coupling)、擺、拍頻

摘要

耦合振盪的現象最早由物理學家惠更斯從鐘擺的振盪發現，本研究探討之耦合擺現象即為耦合振盪現象。實驗在長線上掛上兩條細繩，兩繩分別掛上同質量砝碼，再分析耦合擺運動軌跡；分析得一擺擺動振幅增大時，另一擺則會減少。藉改變兩擺間距和擺長發現：兩擺間距影響兩擺振盪週期，兩細繩同長時，週期隨擺長規律增長。在不同數量的擺中，三擺和五擺透過改變多擺的擺長排列方式，發現各擺間的能量會有不同的轉換，規律因此各自有異。除此之外，我們發現彈簧對振盪的影響與棉繩相似，磁鐵在同極和異極時皆呈現明顯左右規律地晃動情形，振盪軌跡和無磁鐵時不同，振盪週期也會變長。上述變因對耦合擺在各擺間的能量轉換有關。

壹、前言

一、研究動機

組內同學曾經做過沙擺實驗，其他組員看到報告後頗感興趣，於是決定做關於擺的實驗。我們在網路上搜尋關於單擺之資料，意外地查到了耦合擺此現象：一擺擺幅越大時，另一擺的則會越小；且兩者會有規律地交換擺動週期。這種現象勾起了我們的好奇心，於是我們尋找實驗室現有器材，思考如何使用簡易的裝置製作耦合擺，研究這既奇妙又有規律的擺——耦合擺。並在研究過程希望能突破限制，除了了解雙擺的耦合情形，也想探討不同擺數量、不同擺數量之擺的擺長和磁鐵裝置對擺擺動時的差異。

二、研究目的

- (一)、了解耦合擺拍擺運動時之運動方式
- (二)、探討兩擺間距、擺長、連接線位置對拍擺動時振盪週期之影響
- (三)、探討單擺、耦合擺以及三擺對擺動之影響
- (四)、探討三、五擺的擺長排列對擺動之影響
- (五)、探討兩擺間連接線加入彈簧對耦合擺拍擺動之影響
- (六)、探討強力磁鐵排列方式對耦合擺拍擺動之影響

三、文獻回顧

(一) 物理擺（單擺）

當一個質點繞著一個固定的旋點自由運動，即構成一物理擺（單擺），且受到重力的回復力矩影響，因此會來回擺動。

如下圖 1-3-1 中的兩種情況，其實情況二的連線方式稱作 Y 擺，不過當兩種情況皆是前後擺動時，只要 H_1 和 H_2 皆相同，擺動方式與週期就會相同。

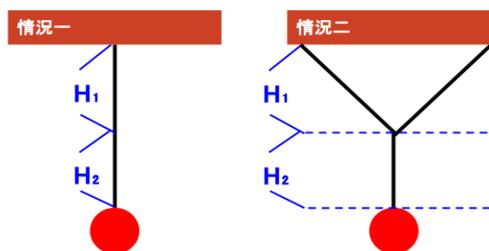


圖 1-3-1：單擺兩種連線情況

（作者自繪）

單擺自然頻率，為系統中固有的特性，其公式如式 (1-1)，其中 f 為頻率， g 為重力加速度， L 為擺長；由角頻率公式 $\omega = 2\pi f$ 而來，其中 2π 為整個圓周的弧度。將擺錘所受恢復力與簡諧運動的條件，因具有相同形式則可推知，單擺擺錘的運動近似簡諧運動。單擺的週期與擺長的平方根成正比，與重力加速度的平方根成反比，且單擺的週期與擺幅大小、擺錘質量無關。

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}} \quad (1-1)$$

單擺能繞懸點自由轉動，式 (1-2) 即單擺運動方程式， τ_g 為重力造成的回覆力矩， θ 為重心至懸點的連線與鉛直線的夾角， I 為轉動慣量， α 為角加速度， M 為擺錘質量， L 為擺長。當擺角 $\theta \ll 1$ 時，式中的 $\sin \theta$ 可簡化為 θ ，如式 (1-3)。

$$\tau_g = I\alpha, I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -MgL\theta \quad (1-2)$$

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -MgL\theta \quad (1-3)$$

單擺角為單擺擺錘在起始運動點時，擺線與鉛垂線間的夾角。單擺角頻率與頻率、週期的關係如式 (1-4)， ω 為角頻率，頻率 f 與週期 T 成倒數關係。

$$\omega = 2\pi f = 2\pi/T \quad (1-4)$$

(二) 耦合擺

當兩個單擺中間有耦合機制，稱為耦合擺，兩擺可透過耦合機制互相作用，依起始條件，大致可分為下列三種（圖 1-3-1）。

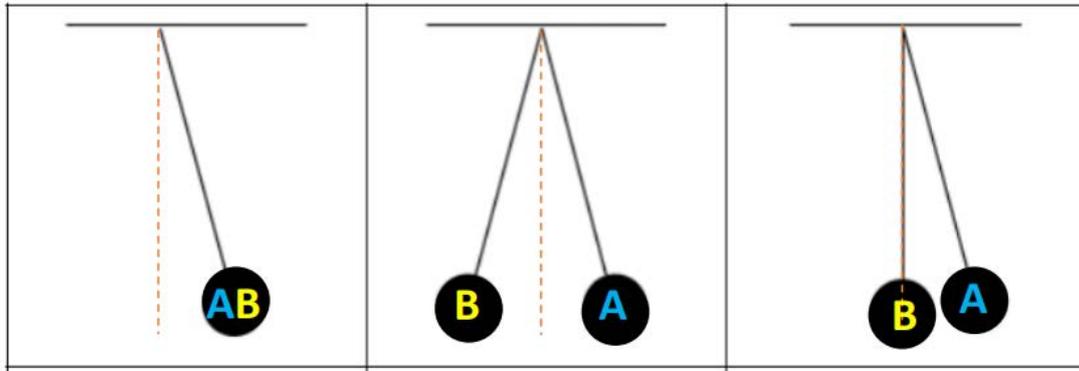


圖 1-3-2，三種起始條件（作者自繪）

1. 同相擺動：起始時兩擺在鉛錘線同一邊；過程中兩擺維持同頻率同步擺動（圖 1-3-2-左）。
2. 其相擺動：起始時兩擺在鉛錘線不同邊；過程中兩擺維持同頻率但在不同一邊的擺動（圖 1-3-2-中）。
3. 拍擺動：起始時一擺提起，另一擺在鉛錘線上；過程中兩擺振幅輪流變大及變小，波形似聲音的拍頻現象，兩擺波形為互補，能量於兩擺間藉由耦合機制來回傳遞（圖 1-3-2-右）。本研究主要研究之擺動方式。

(三) 拍擺動名詞定義：

1. 振動：擺來回擺動一次。
2. 振盪：振幅從小變到大再變小為一次振盪（或從大變到小再變大），即一個波包。

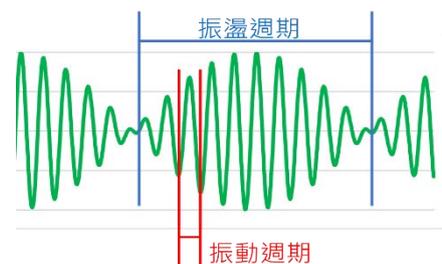


圖 1-3-2：振盪週期與振動週期

(四) 耦合擺的週期計算：

我們找到的其中兩項文獻，第一項是探討連線方式如圖 1-3-3，圖中線段 S 並非鉛直的；第二項文獻是探討連線方式如圖 1-3-4，圖中線段 1 是完全鉛直的。本研究中的裝置該部位並非完全鉛直，故計算方式與理論部分使用前者。

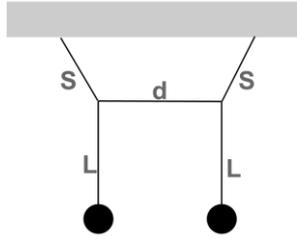


圖 1-3-3，第一項文獻的情形
(作者自繪)

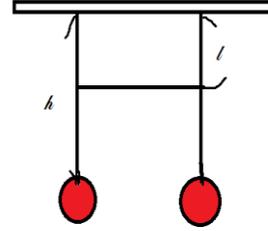


圖 1-3-4，第二項文獻的情形
(作者自繪)

根據國外文獻和 Youtube 影片的講解，此解說從分析擺動出發，定義的代數如圖 1-3-5，S 為側邊線段長度；d 為兩擺間距；L 為擺長，因此此公式用在兩擺等長的情況； θ 為線段 S 與鉛錘線的夾角。用靜力平衡的和牛頓第二運動定律，得出角頻率 ω_s 與 ω_a (2-3、2-4)，分別是 symmetry mode 和 anti symmetry mode 的角頻率，看到圖中連線中的三角形，則 ω_s 與 ω_a 公式中的 $S \cos \theta$ 則是鄰邊， $S \sin \theta$ 則是對邊。亦可由 ω_s 與 ω_a 推知振盪角頻率 ω_o 如式 (2-1) 和振動角頻率 ω_v 如式 (2-2)。

$$\omega_o = \frac{|\omega_s - \omega_a|}{2} \quad (2-1)$$

$$\omega_v = \frac{\omega_s + \omega_a}{2} \quad (2-2)$$

$$\omega_s = \sqrt{\frac{g}{L + S \cos \theta}} \quad (2-3)$$

$$\omega_a = \sqrt{\frac{g}{L + \frac{d}{2} + S \cos \theta}} \quad (2-4)$$

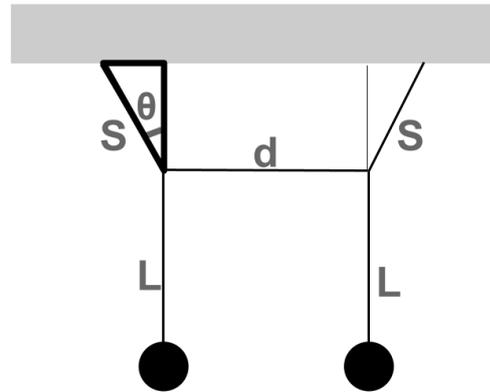


圖 1-3-5：第一部分之公式及代數 (作者自繪)

振盪角頻率即為式 (2-1)，又 $\omega = 2\pi / T$ ，由此推論，本實驗欲求的振盪週期 T 表示如式 (2-5)，本研究即依此式計算理論數值。

$$T_o = \frac{1}{f_o} = \frac{2\pi}{\omega_o} = \frac{4\pi}{|\omega_s - \omega_a|} \quad (2-5)$$

(五) 拍頻現象

兩個頻率相近的波，會遵守疊加原理，呈現許多波包，形成合成拍頻 (如圖 1-4-1)，此與耦合擺振盪的軌跡極為類似。

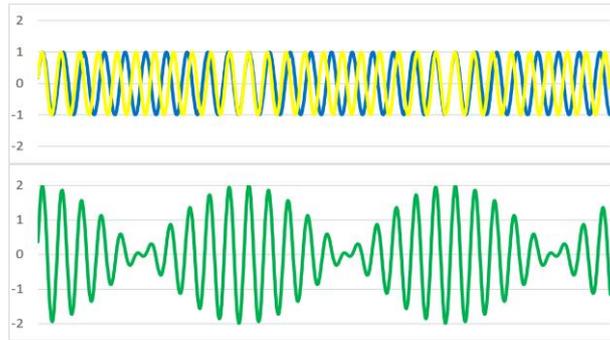
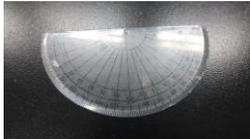


圖 1-4-1：拍頻現象

貳、研究設備及器材

一、測量設備：

			
攝影機	量角器	自製量尺	攝影機腳架
			
鐵製砝碼	棉線	膠帶（標記）	擺架
			
雙頭鱷魚夾	電磁鐵(含矽鋼片)	電磁鐵架	電流供應器
			
磁鐵	反射的架子	LED	彈簧

二、分析軟體：

1. Tracker
2. Excel
3. Google 試算表、Onedrive 雲端資料整理（利於線上整理與討論）

參、研究過程與方法

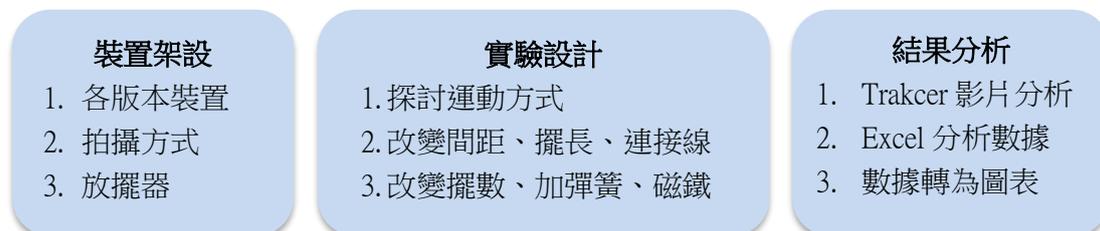


圖 3-3-1：實驗流程圖

一、實驗裝置

本研究中，先擺動的主擺為 A，副擺為 B；連接線與橫桿的綁結處為懸點，如下（圖 2-1-1）。

實驗裝置的部分，我們為了使操作更簡便及得到更精確的數據，共設計了三代的耦合擺拍攝裝置。為固定每次實驗主擺的起始角度，在第二代裝置以後，用電磁鐵原理設計了自製放擺器（圖 3-1-2），電路中有一開關，壓下時產生磁力將砝碼吸附，放開後砝碼即開始擺動。

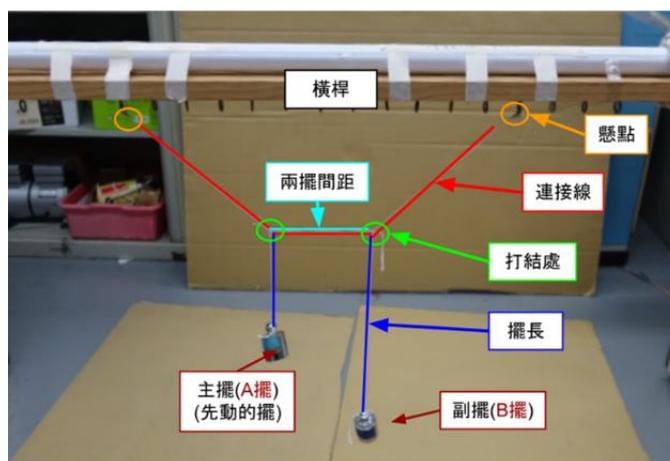


圖 3-1-1：實驗裝置及代號定義

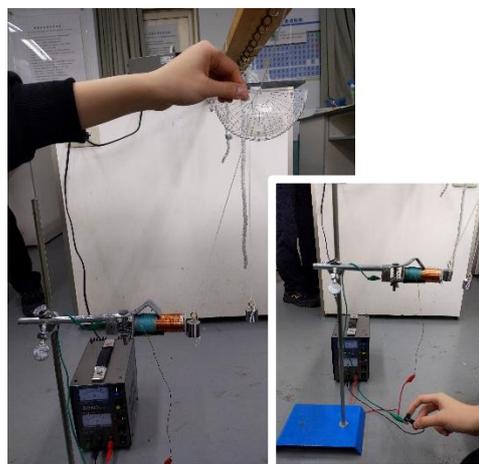
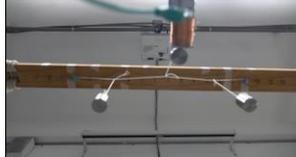
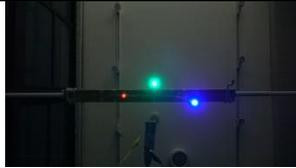


圖 3-1-2：自製放擺器

表 3-1-3，實驗裝置的各版本說明

版本	拍攝畫面	拍攝方式	放擺器
第一代 (目的 目的二-1, 2)		相機架設在側邊，在擺錘側邊貼圓形貼紙。實驗過後發現主擺和副擺會因距離不同而無法呈現振幅的真實比例。	人工放擺，擔心會有誤差。
第二代 (目的二-3 目的三)		改為從正下方仰拍，並在擺錘底部貼圓形貼紙。可呈現各擺真實振幅比例。	架設電磁鐵放擺器。
第三代 (目的四 目的五)		維持從正下方仰拍（磁鐵實驗裝置稍有不同，在實驗設計作介紹），並在擺錘底部加上 LED，並關燈拍攝。	架設電磁鐵放擺器。

為固定每次實驗主擺的起始角度，用電磁鐵裝置，設計了自製放擺器（圖 3-1-2），電路中有一開關，壓下時產生磁力將砝碼吸附，放開後砝碼即開始擺動。

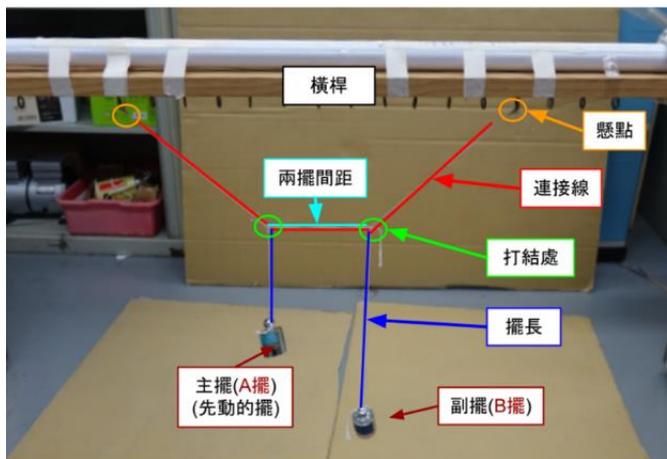


圖 3-1-1：實驗裝置及代號定義

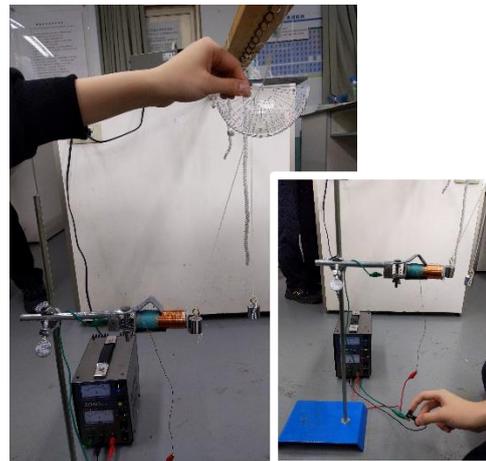


圖 3-1-2：自製放擺器

二、實驗設計

我們先設計了標準流程，再依據五項研究目的設計了對應的實驗步驟，如下。除實驗二之一以外，其他各項研究之連接線（如圖 3-1-1，從左邊懸點直至右邊懸點，共一條）皆 39cm；砝碼皆為 100g；初始擺角則是個實驗有所不同。

標準流程如下：

- 1.剪裁兩棉繩，掛至連接線上，於末端綁上 100g 砝碼，並調整擺長至 30cm。
- 2.調整兩擺繩之間距離至 10cm，並且讓兩繩打結處與連接線兩端距離相同。
- 3.以量角器輔助測量，以打結處對準圓心，橫向拉動主擺至特定角度。
- 4.開始拍攝約 3 秒後放手使其開始擺動，影片長度及數量依各變因有所不同。

每個變因不同之處：

(一) 了解耦合擺拍擺動時之運動方式

依照標準流程，連接線為 40cm，主擺起始角度為 20 度。影片長度為 180 秒，共拍攝 1 部。

(二) 探討兩擺間距、擺長、連接線位置對拍擺動時振盪週期之影響

1. 兩擺間距

依照標準流程，連接線為 39cm，主擺起始角度為 20 度，兩擺間距分別調至 5、10、15、20、25 以及 30cm。影片長度為 60 秒，考慮週期過長問題，25 和 30cm 拍攝 180 秒；每個變因共拍攝 3 部，以多次觀察實驗利於後續分析。

2. 兩擺擺長

依照標準流程，連接線為 40cm，主擺起始角度為 20 度。影片長度為 60 秒，每個變因共拍攝 3 部，以多次觀察實驗利於後續分析。擺長分別如下

- 兩擺同長：使兩擺擺長分別為 10、20、30 以及 40cm。
- 兩擺不同長：使主擺擺長為 10cm，副擺分別為 20、30 以及 40cm。

3. 連接線位置

依照標準流程，連接線為 40cm，主擺起始角度為 20 度，連接線的兩懸點分別距離 11.8、17.8、23.8、29.8、35.8cm。影片長度 60 秒，每個變因共拍攝 3 部，以多次觀察實驗利於後續分析。

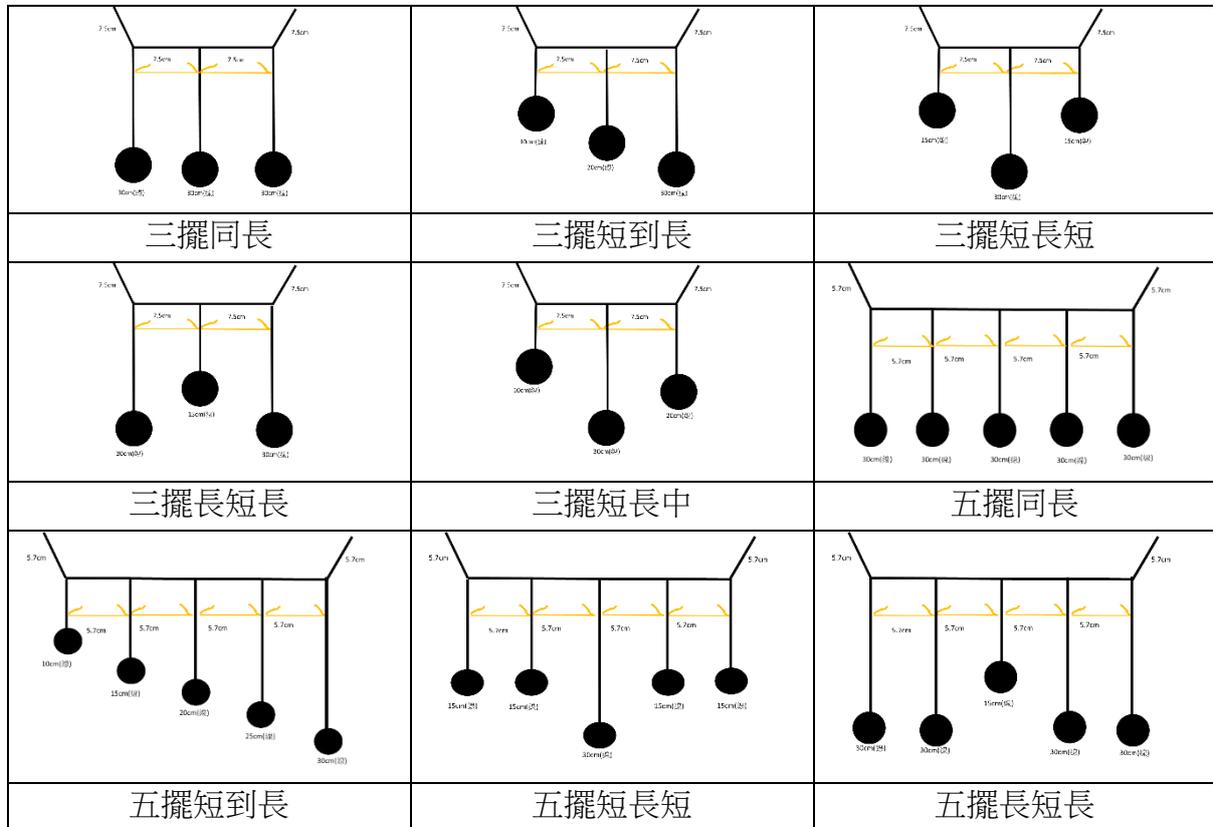
(三) 探討單擺、耦合擺以及三擺對擺動之影響

依照標準流程，改變擺的數量為 1, 2, 3 個，連接線為 40cm，主擺起始角度為 20 度，擺長改為 10cm。影片長度為 180 秒，每個變因共拍攝 3 部，以多次觀察實驗利於後續分析。

(四) 探討三、五擺的擺長排列對擺動之影響

依照標準流程，改變擺的數量及擺長（如圖 3-2-1），這裡的主擺為中擺，連接線為 40cm，主擺起始角度為 10 度。影片長度為 180 秒，每個變因共拍攝 3 部，以多次觀察實驗利於後續分析。

表 3-2-1、三擺與五擺各擺長組合裝置示意圖



(五) 探討兩擺間連接線加入彈簧對耦合擺拍擺動之影響

依照標準流程，將兩擺間的連接線改為彈簧。連接線為 40cm，主擺起始角度為 10 度。影片長度 180 秒，每個變因共拍攝 3 部，以多次觀察實驗利於後續分析。

(六) 探討強力磁鐵排列方式對耦和擺拍擺動之影響

依照標準流程，在砝碼底部貼上磁鐵，在正下方放置磁鐵裝置。為不與磁鐵互相影響，裝上 45 度反射鏡，並將相機架在裝置側邊使其面對反射鏡。連接線為 40cm，主擺起始角度為 10 度。影片長度 180 秒，每個變因共拍攝 3 部，以多次觀察實驗利於後續分析。

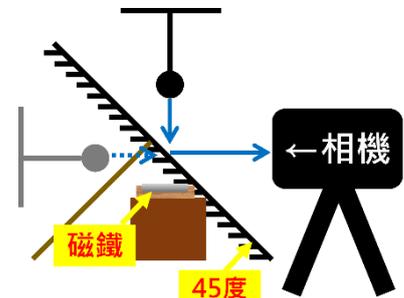


圖 3-2-2：磁鐵實驗裝置

三、 結果分析

(一) Tracker 影片分析

1. 匯入影片後，設定好座標軸，使 x 軸刻度 0 對齊法線。
2. 設定好影片入點，將開始擺動的時間設為零秒。
3. 新增一個質點，並於記號處框定該擺追蹤範本。
4. 使用 Tracker 軌跡自動追蹤功能追蹤，完成後將數據複製到試算表上分析。

(二) 數據分析

本研究中以 Excel 做數據的分析，先以數據畫出的圖表輔助找出規律及判斷週期，圖表中橫軸為 t (時間，單位 s)，縱軸為 x (左右距離) (如下圖 3-3-5)。

再運用試算表函式功能找出每個振盪週期內最大的 x 值及對應之 t 值 (定義其為 t_{max})，並將前後兩 t_{max} 相減得出振盪週期 (time)。

本研究中，主擺的第一個最大值 ($t_{max 1}$) 為第一個週期的最高點，即為 $0s$ 。

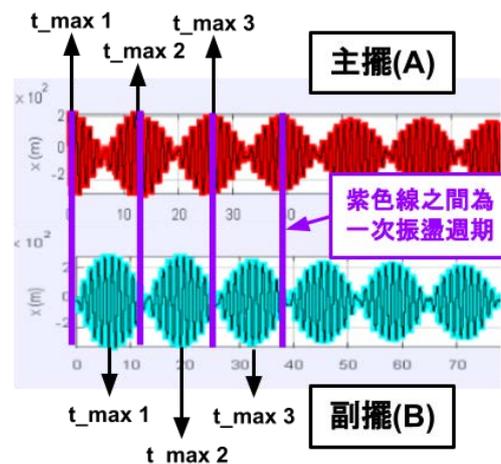


圖 3-3-5：圖表代號定義

(三) 實驗圖表與表格

實驗表格中呈現的數據為每個變因兩擺的週期 $time(s)$ 與其平均，以紅字標示極端值，與其他數值有明顯差異者，不列入平均計算。

肆、研究結果

一、耦合擺拍擺動時之運動方式

目的一為瞭解耦合擺的運動方式及特性，實驗一的實驗分析結果如下表（表 4-1-1），此實驗為討論主擺和副擺在擺動時擺動幅度達最大值所對應的時間(t_{max})及振盪週期(time)之測量分析方式，以利後續實驗進行。連接線為 39cm，兩擺間距為 10cm，主擺和副擺的擺長皆為 30cm，主擺拉高的角度為 20 度。

表 4-1-1：實驗一最大時間及振盪週期

A	t_{max}	time	B	t_{max}	time
1	0.00	11.91	1	5.24	14.55
2	11.91	14.50	2	19.79	11.96
3	26.41	13.18	3	31.75	14.46
4	39.59	11.98	4	46.21	11.35
5	51.57	13.20	5	57.56	12.55
6	64.76	13.20	6	70.10	14.45
7	77.96	11.93	7	84.55	11.95
8	89.89	13.20	8	96.50	13.18
9	103.09	13.18	9	109.68	13.18
10	116.27	11.93	10	122.86	13.18
11	128.19	13.18	11	136.04	25.11
12	141.37	13.18	12	147.96	13.18
13	154.55	13.18	13	161.14	13.16
14	167.73	10.66	14	174.31	
15	178.39	--	--	--	---
平均		12.66	平均		14.02

由上表 4-1-1 可以發現每兩個 T_{max} 的差（即週期）相近，且主擺與副擺的週期亦相近。兩擺的擺動軌跡疊合比較圖如圖 4-1-2，可發現兩擺擺幅分別會變大變小，並互相交錯疊合的情形。其中主擺 0 秒時就開始擺動的是主擺；副擺 0 秒時是靜止的。

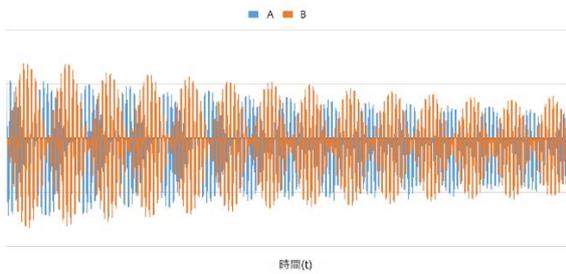


圖 4-1-2：耦合擺主擺與副擺之運動情形

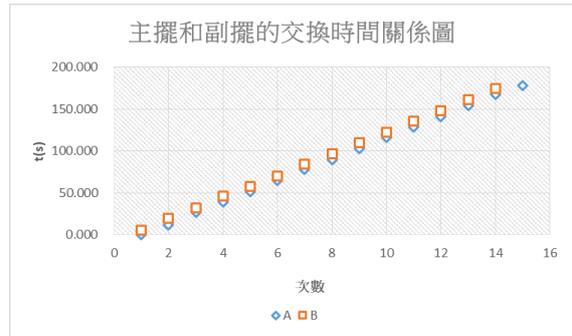


圖 4-1-3：主擺和副擺振盪週期關係圖

小結：

●由（圖 4-1-2）可知，當主擺振幅最大時，副擺的振幅會最小；當主擺振幅最小時，則副擺振幅最大。兩擺週期互相交錯，如文獻所述，兩擺會互相傳遞能量。所以後續研究結果針對週期做探討，即可推知兩擺的運動情形。

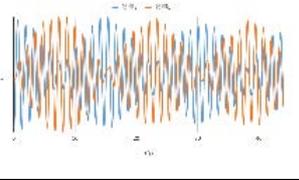
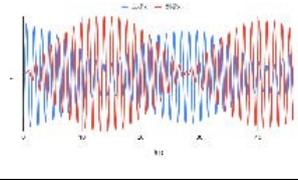
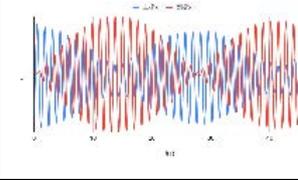
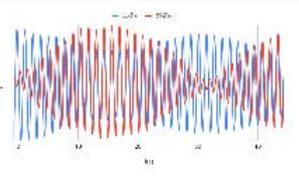
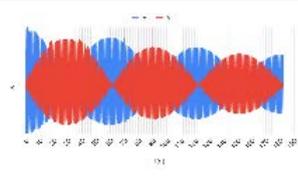
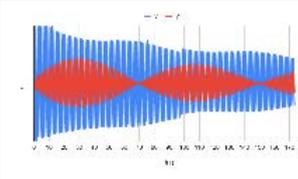
二、探討兩擺間距、擺長、連接線位置對拍擺動時振盪週期之影響

目的二探討兩擺間距、兩擺擺長，以及連接線兩端距離對耦合擺拍擺動的影響。其中兩擺擺長又分為「兩擺同擺長」和「兩擺不同擺長」。

(一) 比較兩擺間距

探討兩擺間距對拍擺動時振盪週期之影響，分別改為 5、10、15、20、25、30cm，共六個項目，每個項目做 3 次實驗。

表 4-2-1：改變兩擺間距時的振盪軌跡

兩擺間距(cm)	5 (片長 60s)	10 (片長 60s)	15 (片長 60s)
圖片			
平均週期(s)	14.56	20.21	28.50
兩擺間距(cm)	20 (片長 60s)	25 (片長 180s)	30 (片長 180s)
圖片			
平均週期(s)	29.02	59.72	72.72

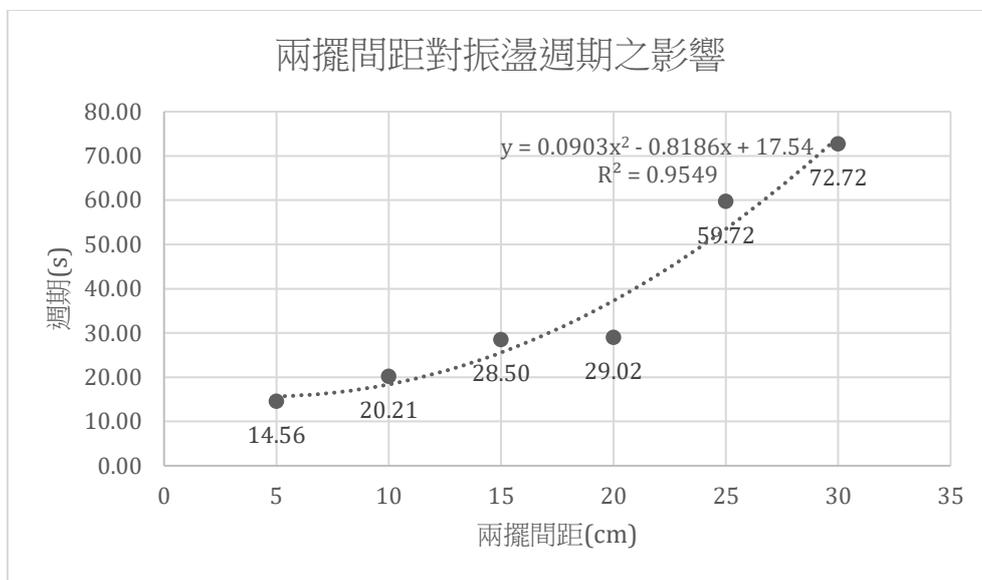


圖 4-2-2：兩擺間距對振盪週期之影響

小結

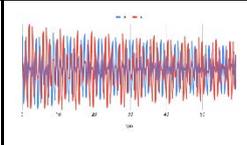
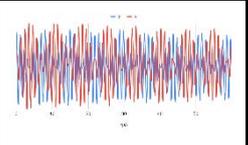
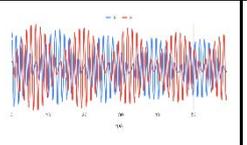
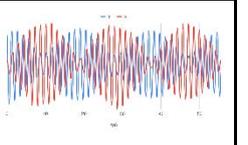
- 當兩擺間距越長，其振盪週期也越長，擬合結果較似二次曲線。
- 當兩擺間距越長，主擺的最小振幅會越距離 0cm 越遠，副擺則維持接近 0cm。

(二) 比較兩擺擺長

1. 兩擺同擺長

探討同時改變兩擺擺長，分別改為 10、20、30 以及 40cm，共四個項目，每個項目進行 3 次實驗。

表 4-2-3：改變兩擺擺長時的振盪軌跡

擺長(cm)	10	20	30	40
圖片				
平均週期 (s)	4.27	7.47	12.80	17.98

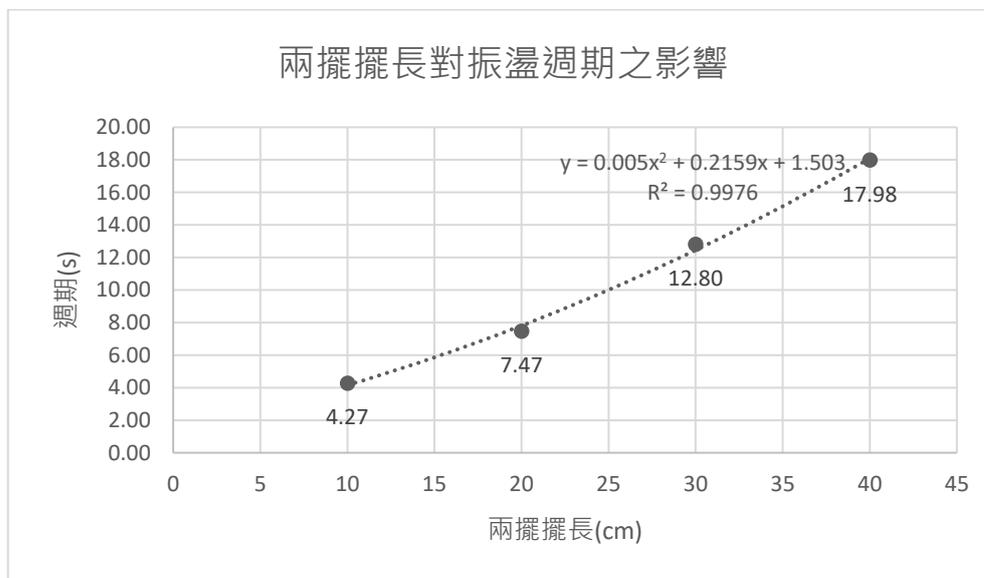


圖 4-2-4：兩擺擺長對振盪週期之影響

小結：

- 當兩擺擺長同時改變時，若擺長越長，則振盪週期越長。
- 擺長不只會影響振盪週期，亦會影響振動週期（在擺長越長時，振動週期會越長）。

2. 兩擺不同擺長

發現雖然兩擺不等長，但週期相近，推測仍是有些許規律的能量交替情形。

表 4-2-5，實驗三改變副擺之擺動示意圖

擺長(cm): 主擺 / 副擺	10 / 10	10 / 20
圖片 ※圈起來為副擺		
擺長(cm): 主擺 / 副擺	10 / 30	10 / 40
圖片 ※圈起來為副擺		

小結：

- 當兩擺擺長差異越大，週期越短，且兩擺振幅變化量越小。

(三) 比較連接線兩端間距

實驗四探討連接線兩端距離（綁在擺架上的兩端的間距）對拍擺動時振盪週期之影響，分別為 11.8、17.8、23.8、29.8、35.5cm，共五個項目，每個項目進行 3 次實驗。

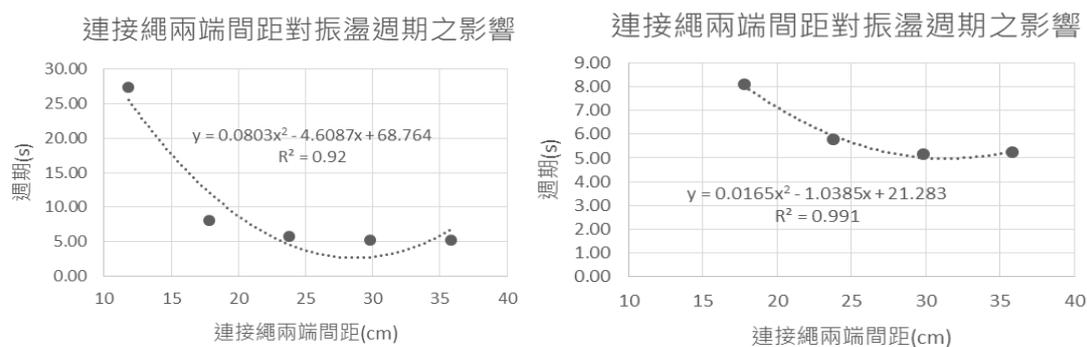


圖 4-2-6，連接線兩端距離對振盪週期的影響

（左為所有數據圖，右為去除連接線兩端距離為 11.8cm 之數據的圖）

小結：

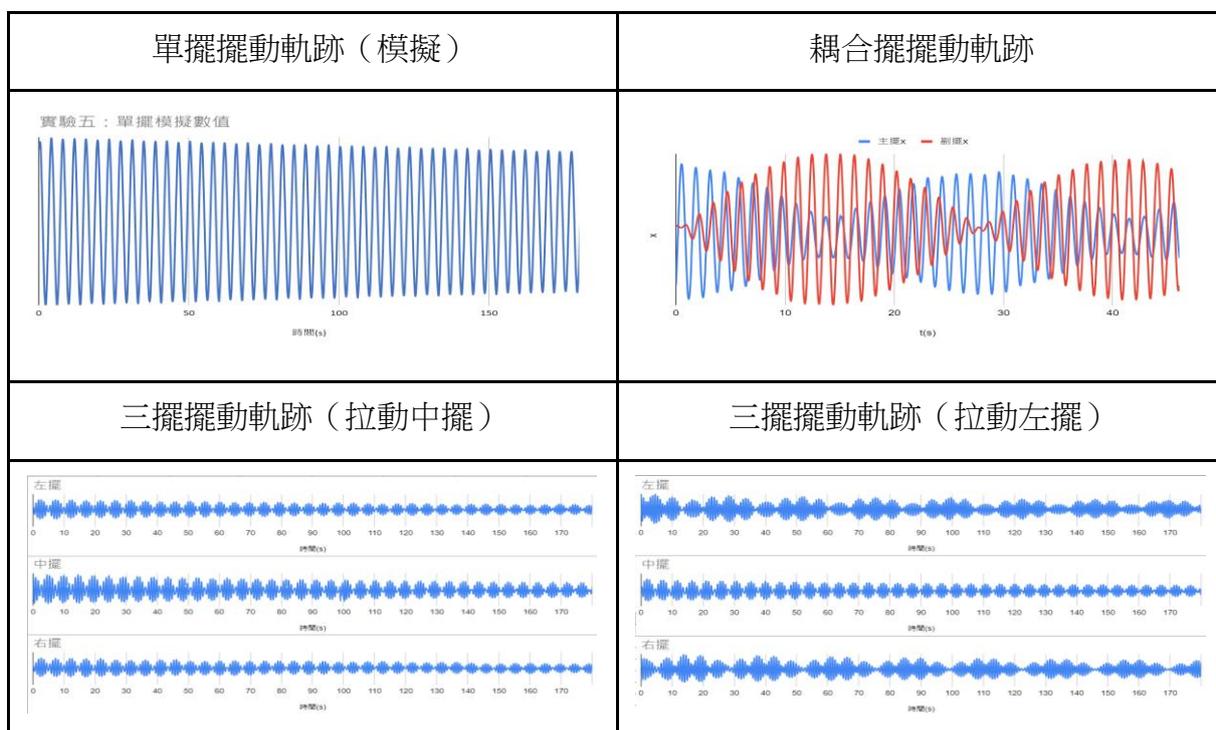
●當連接線長度不變，兩端點距離越長，擺動週期會越短，擬合結果較似二次曲線，但在 35.8cm 時卻會變長。

●當連接線長度不變，兩端點距離越長，則每增加單位距離時振盪週期的減少量會愈少。

三、探討單擺、耦合擺以及三擺對於擺動差異

本實驗探討不同數量的擺之間之擺動差異，共分成四項：單擺，耦合擺，三擺（拉動中擺）以及三擺（拉動右擺）。並比較其運擺動軌跡的波形差異。

表 4-3-1，實驗五的結果示意圖，呈現不同數量的擺差異。



小結：

- 由上圖可看出單擺之擺動幅度為逐漸減少。
- 耦合擺為兩擺擺動幅度之大小有規律交錯，亦會逐漸減少。
- 三擺（拉動中擺）為左擺及右擺擺動波形會同相擺動，振幅為中擺(主擺)的一半，且和中擺(主擺)的擺動幅度大小有規律地交錯。
- 三擺（拉動左擺）則為左擺(主擺)和右擺的擺動幅度大小有規律地交錯，而中擺週期較短而較多，三個擺的擺動幅度不會完全重疊。

四、探討三、五擺的擺長排列對擺動之影響

目的四分別探討三擺和五擺的不同擺長組合時，其振盪軌跡的差異，這些實驗皆以拉動中擺（最中間的）至 10 度作為起始位置，每個項目做 3 次。

(一)三擺擺長對擺動之影響

1. 三擺同長（皆為 15cm）

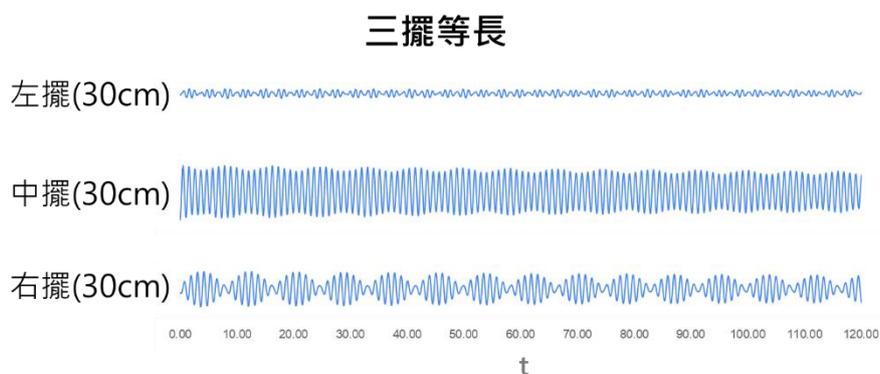


圖 4-4-1：三擺同長的振盪軌跡圖

由圖 4-4-1 可以發現，中擺的振幅最大，難與左擺、右擺產生振盪，左右擺振幅較中擺小許多，但皆有波包的形狀。

2. 三擺短到長排序（10, 20, 30cm）

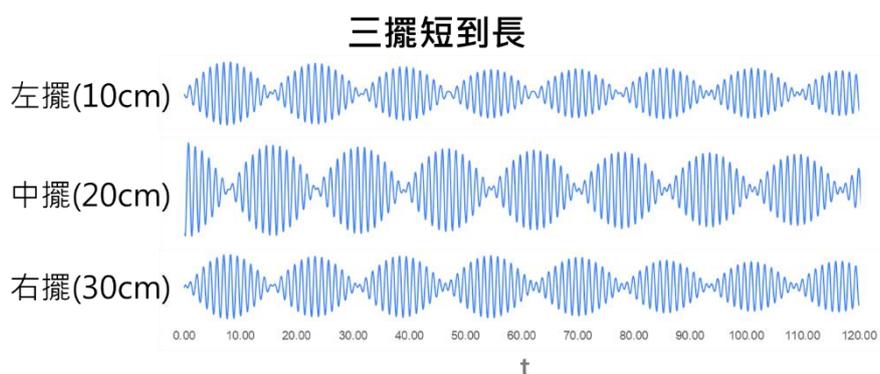


圖 4-4-2：三擺短到長排列的振盪軌跡圖

由圖 4-4-2 可以發現，中擺同時和左擺及右擺產生振盪，且振盪現象明顯，推測因為其長度排列具規律性；而左擺和右擺最大振幅是中擺的一半，推測因為中擺同時和左擺、右擺進行能量傳遞（振盪）。

3. 三擺短長短排序 (15, 30, 15cm)

三擺短長短

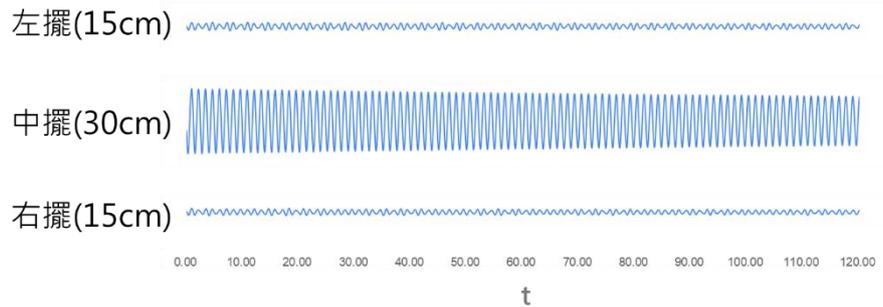


圖 4-4-3：三擺短長短排列的振盪軌跡圖

由圖 4-4-3 可以發現，左右擺最大振幅極小，推測因為擺長不同難產生共振。但左擺和右擺亦有些微振盪現象，代表能量有互相傳遞。

4. 三擺長短長排序 (30, 15, 30cm)

三擺長短長

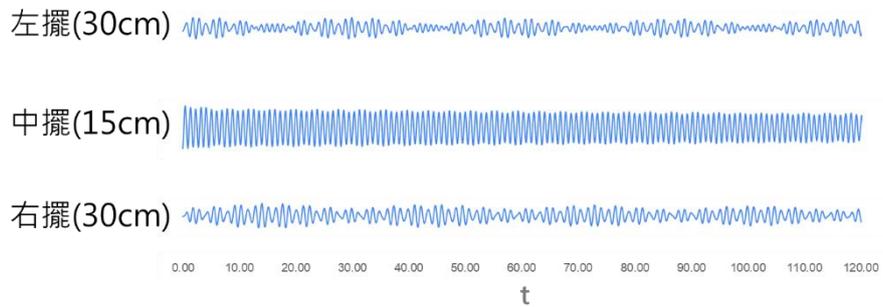


圖 4-4-4：三擺長短長排列的振盪軌跡圖

由圖 4-4-4 可以發現，左右擺最大振幅極小，推測因為擺長不同難產生振盪。但左擺和右擺亦有些微振盪現象，代表能量有互相傳遞。

5. 三擺短長中排序 (10, 30, 20cm)

三擺短長中

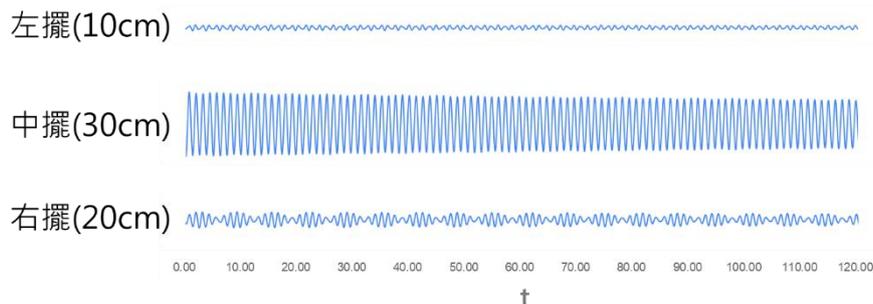


圖 4-4-5：三擺短長中排列的振盪軌跡圖

由圖 4-4-5 可以發現，左右擺幾乎不振動，推測因擺長不同且排列並無規律性。又右擺擺長較左擺大，推測因其擺長較接近中擺，產生些微振盪現象。

6. 三擺不同擺長組合比較

將三擺不同擺長組合相互比較發現：

- 短到長排序是振盪情形最明顯的。(如圖 4-4-1 所示)
- 同長、短長短排序、長短長排序、短長中排序皆為中擺傳極少能量給左擺和右擺，中擺的振盪極不明顯。但左擺和右擺有不同的振盪現象，其中短長短排序、長短長排序時，左擺和右擺皆會同部擺動。(如圖 4-4-2~圖 4-2-5 所示)

(二) 五擺擺長排列對擺動之影響

1. 同長時 (皆為 15cm)

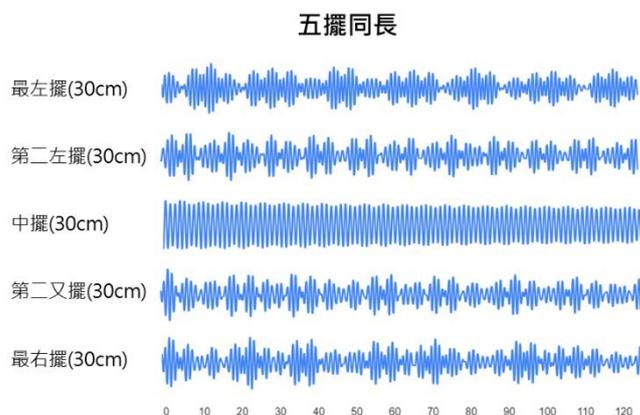


圖 4-5-1：五擺同長排列的振盪軌跡

上圖表雖振幅刻度不同，但亦可從圖表看出每個擺的擺動軌跡不相同，雖一開始第二右擺和最右擺振動軌跡相同，但在後面會有規律的交錯。而中擺則是振幅最大的，其餘的擺振幅則相較中擺小很多。

2. 短到長排序 (10, 15, 20, 25, 30cm)

五擺短到長

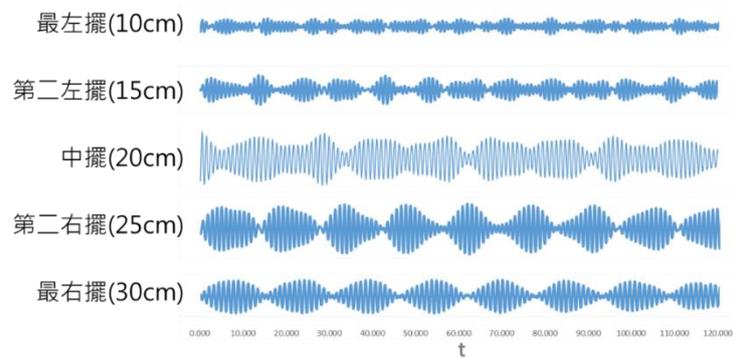


圖 4-5-2：五擺短到長排列的振盪軌跡

從上表可知中擺振幅最大，並且五個擺的擺動週期皆相異，雖一開始最左擺和第二左擺、最右擺和第二右擺週期相同，但隨時間推進，五個擺的週期也會各自相異的交錯開來。並且中擺和第二右擺以及最右擺振盪軌跡相似，皆為較無凸起（如最左擺以及第二左擺）的波包。

3. 短長短排序 (15, 15, 30, 15, 15cm)

五擺短長短

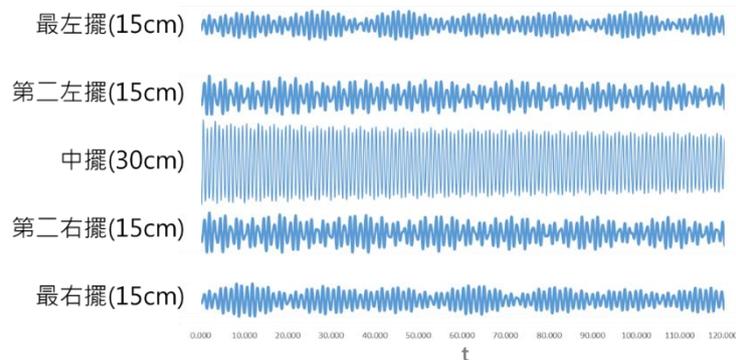


圖 4-5-3：中擺短長短排列的振盪軌跡

由圖 4-5-3 可知，中擺的振幅最大且中擺的振盪週期最小，而最右擺和最左擺擺動週期相同，第二左擺和第二右擺擺動週期亦相同，且第二左擺及第二右擺之振盪週期和最左擺以及最右擺之振盪週期互相交錯。

4. 長短長排序 (30, 30, 15, 30, 30cm)

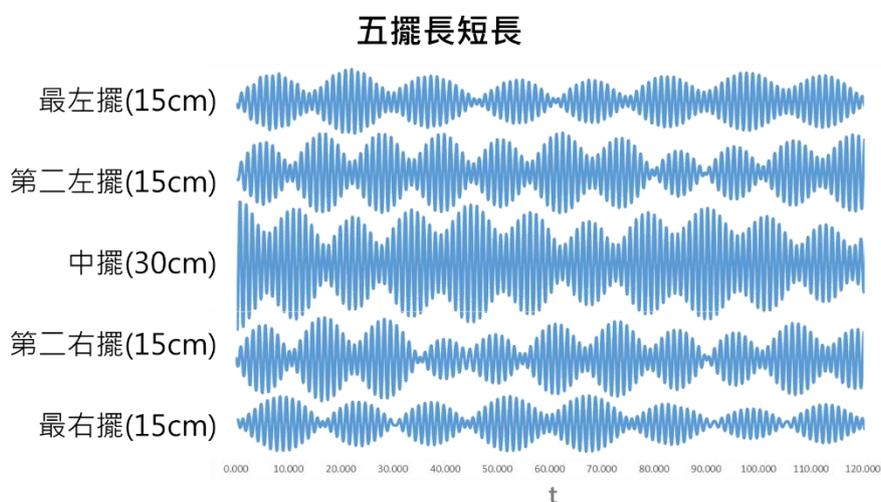


圖 4-5-4：中擺短長短排列的振盪軌跡

從上圖可知，中擺的振幅最大，相較於前幾個變因，此變因之波包形狀較完整，最左擺和最右擺以及第二左擺以及第二右擺之振動週期相同但是振幅會有規律地變大變小，而最左擺和最右擺以及第二左擺以及第二右擺之振盪週期也會互相錯開。

5. 五擺不同擺長組合比較

- 五擺同長、短長短排序：兩者皆是中擺變化量較小，而其他四擺的振幅也較小，代表擺間不容易交換能量，達到振盪。
- 短到長排序、長短長排序：兩者中擺變化量大，且各擺具有明顯的波包。不同的是：短報長排序的各波包形狀較不一；長短長排序的各波包形狀較相近且較規則。

五、探討連接線加入彈簧對擺動之影響

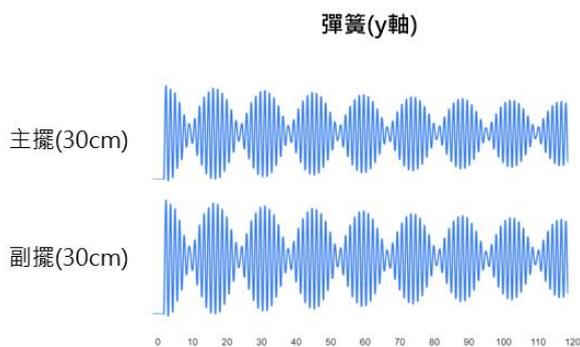


圖 4-5-1：加入彈簧的耦合擺振盪軌跡圖

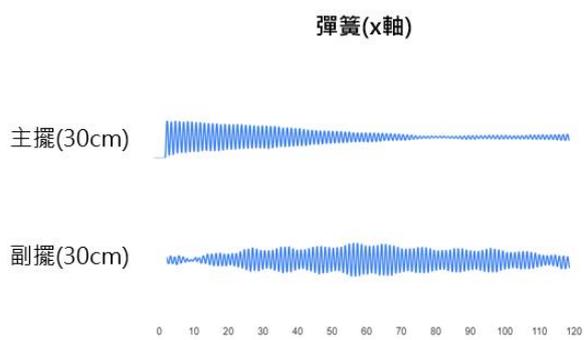


圖 4-5-2：加入彈簧的耦合擺晃動軌跡圖

由圖 4-5-1 可發現，主、副擺振盪週期及軌跡極度相似，皆呈多個隨時間增加而平均振幅越來越小的波包。由圖 4-5-2 可發現，主擺晃動情形近似單擺振盪軌跡，振幅隨時間增加而遞減；副擺晃動軌跡呈多個週期性較不明顯的小波包。

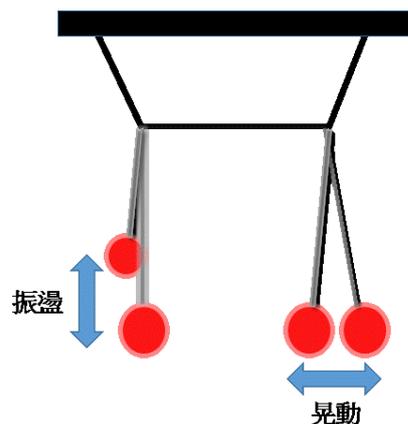


圖 4-5-3：振盪與晃動方向示意圖

六、探討強力磁鐵排列方式對耦合擺拍擺動之影響

1. 磁鐵同極

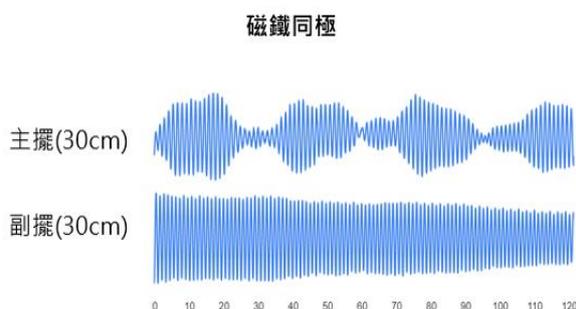


圖 4-6-1：磁鐵同極的耦合擺振盪軌跡圖

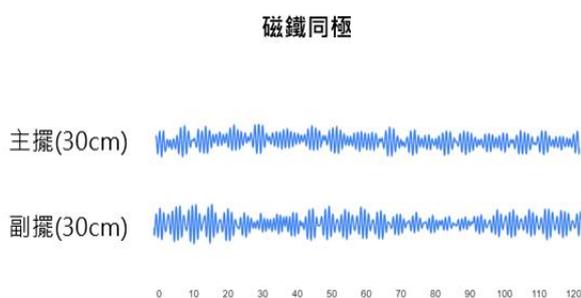


圖 4-6-2：磁鐵同極的耦合擺晃動軌跡圖

由圖 4-6-1 發現，主擺振盪軌跡形成多個不規則多邊形；副擺振盪軌跡近似單擺的振盪，但仍有不明顯的週期性，軌跡圖呈起伏較緩的波浪狀。由圖 4-6-2 發現，主、副擺晃動軌跡皆呈密集排列的小波包，而副擺的小波包排列組成具週期性的大波包。

2. 磁鐵異極

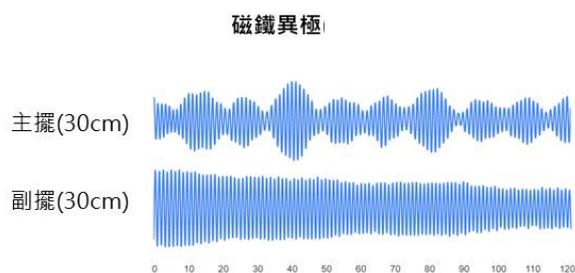


圖 4-6-3：磁鐵異極的耦合擺振盪軌跡圖

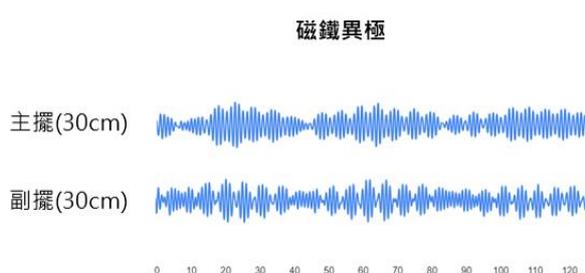


圖 4-6-4：磁鐵異極的耦合擺晃動軌跡圖

由圖 4-6-3 可發現，主擺振盪軌跡呈多個完整波包，而除了少數波包的振幅最大值明顯大於其他波包的最大振幅，其餘波包大小皆相似；副擺振盪軌跡與同極磁鐵副擺之振盪極度相似，然而有相較明顯的週期性，振盪軌跡呈高低起伏較後者大的波浪狀。由圖 4-6-4 可發現，主、副擺晃動情形分別和同極磁鐵主、副擺之晃動情形相似，但其主擺之晃動波包大小大於同極磁鐵主擺晃動軌跡之波包。

伍、討論

根據研究結果，分為兩部分進行討論：

一、 耦合擺拍擺動的運動方式及各項因素的關係（目的二）

（一）耦和擺拍擺動的運動方式

1. 由實驗一可知，當主擺的振幅最大時，副擺的振幅會最小；當主擺的振幅最小時，則副擺的振幅會最大。並且兩種情況會相互輪替。呈現出波包類似拍頻現象。
2. 由實驗一的擺動軌跡可以發現，主擺振盪的最小幅度不會為 0cm，副擺的最小振幅會接近 0，推測因為主擺並不會把能量完全交給副擺。

（二）比較兩擺間距

1. 由實驗二結果可知，當兩擺的間距越長，其振盪週期也會越長；就如單擺擺長越長時，週期也會越長。
2. 接續討論一的第(二)點，由實驗二擺動軌跡有另一個發現：當兩擺間距越大，主擺的最小振幅會距離 0cm 越遠，則副擺最小振幅維持接近 0cm。

(三) 比較兩擺擺長

●兩擺同擺長

1. 由實驗三數據可知，當耦合擺擺長越長，其振盪週期會越長。亦如同單擺擺長越長時，週期也會越長。

●兩擺不同擺長

1. 主擺的振盪週期在加長副擺之後，兩擺擺長差距越大，兩擺的振幅變化越小，導致振盪週期會越不明顯。由此推測當擺長差距越大，則越不利於能量傳遞，而較看不出波包的形狀。

(四) 比較連接線位置

1. 連接線兩端距離越長，擺動週期會越短，但在 35.8cm 時會變長，不過公式推導之理論值亦如此。我們認為連接線兩端距離越遠，會使兩擺之間的線越緊，導致能量傳遞更快，振盪週期會變短。
2. 另一個發現為，連接線兩端距離越長，單位時間之波包內最大振幅改變量越少。

(五) 理論值與實驗值比較

為求出理論值，我們將數值轉換成所需代數，帶入公式中後得出理論值再畫出實驗值與理論值的比較（圖 5-1-1、5-1-2、5-1-3）

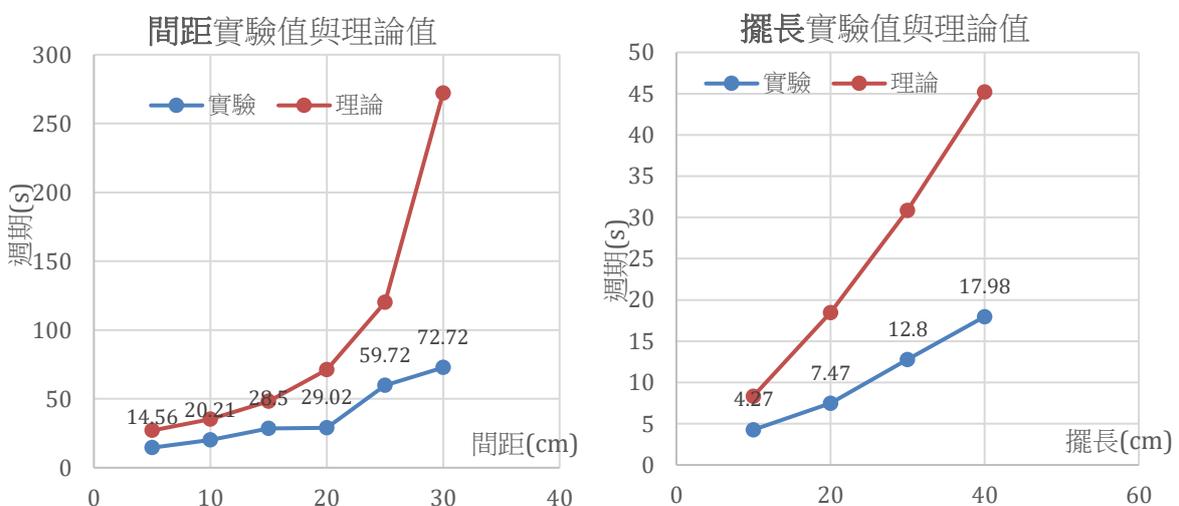


圖 5-1-1：兩擺間距之理論值與實驗值比較；圖 5-1-2：兩擺擺長之理論值與實驗值比較

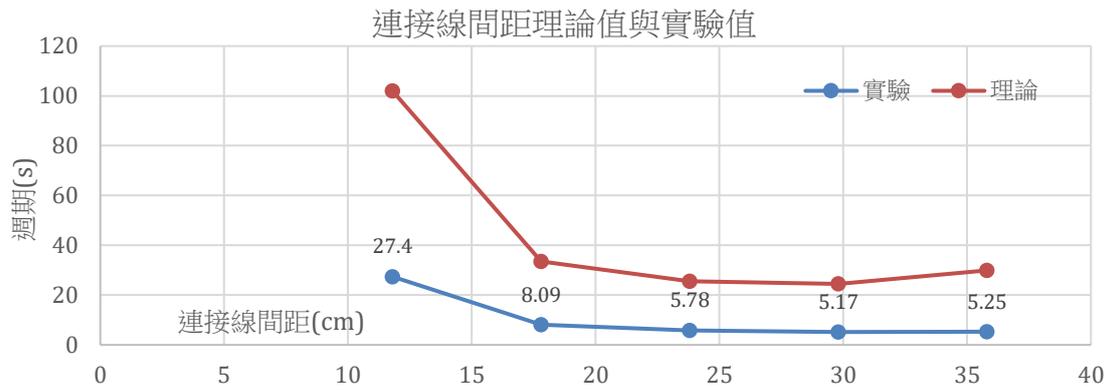


圖 5-3：連接線位置變因之理論值與實驗值比較

依圖 5-1-1、5-1-2、5-1-3 所呈現：

1. 間距變因中，間距越長的兩擺，振盪週期越長，與實驗值趨勢相同。（如圖 5-1）
2. 擺長變因（兩擺等長）中，兩擺同長度時，兩擺擺長越長時，振盪週期越來越長，亦與實驗值趨勢相同。（如圖 5-2）
3. 擺長變因（兩擺不等長）的實驗中兩擺不等長時，故無法帶入公式求解。
4. 連接線位置變因中，連線的兩端間距越長，其振盪週期會先變小再變大，亦與實驗值趨勢相同（如圖 5-3）。

不過如上述，雖週期變化的趨勢符合，但數值與理論值仍有差距，值得我們繼續探究。

根據圖 5-1-1、5-1-2、5-1-3，我們做了以下討論：

1. 可能是兩擺間距越長，能量所要傳遞距離更長，時間更久，導致了間距越長，振盪週期也會越長。
2. 擺繩長度變因，可能類似單擺的週期公式，擺繩的長度越長，能量傳遞會更久，振盪週期也會更長。
3. 兩擺不等長時，兩擺差距越大，越不容易產生共振。
4. 連接線兩端距離越長，會使兩擺之間的線越緊，導致能量傳遞更快，振盪週期會變短。

二、 變態耦合擺的運動方式（包含多擺、加入磁鐵裝置、加入彈簧）

（一）單擺、雙擺、三擺的討論

1. 由實驗五單擺模擬圖可知，單擺的擺動幅度會隨時間逐漸變小，是因為能量在擺動中會損失而導致的。
2. 由實驗五耦合擺部分可知，耦合擺的擺動幅度會漸大漸小而相互交錯，是因為能量會在兩擺中互相傳遞而導致的。
3. 由實驗五的三擺部分及（圖 4-3-1）可發現，三擺（拉動中擺）的擺動幅度，依擺動交錯情形與振幅大小，推測可能是能量同時傳遞給兩擺再傳遞回中擺所導致。依波形來看，如同中擺是耦合擺中的主擺，左擺及右擺則像是耦合擺中的副擺。
4. 由實驗五的三擺部分及（圖 4-3-1）可發現，三擺（拉動左擺）的擺動幅度，左擺和右擺軌跡相似，比耦合擺與中擺複雜許多，但兩者週期交錯；而中擺軌跡形似耦合擺軌跡，也與左右擺有規律，但其週期略多；三擺不會有任何兩個擺得擺動幅度完全重疊。推測可能是左擺的能量來回透過中擺傳遞給右擺而導致擺動規律交換。

（二）三擺、五擺各種擺長組合的討論

1. 目的三的「三擺同長（拉動中擺）」，其擺長是 10cm，目的四的「三擺同長（拉動中擺）」，擺長為 30cm。但比較後發現 10cm 的振盪較為明顯，且左擺和右擺的振幅較大，代表中擺傳了較多能量；而 30cm 的則難以產生振盪。再和同為 30cm 的「五擺同長（拉動中擺）」比較，發現振盪也不是那麼明顯，推測多擺的擺長越長，越難產生振盪現象。
2. 由五擺之實驗可得出五個擺的振盪週期會互相交錯且只有在剛開始時會相同，推測可能是因為剛開始中擺的能量會先同時左右分散，之後再經又不同擺錘之能量轉換，才會得出所有擺錘之後週期會相異的結果。五擺由短到長排列時，比中擺還短的擺長會出現較不圓滑的波包，而比中擺還長的會出現較圓滑的波包。而週期會相互交錯推測是因為能量在五個擺之間互相轉換所導致。五擺由短長短排列時，最左擺和最右擺以及第二左擺以及第二右擺之振盪週期會互相交錯，推測可能是中擺將能量先傳遞給較近的兩擺後再傳給較遠的

兩擺。五擺由長短長排列時最左擺和最右擺以及第二左擺以及第二右擺之振盪週期會互相交錯，且振幅會互相交錯，推測是中擺同時將能量傳遞給較近的兩擺再給較遠的兩擺，但可能類似三擺的結果，左邊擺和右邊擺會有類似耦合的交錯現象。

(三) 連接線加入彈簧對耦合擺拍擺動時的影響

1. 主、副擺振盪近似單擺振盪軌跡，推測因為能量在彈簧中的傳遞方向雖比水平傳遞的棉繩多了鉛直向傳遞，但最後兩種介質傳遞能量的結果趨近相同，皆為造成另一擺椅相似方式振盪。
2. 主擺晃動情形似單擺振盪軌跡，歸側因為隨主擺能量檢哨，其左右晃動程度亦隨之下降。
3. 副擺晃動軌跡形成波包，推測因其左右晃動程度會隨振幅大小增減。

(四) 強力磁鐵排列方式對耦合擺拍擺動之影響

1. 磁鐵同極裝置中，主擺振盪軌跡呈多邊形，推測因磁鐵同極相斥特性，磁鐵周圍疊加磁場之磁力線形成的圖形使擺的振盪軌跡與磁力線封閉形狀相似。推測主、副擺晃動軌跡皆和磁場磁力線方向性有關。
2. 磁鐵異極裝置，主擺振盪軌跡呈波包，異極磁鐵形成磁場造成周圍磁力線的效應被抵消，推測因此較能呈現出耦合擺的特色之一——規律波包，但仍受磁力影響，各波包之振幅並未呈遞減情形。主、副擺之小波包排列看得出週期性，軌跡為波包中振幅的遞增、遞減情況輪替，與原始耦合擺規律不同。
3. 以振盪軌跡來看，推測主擺受磁場的影響較副擺大，副擺主要仍受能量傳遞影響較大。
4. 和不加磁鐵的對照組相比，發現其差異為：同極磁鐵的波包較不規則，且左右晃動較明顯，推測是因為多變因影響造成的結果。

陸、結論

綜合以上文獻探討中對於耦合擺受力分析結果所得公式與依照本研究中五項研究目的所進行的研究結果分析，可發現改變耦合擺的結構、擺的個數、擺動環境，對於耦合擺運動情形、振盪週期的追蹤分析結果的差異，進而了解拍擺動時多擺之間的能量轉換情形，如下分別敘述之：

一、 兩擺間距、擺長、連接線位置對拍擺動時振盪週期之影響

(一) 耦和擺的運動方式

1. 主擺會將能量傳遞給副擺，而副擺接收能量會開始振盪，而後將能量再傳給主擺；當副擺振盪幅度達最大時，主擺振盪幅度最小。此情形會相互輪替，直到能量耗盡。
2. 主擺振盪的最小幅度不會為 0cm，副擺的最小振幅會接近 0cm，因為主擺不會完全傳遞能量給副擺，而副擺開始時振幅為 0cm。

(二) 兩擺間距、擺長、連接線位置對拍擺動振盪週期的影響

1. 兩擺的間距越長，其能量傳遞所需時間也越長，振盪週期也會越長；主擺的最小振幅會距離 0cm 越遠，副擺皆維持接近 0cm。
2. 當兩擺擺長等長，擺長越長時，能量傳遞會更久，其振盪週期會越長。
3. 當主擺擺長固定，副擺擺長不固定，兩擺差異越大時，其副擺振盪幅度越小，且因振幅變化量小，振盪週期越不明顯，越顯得不規則。
4. 當連接線兩端距離越長時，振盪週期持續會減少，而後卻會增加。

二、 變態耦和擺的運動方式

(一) 不同擺的數量擺動的差異

1. 單擺之擺動幅度僅會因能量耗損，隨時間逐漸減少。
2. 耦合擺為兩擺擺動幅度之大小有規律交錯。
3. 三擺同長（拉動中擺）時，能量從中擺（主擺）傳給左右擺，再傳回中擺（主擺）；左右擺擺動幅度變化幾乎重疊，且和中擺（主擺）的擺動幅度大小有規律地交錯。三擺同長（拉動左擺）時，能量從左擺(主擺)和右擺間，透過中擺來回傳遞；左擺(主擺)和右擺的擺動幅度大小有規律地交錯，中擺週期略多，三個擺的幅度變化不重疊。

(二) 改變三擺、五擺的擺長組合（拉動中擺）

1. 三擺同長擺動時，三個擺之振盪週期會有規律交錯且中擺振幅最大，且擺長越小振盪越明顯。
2. 三擺短到長排序擺動時，因擺長排列有規律性，三個擺會有明顯的振盪情形，左右擺振幅約為中擺一半。
3. 三擺短長短、三擺長短長排序擺動時，中擺只會傳極少能量給左擺和右擺，左擺和右擺振幅極小但有複雜的振盪現象，中擺的振盪極不明顯。
4. 三擺短長中排序擺動時，三擺皆無產生明顯的振盪現象，其中中等長度的擺振幅較最短的擺振幅還大，振盪現象亦較明顯
5. 五擺同長擺動時，五個擺之振盪週期會有規律交錯且中擺振幅最大。
6. 五擺由短到長排序擺動時，五個擺之振盪週期會有規律交錯且比中擺還短的擺長會出現較不圓滑的波包，而比中擺還長的會出現較圓滑的波包。
7. 五擺短長短排列時，最左擺和最右擺以及第二左擺以及第二右擺之振盪週期會互相交錯且都和中擺互相交錯。
8. 五擺由長短長排列時最左擺和最右擺以及第二左擺以及第二右擺之振盪週期會互相交錯，且振幅會互相交錯。

(三) 連接線加入彈簧對耦合擺拍擺動的影響

1. 主、副擺振盪週期及軌跡相似，呈多個隨時間增加而平均振幅遞減的波包。
2. 主擺晃動情形似單擺振盪軌跡，副擺晃動軌跡呈多個週期性不明顯的波包。

(四) 磁鐵裝置對耦合擺拍擺動的影響

1. 磁鐵同級時：主擺振盪軌跡形成多個不規則多邊形，副擺振盪軌跡近似單擺的振盪。主、副擺晃動軌跡皆呈密集排列的波包，而副擺的波包振幅增減輪替。
2. 磁鐵異極時：主擺振盪軌跡呈多個完整波包，大部分波包大小相似，少數波包大於其他，副擺振盪軌跡與同極磁鐵副擺之振盪極度相似。主、副擺晃動情形分別和同極磁鐵主、副擺之晃動情形相似。

柒、參考文獻資料

1. (). [K!W! BiRD] (10, August, 2020). [K!W! BiRD]耦合擺的終局之戰！！實驗和理論的對決，最後竟得到驚人結果？！Coupled Oscillator : Endgame —— 耦合擺(下)[視頻]. Youtube.
<https://www.youtube.com/watch?v=s3i0QRs2gBI>
2. String-coupled pendulum oscillators: Theory and experiment, Michael J. Moloney, American Journal of Physics 46, 1245 (1978); DOI: 10.1119/1.11387
3. Teaching the Physics of a String-Coupled Pendulum Oscillator, Young-Ki Cho, Phys. Teach. 50, 417 (2012)
4. Picciarelli, V., & Stella, R. (2010). Coupled pendulums: a physical system for laboratory investigations at upper secondary school. Physics Education, 45(4), 402. 取自
5. 陳姿云, 劉韋巖, 楊茜茹, 林暘儒, 唐聖雯, & 鄭宇圻 (2011). 舞動奇蹟—破譯動能沙擺的終極密碼. 第 51 屆中小學科學展覽會. 取自
<https://www.ntsec.edu.tw/Science-Content.aspx?cat=&a=0&fld=&key=&isd=1&icop=10&p=344&sid=9137>
6. 實驗七耦合擺. Retrieved October 13, 2021, from 國立臺灣海洋大學, Institute 海洋大學普通物理實驗室 Web site:
<http://ind.ntou.edu.tw/~phylab/exp6.pdf>
7. 鍾旻峰, 鄭兆文, & 陳柏中.(n.d.). 聲音的拍頻. Retrieved October 13, 2021, from 國立臺灣大學, Institute 國立臺灣大學普通物理實驗室 Web site:
<https://web.phys.ntu.edu.tw/gphyslab/modules/smartsection/itemd3ba.html?itemid=13>

【評語】 030105

1. 研究主題：擺非新穎議題，但耦合擺的拍現象還是具新穎性。
2. 創意、學術或實用價值：本作品研究複合擺的擺動行為，通過控制擺的數目、擺長、增加彈簧、還有加上磁力等變因研究複雜的擺運動。實驗展現漂亮的擺動行為設計多擺多變因，現象整理呈現清晰，建議可以使用數學方法與工具做更深入的分析。
3. 科學方法之適切性：繳交之實驗日誌為整本連續日誌之取樣頁，可呈現由110年9月至111年6月的工作設計、進程與反思。數據分析，製圖標準具一定水準。
4. 展示及表達能力良好。

作品簡報

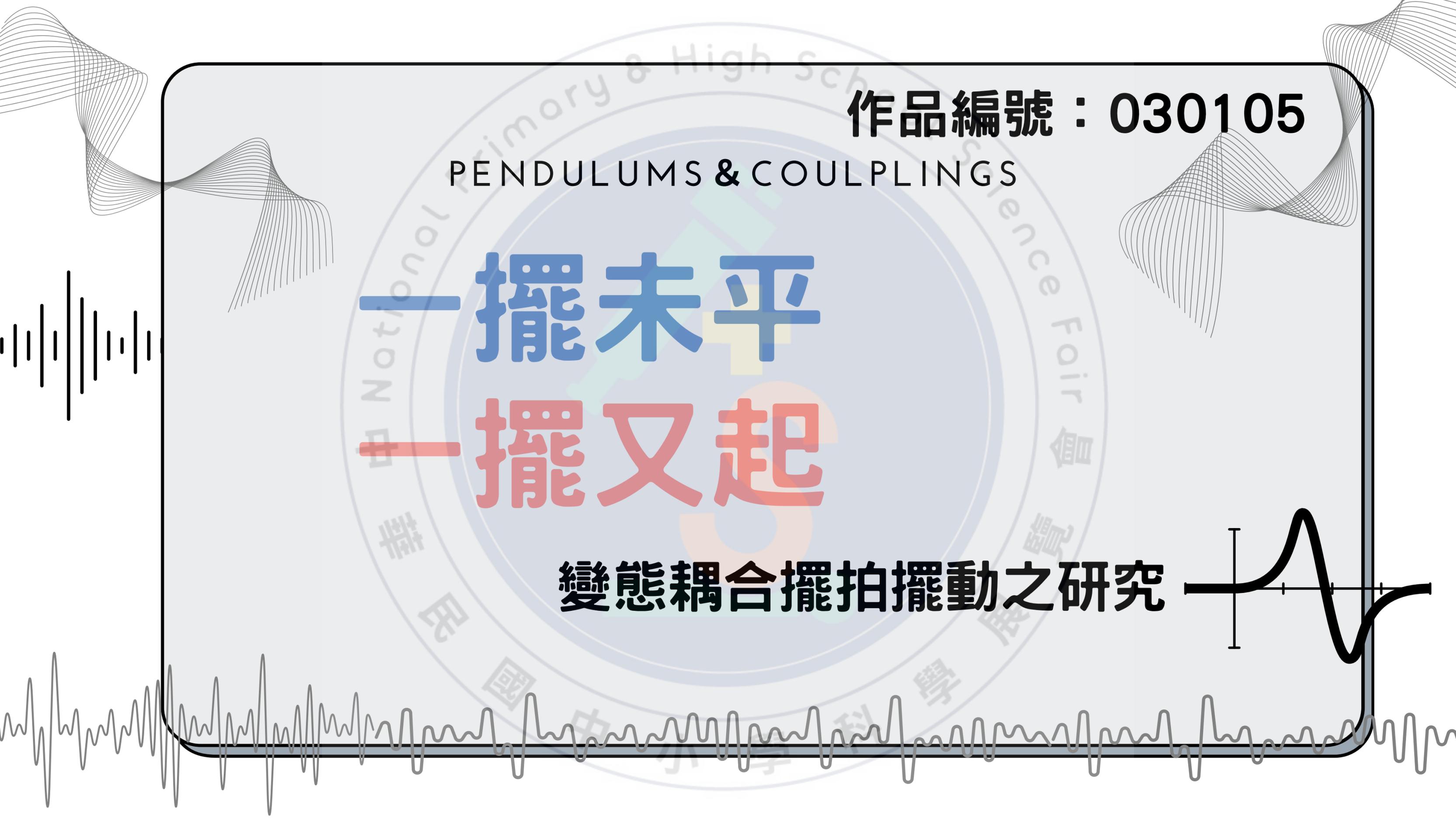
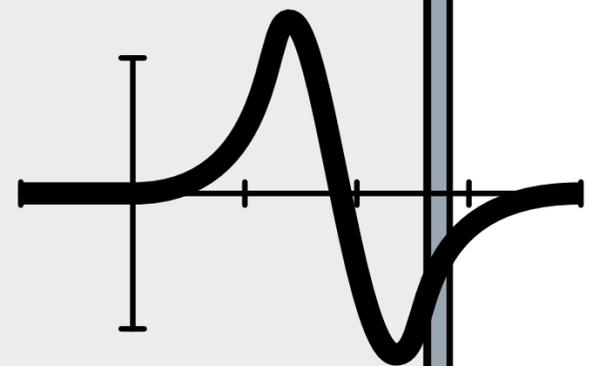
作品編號：030105

PENDULUMS & COUPLINGS

一擺未平

一擺又起

變態耦合擺拍擺動之研究



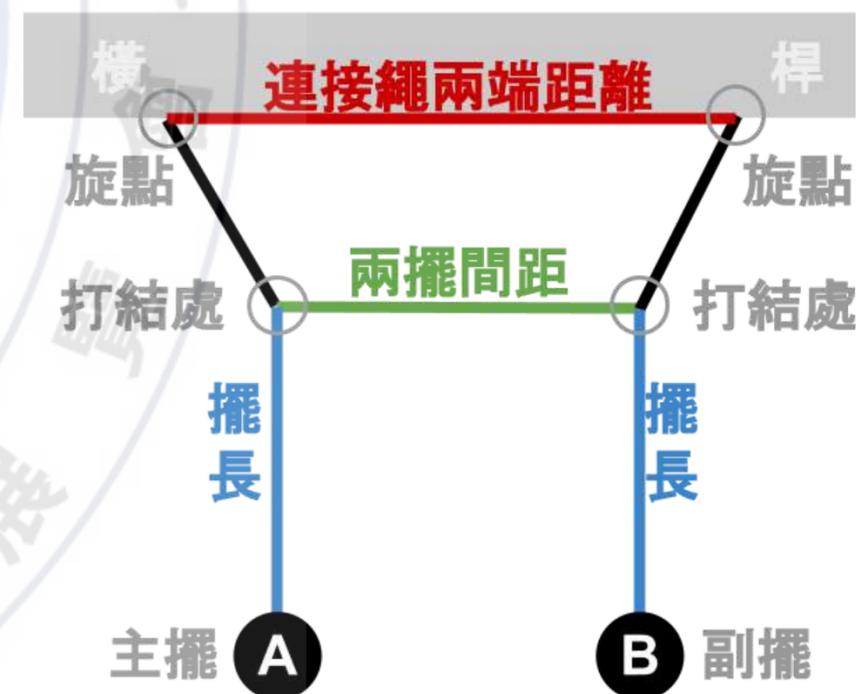
前言 INTRODUCTION

摘要與動機

耦合擺的拍擺動引起我們好奇心，想了解兩擺的耦合、變態耦合擺之拍擺動時的差異。本實驗在長線上掛上兩條細繩，兩繩分別掛上同質量砝碼，再分析耦合擺運動軌跡；分析得一擺擺動振幅增大時，另一擺則會減少。藉改變兩擺各項長度、架設不同數量的擺、在擺上加入彈簧或磁鐵裝置，發現週期的不同及各擺間不同的能量轉換。

目的

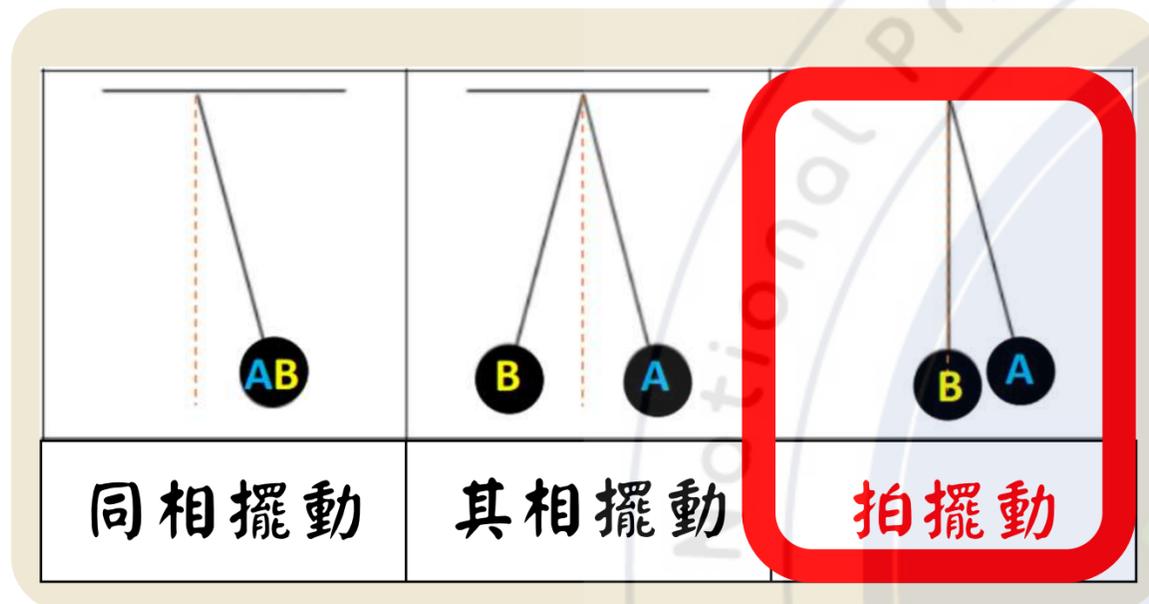
- 一、了解耦合擺拍擺運動時之運動方式
- 二、探討兩擺間距、擺長、連接線位置對拍擺動時振盪週期之影響
- 三、探討單擺、耦合擺以及三擺對擺動之影響
- 四、探討三、五擺的擺長排列對擺動之影響
- 五、探討兩擺間連接線加入彈簧對耦合擺拍擺動之影響
- 六、探討強力磁鐵排列方式對耦合擺拍擺動之影響



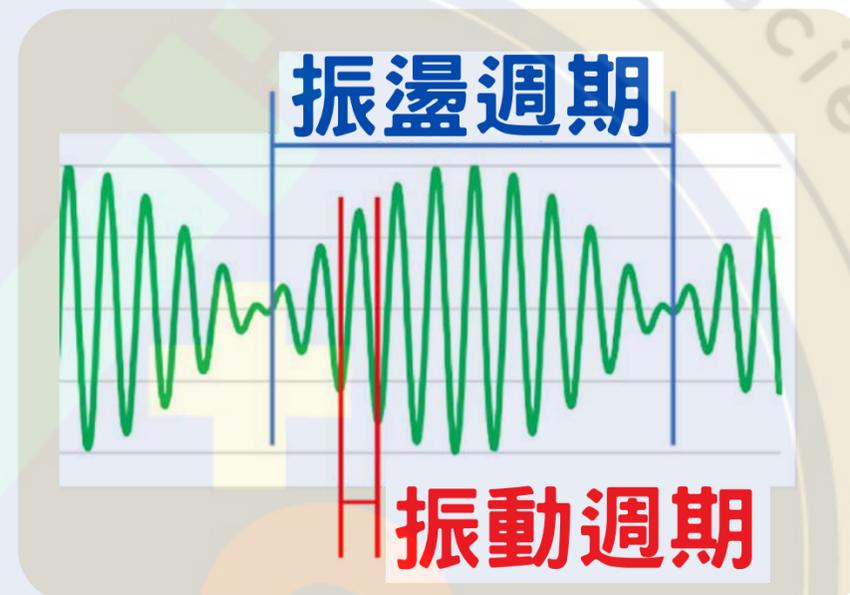
《圖1》

研究方法

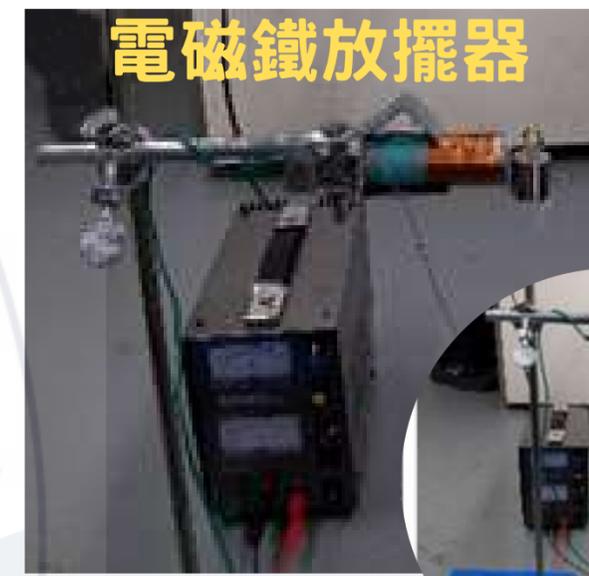
耦合擺：兩個單擺間存在耦合機制



《圖2》



《圖3》



《圖4》

裝置架設

- 擺架
- 相機
- 放擺器

影片拍攝

- 依實驗調整裝置
- 調整放擺器角度
- 開始擺動
- 拍攝(60~180s)

結果分析

- Tracker 追蹤
- Excel 分析和作圖
- 用數據繪製圖表

實驗裝置

第一代

- 實驗一
- 實驗二-1, 2

《圖5》

第二代

- 實驗二-3
- 實驗三

《圖6》

第三代

- 實驗四
- 實驗五

《圖7》

拍攝方式

相機架設在側邊，在擺錘側邊貼圓形貼紙。實驗過後發現主擺和副擺會因距離不同而無法呈現振幅的真實比例。

改為從正下方仰拍，擺錘底部貼圓形貼紙。可呈現各擺真實振幅比例。

維持從正下方仰拍，並在擺錘底部加上LED，並關燈拍攝。

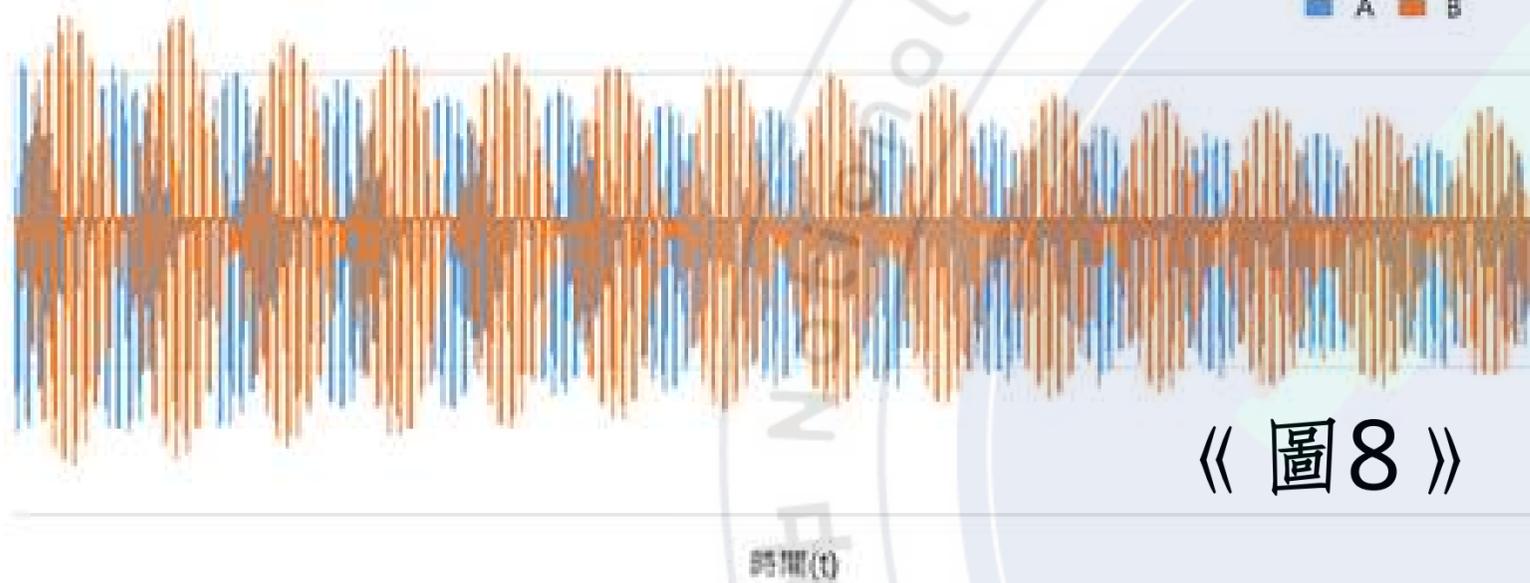
放擺器

人工放擺-
擔心有誤差

電磁鐵放擺器

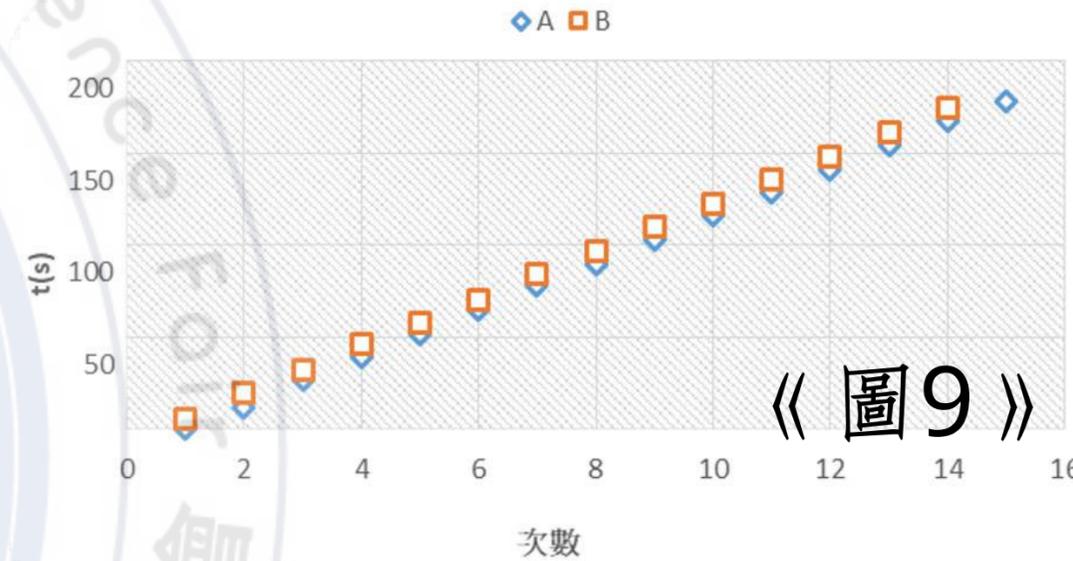
電磁鐵放擺器

一、了解耦合擺拍擺動時之運動方式

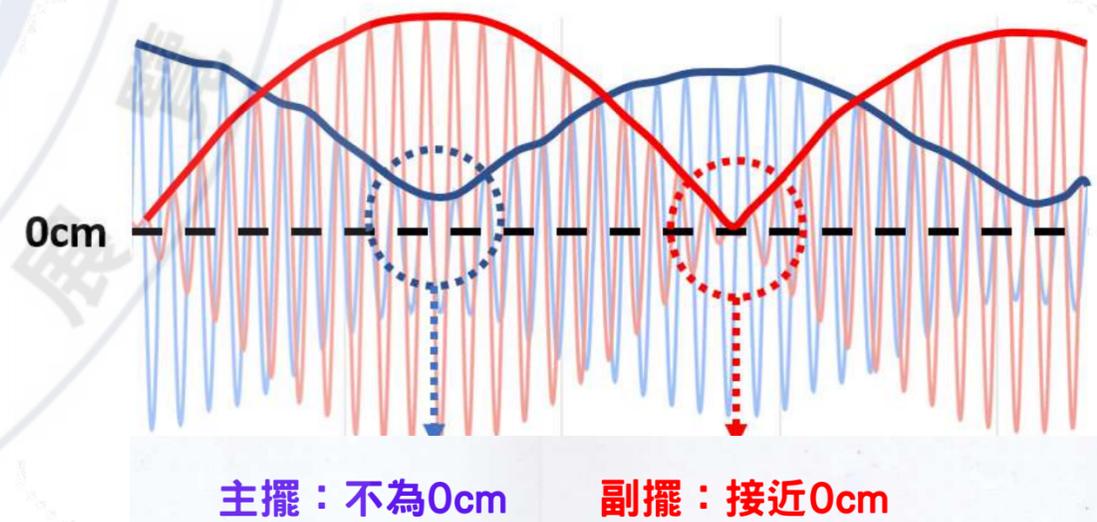


《圖8》

將每次振盪的最大幅度對應之時間圖
代表每個振盪週期 (大→小→大) 會有規律的交錯



- 當主擺的振幅最大時，副擺的振幅會最小；當主擺的振幅最小時，則副擺的振幅會最大。兩種情況會相互輪替。呈現了類似拍頻現象的波形。
- 由擺動軌跡發現，主擺振盪的最小幅度不會為0cm，副擺的最小振幅會接近0cm，推測主擺不會把能量完全交給副擺。



主擺：不為0cm

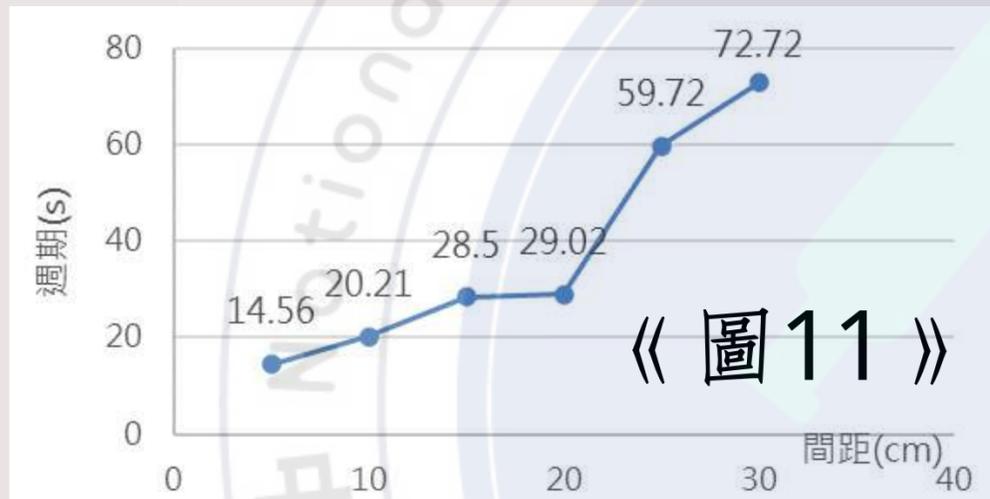
副擺：接近0cm

《圖10》

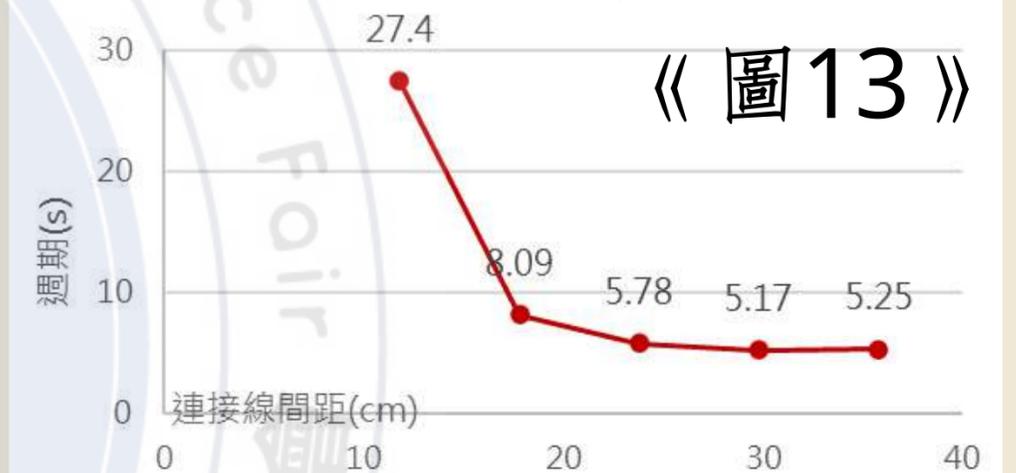
二、各變因對拍擺動時振盪週期之影響



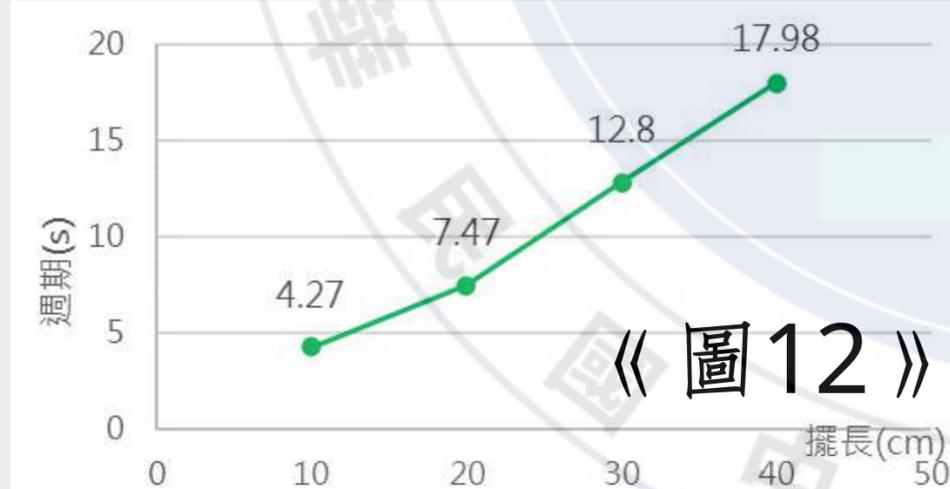
間距越大，振盪週期越長



連接繩間距越長，
振盪週期漸短再漸長



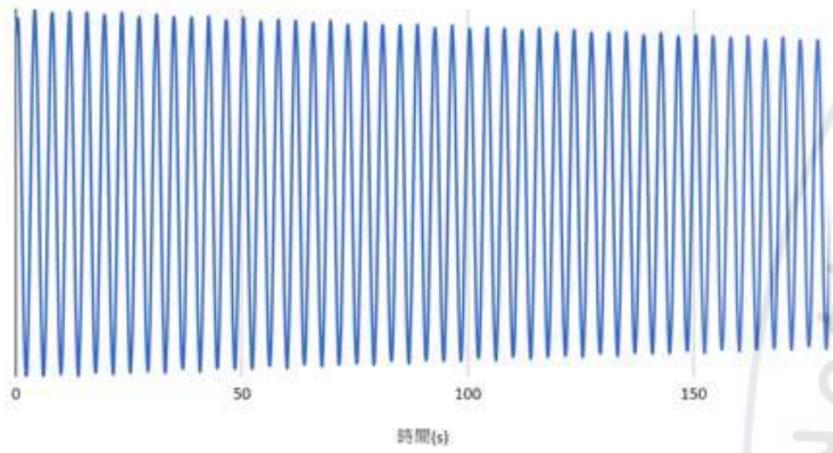
擺長越長，振盪週期越長



兩擺擺長差異越大，
振盪週期越複雜

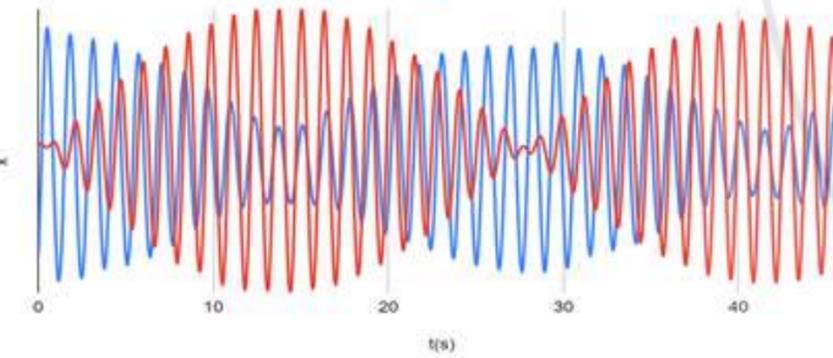
三、單擺、耦合擺以及三擺(變態擺)

《圖14》



單擺 (模擬)

《圖15》



耦合擺

單擺：現象單一。

耦合擺：兩擺擺幅會漸大漸小而相互交

錯。

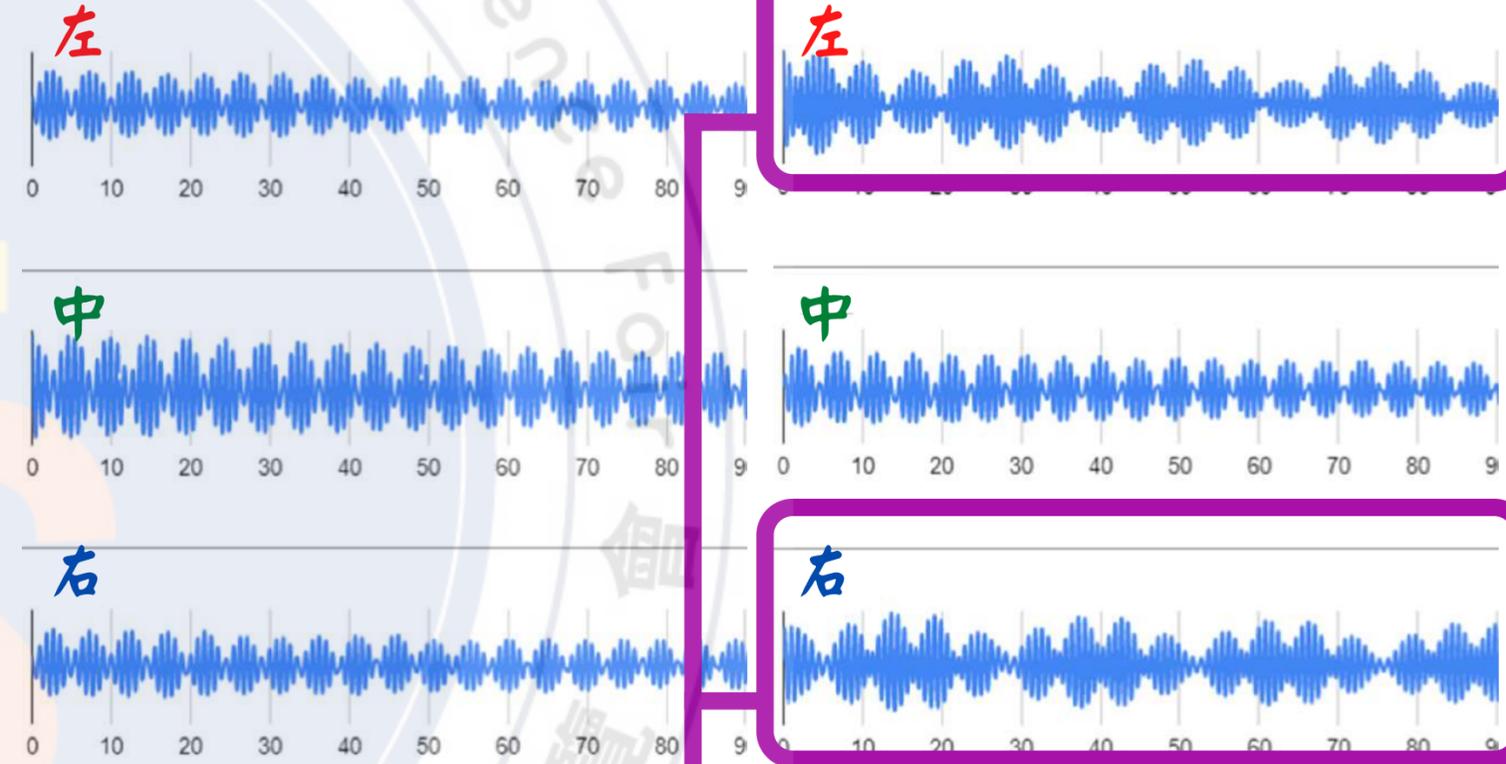
三擺 (拉動中擺)：

中擺同時與左右擺產生振盪。

三擺 (拉動左擺)：

左右擺軌跡複雜而交錯，中擺週期略多。

《圖16》



中 → 左右 → 中 → ...

三擺

(拉動中擺)

週期較複雜

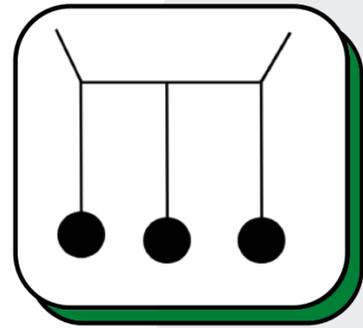
左 → 中 → 右 → 中 → 左 → ...

三擺

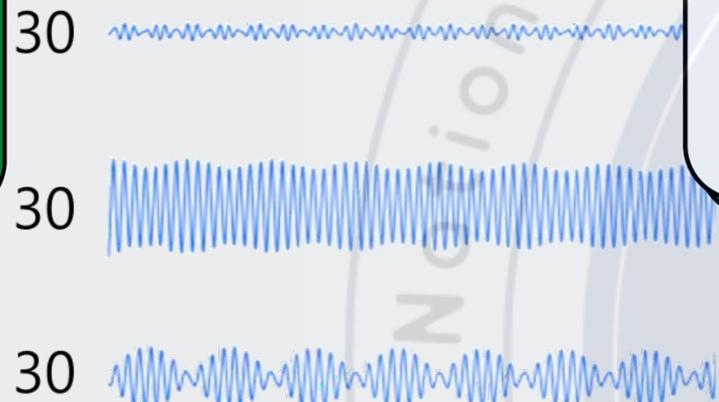
(拉動左擺)

四、多擺的擺長排列 (三擺)

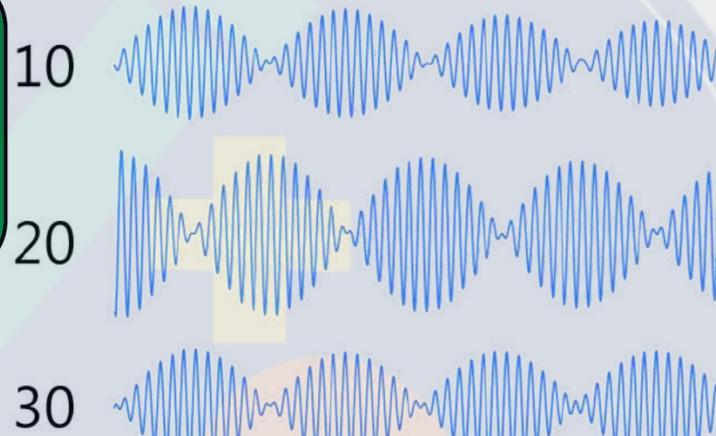
圖片橫軸：t(s)
縱軸單位：cm



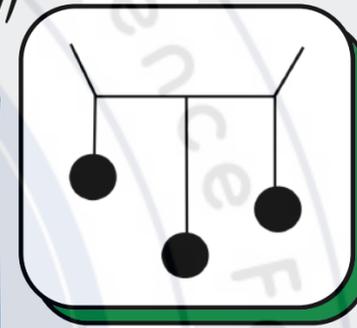
三擺同長 《圖17》



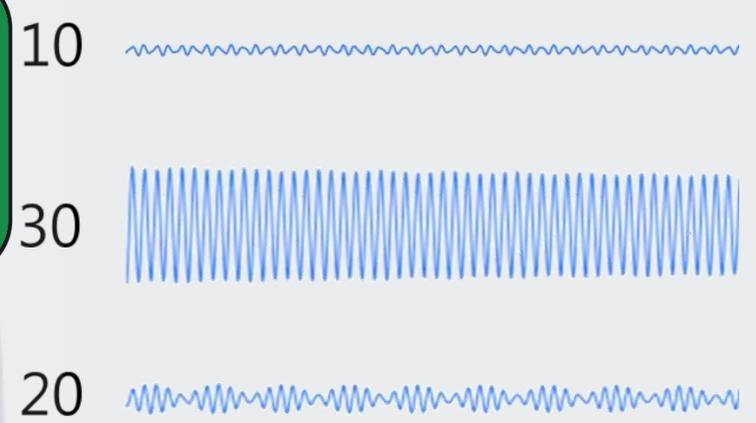
三擺短到長《圖18》



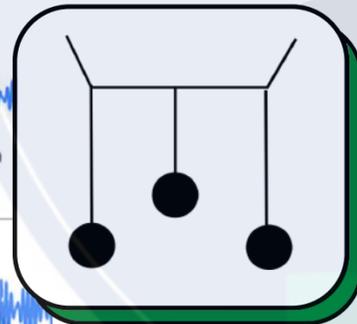
最明顯



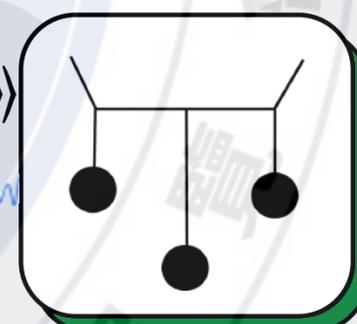
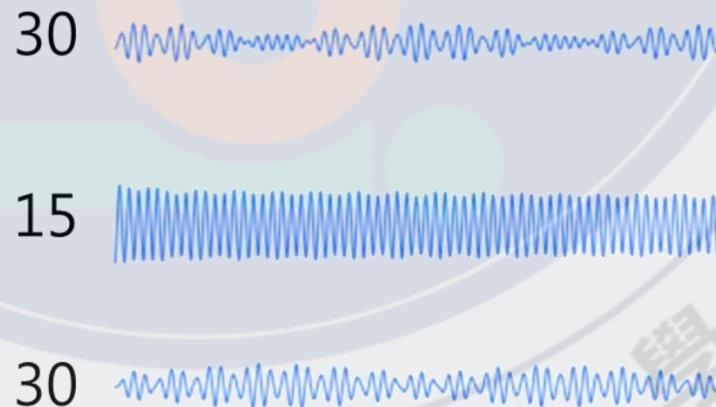
三擺短長中《圖19》



《圖17-1》



三擺長短長《圖20》



三擺短長短《圖21》



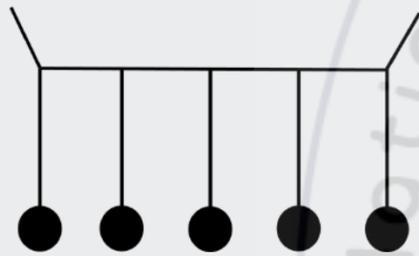
目的三三擺
擺長10cm，
振盪卻較明顯



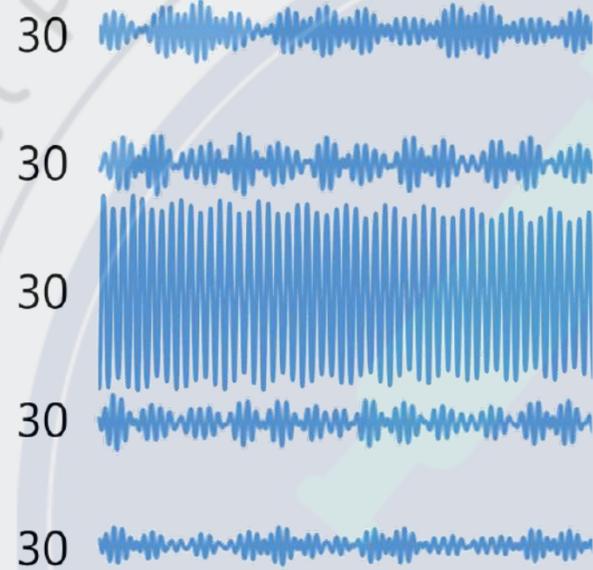
四、多擺的擺長排列（五擺）

圖片橫軸： $t(s)$
縱軸單位： cm

五擺同長



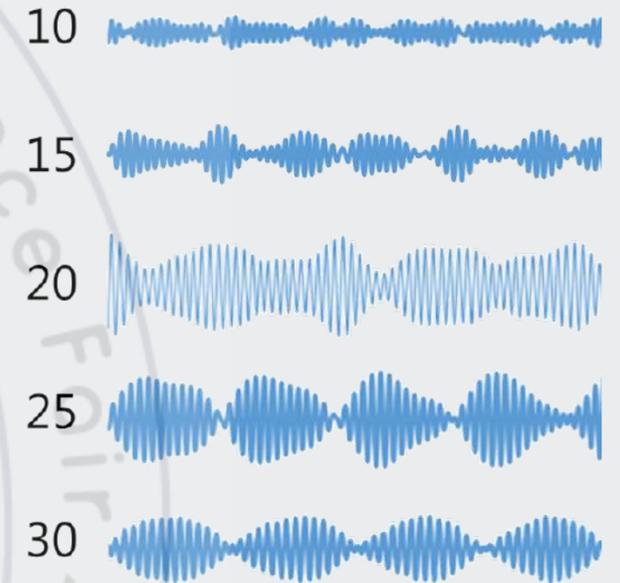
《圖22》



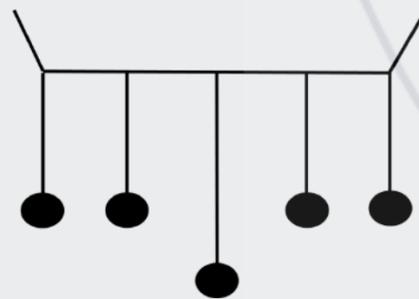
五擺短到長



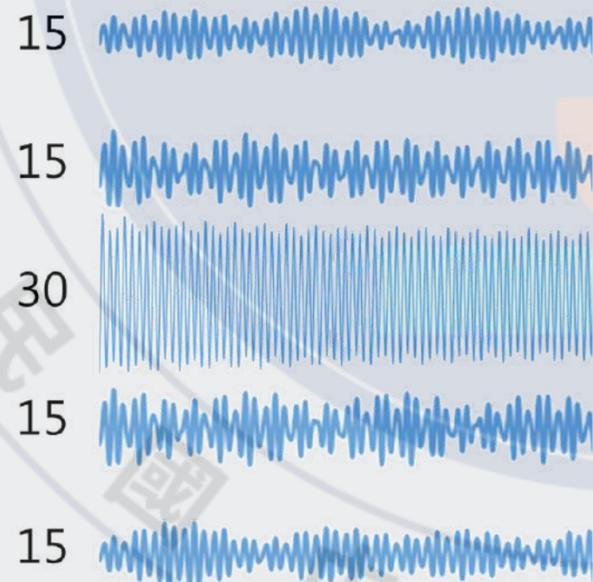
《圖23》



五擺短長短



《圖24》

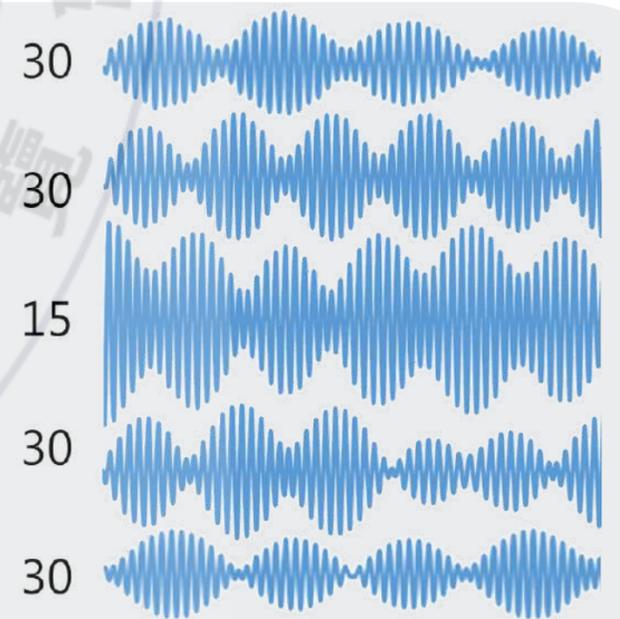


較明顯、規律

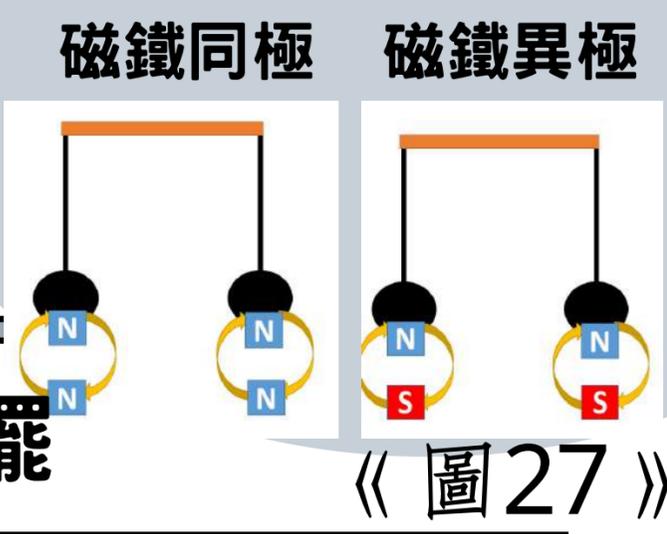
五擺長短長



《圖25》



五~六、彈簧及磁鐵對振盪的影響(變態擺)



		主擺		副擺	
對照組	振盪		<p>振盪 晃動 《圖26》</p>	與主擺相似	
	晃動				
磁鐵	同極	振盪			
		晃動			
	異極	振盪			
		晃動			

《圖28》



討論&結論

連接繩兩端距離

《圖29》

兩擺間距

擺長

A

擺長

B

一、耦合擺拍擺運動時之運動方式：

(一)能量在兩擺中互相傳遞，致週期交錯。

(二)最小振幅：主擺不為0cm，副擺接近0cm。

二、各變因對拍擺動時振盪週期之影響：

(一)間距變長：因能量傳遞至兩擺需時間越長，振盪週期越長。

(二)同擺長時，擺長越長：因能量傳遞至擺的振盪週期越長

(三)不同擺長時，兩擺擺長差異越大：越不容易產生振盪，振盪情形越複雜

(四)連接繩間距越長：振盪週期漸短再漸長

※ 變態耦合擺分析：

三、單擺、耦合擺以及三擺

(一)單擺：現象單一。

(二)耦合擺：兩擺擺幅會漸大漸小而相互交錯。

(三)三擺(中)：能量在傳遞時有規律地從中擺同時與左右擺產生振盪。

(四)三擺(左)：左右擺軌跡複雜而交錯，中擺週期略多。

四、多擺的擺長排列(拉動中擺)

(一)三擺：三擺短到長排列所呈現之波包最明顯。

(二)五擺：長長短長長排列之波包最為明顯規律

(三)系統中若有兩擺擺長相同，較靠近中擺者週期較短。根據實驗二，推測與中擺間距越長，能量轉換週期越長。

(四)系統中若有兩擺擺長相等且與中擺距離相等時，兩擺能量較容易轉換或同步，其週期及擺動軌跡會類似。

結論

參考資料

五、彈簧對擺動的影響

主擺左右晃動週期較對照組長，振盪週期較無變化。推測未加彈簧之耦合擺亦有似此實驗中的晃動現象，但因彈簧彈性係數較棉繩小，故以彈簧連接時擺動的各現象會較明顯

六、磁鐵擺動的影響

(一)同極時，主擺振盪軌跡形成多個不規則多邊形，左右晃動週期較對照組短，推測是磁力同極相斥影響造成之結果

(二)異極時，主擺振盪軌跡呈多個完整波包，左右晃動週期較對照組短，推測是磁力異極相吸影響造成之結果

- 1.(). [K!W! BiRD] (10, August, 2020). [K!W! BiRD]耦合擺的終局之戰！！實驗和理論的對決，最後竟得到驚人結果？！Coupled Oscillator : Endgame -- 耦合擺 (下) [視頻]. Youtube.
<https://www.youtube.com/watch?v=s3i0QRs2gBI>
- 2.String-coupled pendulum oscillators: Theory and experiment, Michael J. Moloney, American Journal of Physics 46, 1245 (1978); DOI: 10.1119/1.11387
- 3.Teaching the Physics of a String-Coupled Pendulum Oscillator, Young-Ki Cho, Phys. Teach. 50, 417 (2012)
- 4.Picciarelli, V., & Stella, R. (2010). Coupled pendulums: a physical system for laboratory investigations at upper secondary school. Physics Education, 45(4), 402.
- 5.陳姿云, 劉韋巖, 楊茜茹, 林暘儒, 唐聖雯, & 鄭宇圻 (2011). 舞動奇蹟-破譯動能沙擺的終極密碼. 第51屆中小學科學展覽會. 取自
<https://www.ntsec.edu.tw/Science-Content.aspx?cat=&a=0&fld=&key=&isd=1&icop=10&p=344&sid=9137>
- 6.實驗七耦合擺. Retrieved October 13, 2021, from國立臺灣海洋大學, Institute 海洋大學普通物理實驗室 Web site:
<http://ind.ntou.edu.tw/~phylab/exp6.pdf>
- 7.鍾旻峰, 鄭兆文, & 陳柏中.(n.d.). 聲音的拍頻. Retrieved October 13, 2021, from國立臺灣大學, Institute 國立臺灣大學普通物理實驗室 Web site:
<https://web.phys.ntu.edu.tw/gphyslab/modules/smartsection/itemd3ba.html?itemid=13>