

中華民國第 61 屆中小學科學展覽會 作品說明書

高級中等學校組 物理與天文學科

051815

球體撞擊水面瞬間速度變化與力之探討

學校名稱：國立屏東高級中學

作者： 高二 廖笠揚 高二 陳裕棠 高二 陳柏瑞	指導老師： 李維倫
---	------------------

關鍵詞：球體撞擊水面、球體入水之衝擊力

摘要

本研究在探討球體入水瞬間的受力變化，我們將不同大小的金屬球，在不同高度下，利用高速攝影機拍下入水過程，利用 tracker 分析其入水瞬間的 v-t 圖，並計算撞水瞬間，水對球體的平均力。令人驚奇的是，我們在實驗中發現物體入水的過程並非一味地減速，而是經歷了略微加速、減速、再加速、再減速到終端速率的過程。其中，再加速這個過程是球體入水過半，水回淹球體造成一股向下的推力。相同高度釋放，大小不同球體，減速和再加速過程中受水作用力的大小與球體大小呈正相關；相同大小球體，不同高度釋放，減速和再加速過程中受水作用力的大小與高度呈正相關。球體在入水過程中，不論是減速或再加速階段，球體所受水的作用力是其本身重量的好幾倍。



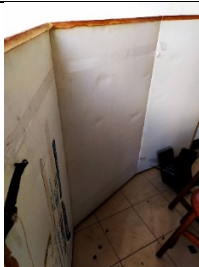

壹、研究動機




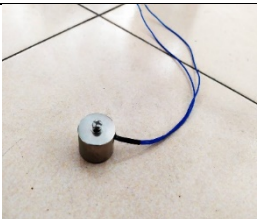
在常規的生活中，我們所認為的水是一種柔軟、毫無殺傷力的物質。但是，在美國著名的舊金山大橋，卻是世界上數一數二知名的自殺地點，平均每兩個星期就有一个人從大橋上跳下投海輕生。在外國，有一個叫做「紅牛跳水」的競賽，選手從很高的跳台跳下，參賽的人都是佼佼者，但倘若入水的角度不對，參賽的選手不是骨折就是昏迷。我們好奇物體從高處落下時，撞擊水面的瞬間受力有多大，為何水這種如此柔軟的物質，卻會產生強大的撞擊力，使人受傷。因此，我們利用高速攝影機來拍攝球體入水瞬間的速度變化，來探究其中的奧妙。

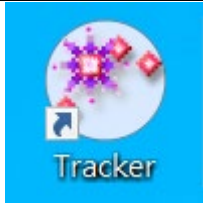
貳、研究目的

- 一、探討大小相同球體、從不同高度入水時，速度對時間的變化，並計算水對球體的平均作用力。
- 二、探討大小不同球體、從相同高度入水時，速度對時間的變化，並計算水對球體的平均作用力。

參、研究設備及器材

名稱	腳架	高速攝影機	遮光板	聚光燈
圖片				

名稱	筆記型電腦	電源供應器	水槽及尺	電磁鐵
圖片				

名稱	鐵球(直徑 2cm、2.5cm、3cm、3.5cm、4cm)	Control 2 Series 軟體	Tracker 軟體
圖片			

肆、研究過程或方法

一、文獻探討

關於物體撞擊水面的問題，是從西奧多·馮·卡門(Theodore von Kármán)研究水上飛機在降落時撞擊水面所造成的衝擊力而開始的，此類的問題現在時常出現在接觸到水的物體身上，例如船體被海浪舉起後，撞下水面；或是救生艇從空中放下時，撞擊到船底的力。在造船工程裡，這些又被稱為衝波力(slamming force)。【1】

Chuang(1966,1967)在進行一系列與物體撞擊水面有關的實驗後，發現了一些事，在底部為平坦的物體撞擊靜止水面的情況下，會在水面與物體中間產生減少衝擊力的氣墊，但在撞擊水面為一個點的話，其中則不會與水面產生氣墊。我們從他的實驗裡得知當楔形體類物體，當楔形面與水面夾角小於 3 度時才會產生，因此大部分的物體都可視為點接觸，如圓球等。【2】

二、實驗設計與流程

(一)實驗器材架設

1.架設球體控制裝置

利用可調整高度的腳架，裝上電磁鐵，開啟電源供應器將球體吸附於電磁鐵下方，利用電源供應器開關來控制鐵球落下。

2.架設球體落置水槽

利用玻璃魚缸裝水，在底部鋪泡棉和金屬緩衝板，使玻璃不致於破裂。

3.架設高速攝影機模組器材

將高速攝影機裝上腳架，連接上電腦，並固定好高度，打開投射光源，並將反光板置於適當位置。



圖 1-1

(二)實驗步驟

1.高速攝影機之操作

首先，打開電腦中 Control 2 Series 軟體，使該軟體與高速攝影機連線。接下來，將攝影機的曝光值的參數調至最大值 710，再調整影格時率的參數到最大值 1400 張/s。拍攝完球體入水的影片後，我們擷取球體入水前 20 張照片以及入水後 40 張，總共 60 張影格的影片檔。

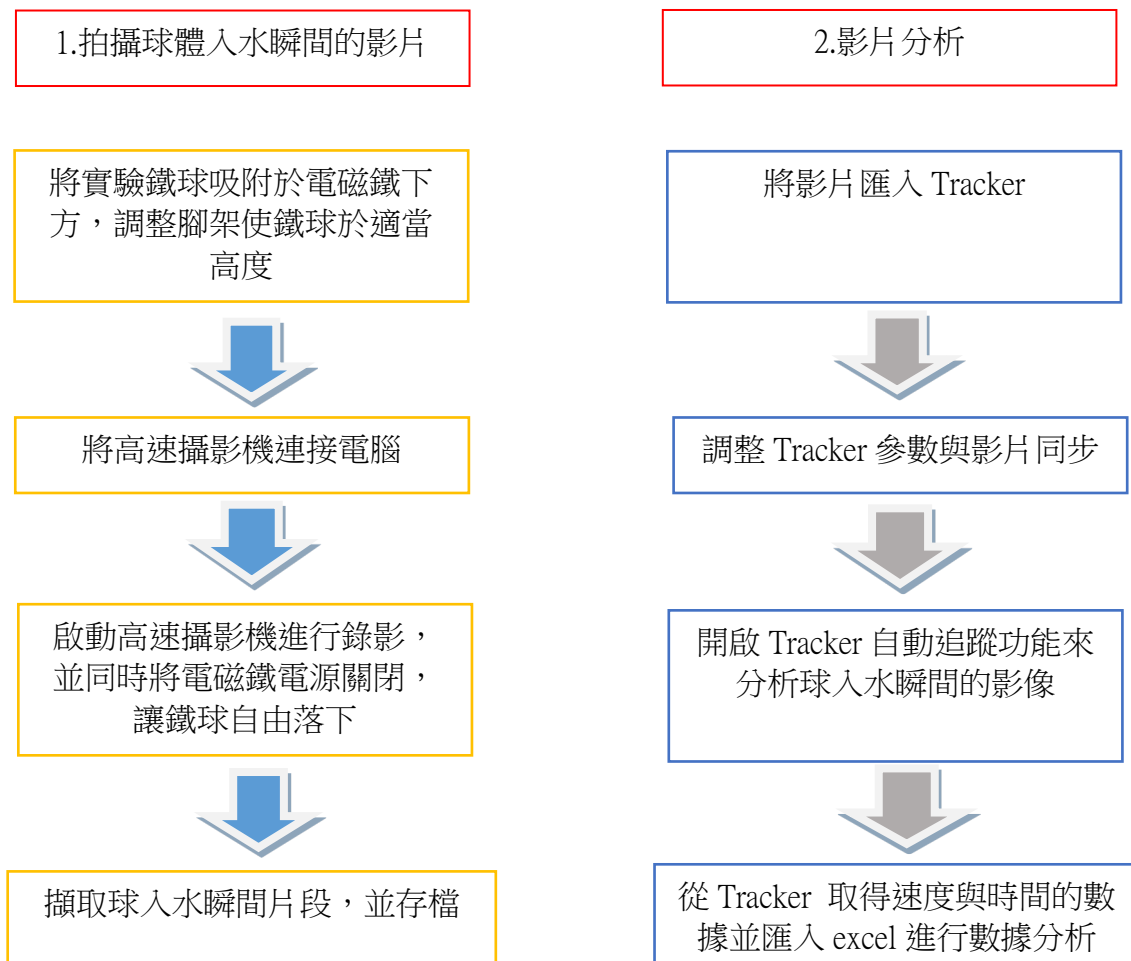
2.鐵球入水之操作

我們把電磁鐵接上電源供應器，開啟攝影機拍攝後，再將電源供應器開關關閉，則鐵球落入水槽，完成攝影，再將鐵球從水槽中取出擦乾。相同步驟重複五次，再更換下一顆球或高度。

3.Tracker 影片分析

我們將拍攝完的影片匯入 Tracker。首先，先設定座標軸，再來，設定校正桿的參數，第三，設定 Tracker 的影格時率參數到 1400 張/s，完成以上的參數設定後，最後利用 tracker 的自動追蹤功能來分析球入水瞬間的影像，取得速度與時間的關係圖(v-t 圖)。

(三)實驗流程



伍、研究結果

一、在不同的釋放高度下($h=10、20、30、40、50\text{cm}$)，改變鐵球直徑大小($d=2、2.5、3、3.5、4\text{cm}$)之速度與時間關係圖。(● 鐵球接觸水面的點 ● 鐵球完全沒入水面的點)
(備註：為了比較不同球體大小之影響，將比例尺統一)

(一)釋放高度相同 $h=10\text{cm}$ 球體大小不同 $d=2、2.5、3、3.5、4\text{cm}$

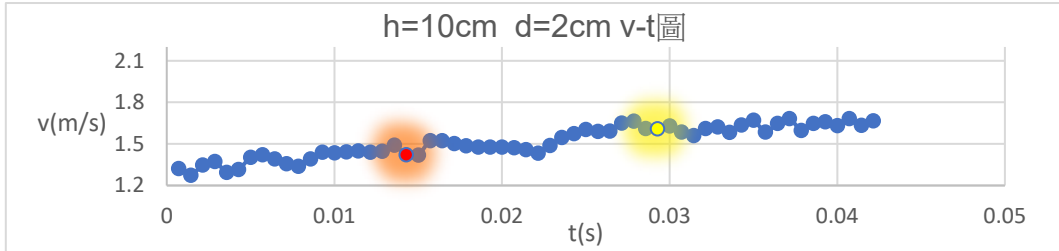


圖 2-1

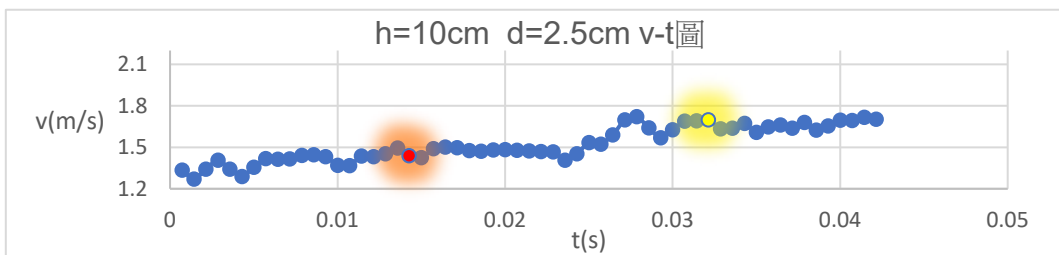


圖 2-2

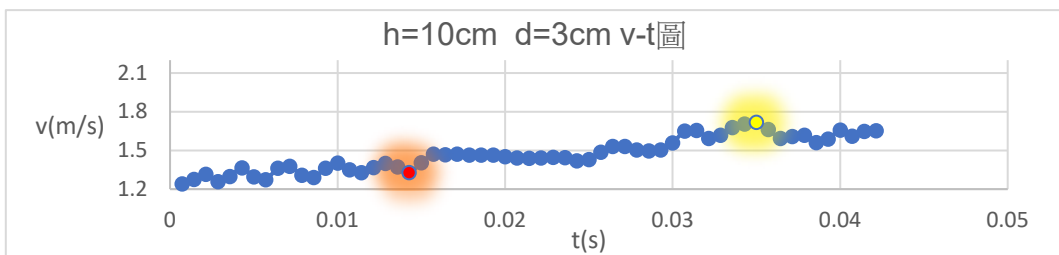


圖 2-3

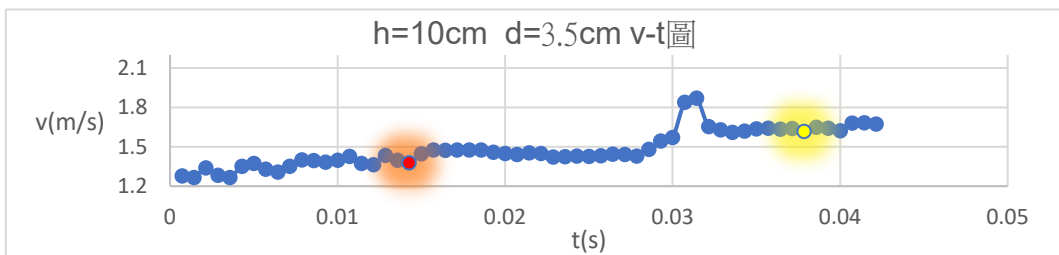


圖 2-4

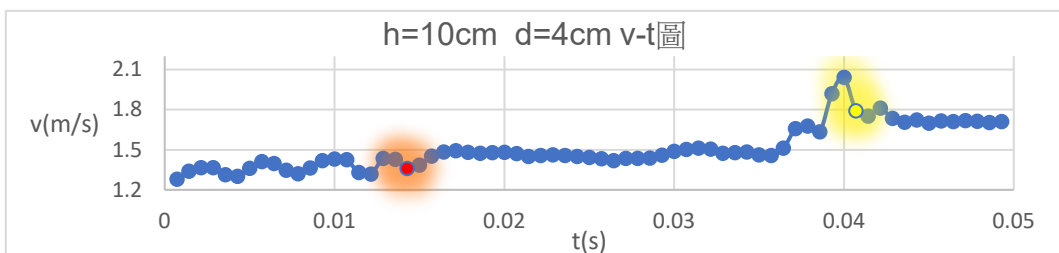


圖 2-5

(二)釋放高度相同 $h=20\text{cm}$ 球體大小不同 $d=2、2.5、3、3.5、4\text{cm}$

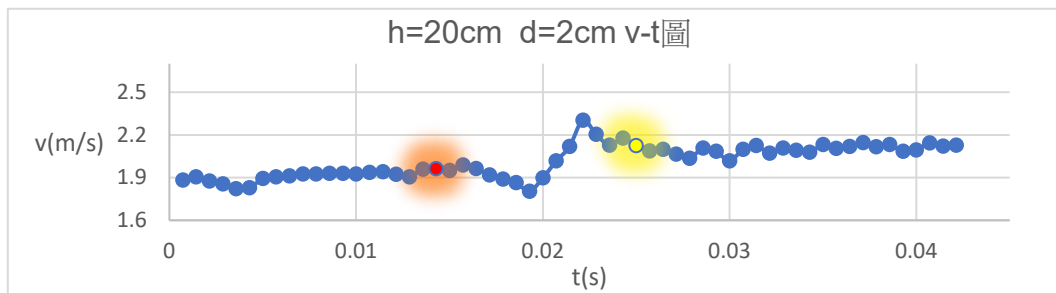


圖 3-1

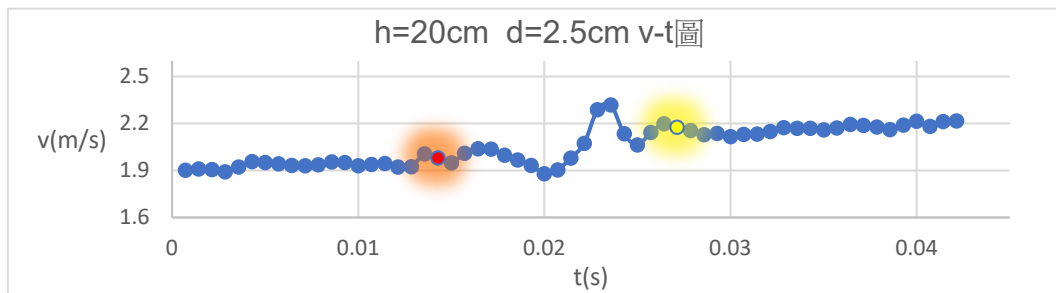


圖 3-2

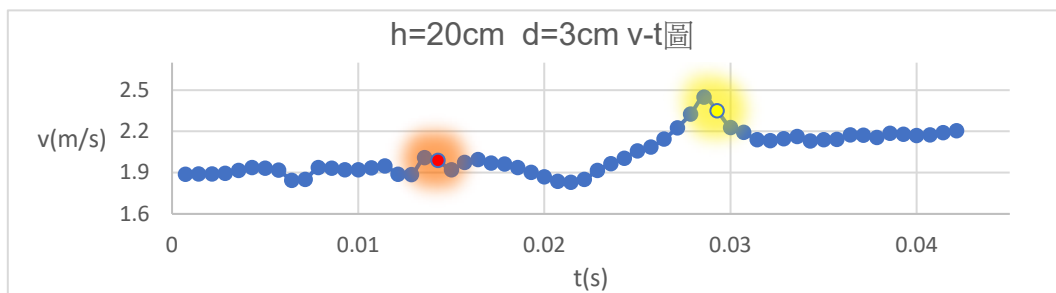


圖 3-3

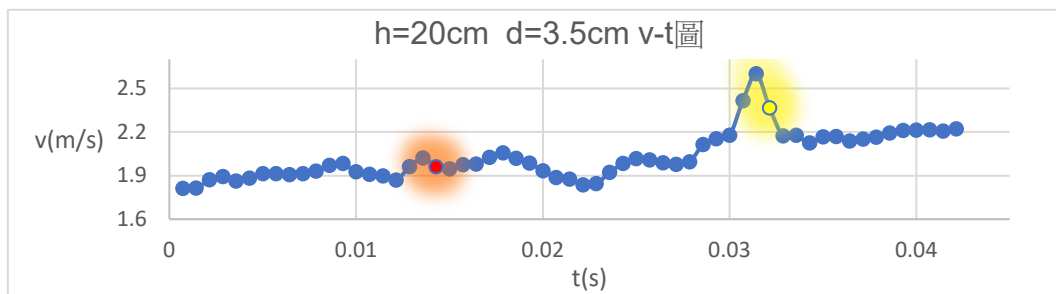


圖 3-4

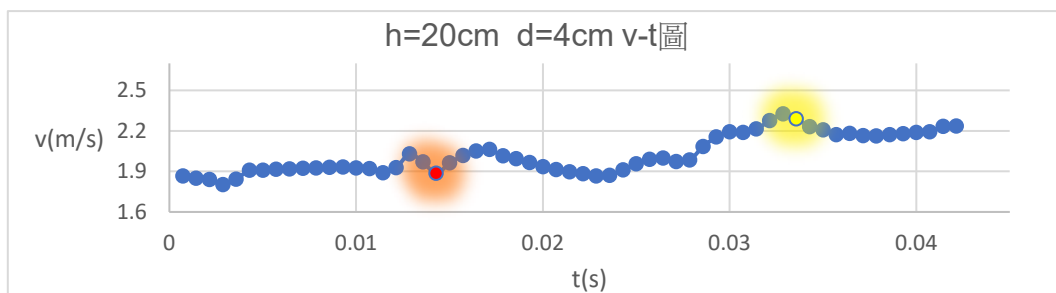


圖 3-5

(三)釋放高度相同 $h=30\text{cm}$ 球體大小不同 $d=2、2.5、3、3.5、4\text{cm}$

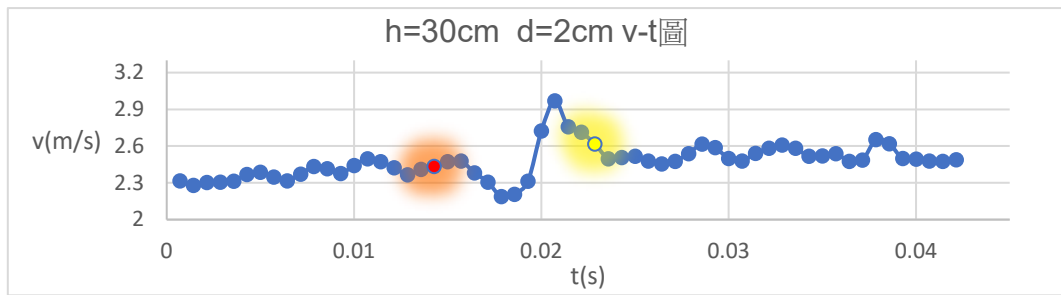


圖 4-1

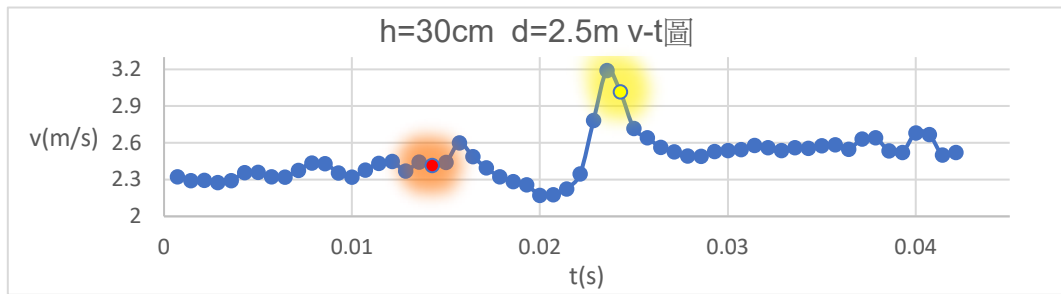


圖 4-2

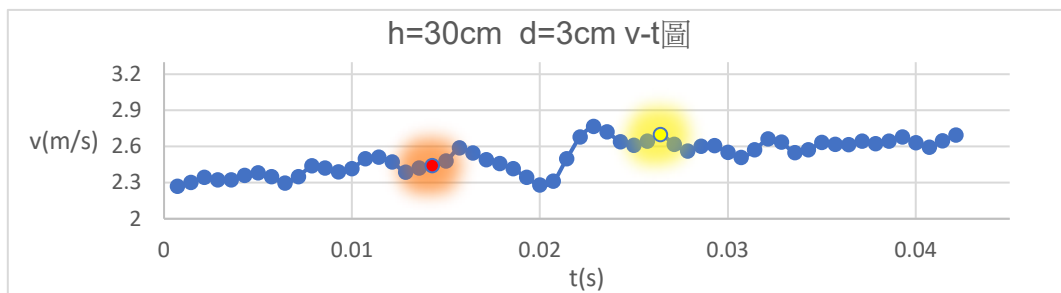


圖 4-3

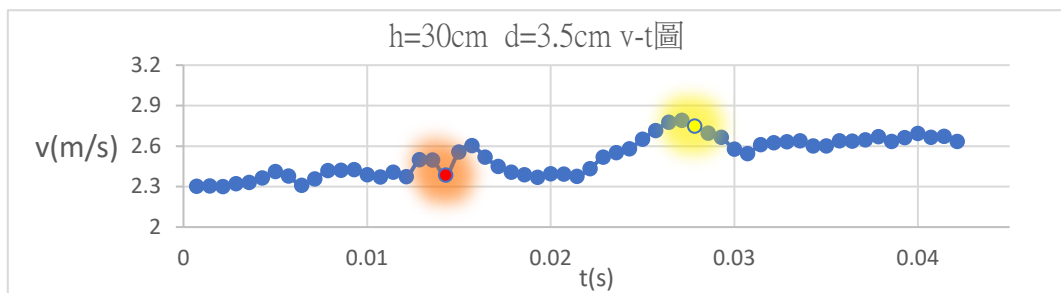


圖 4-4

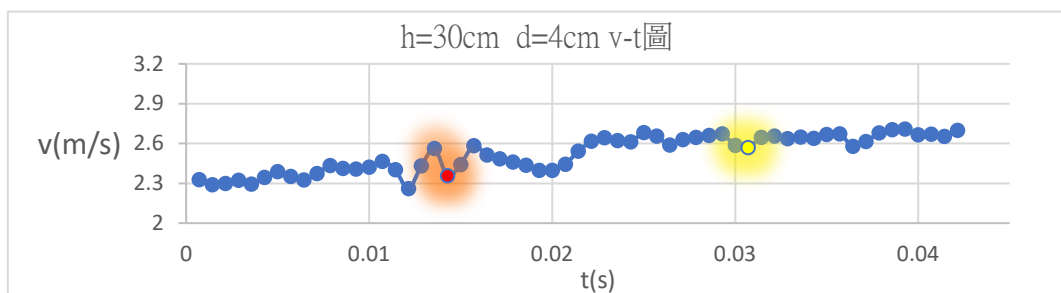


圖 4-5

(四)釋放高度相同 $h=40\text{cm}$ 球體大小不同 $d=2、2.5、3、3.5、4\text{cm}$

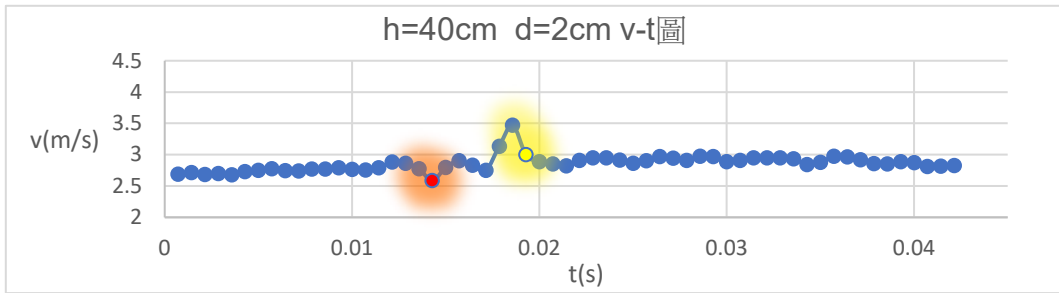


圖 5-1

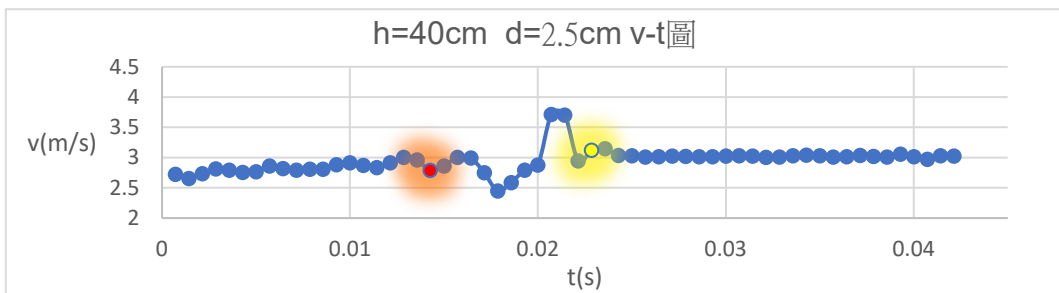


圖 5-2

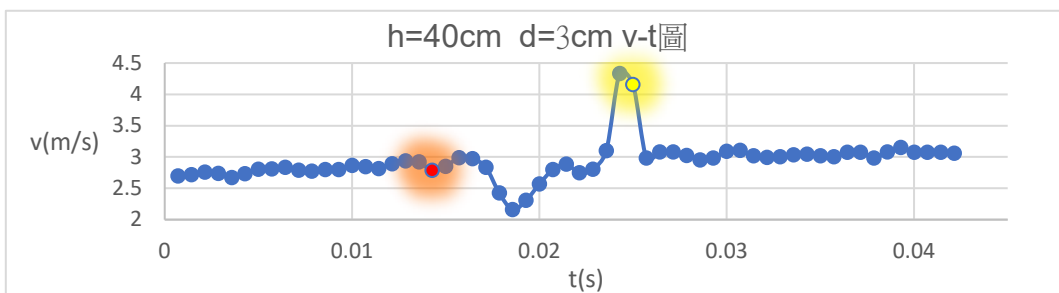


圖 5-3

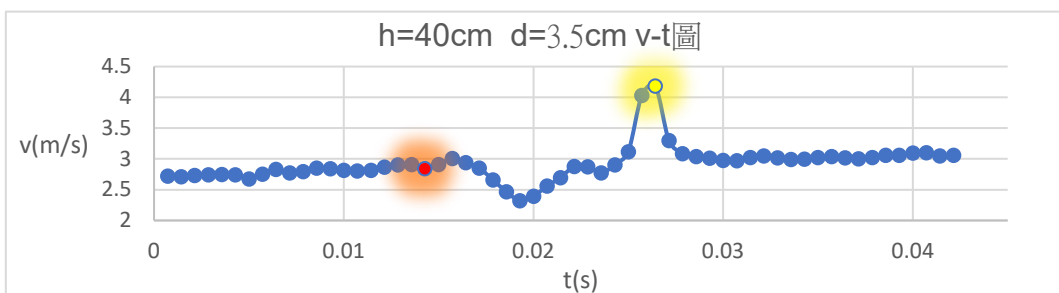


圖 5-4

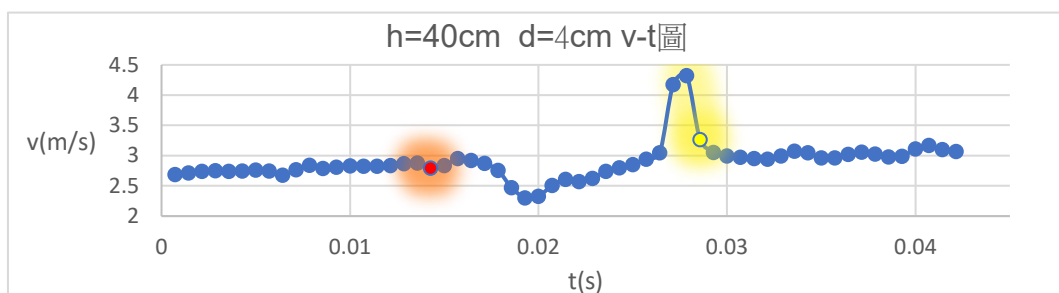


圖 5-5

(五)釋放高度相同 $h=50\text{cm}$ 球體大小不同 $d=2、2.5、3、3.5、4\text{cm}$

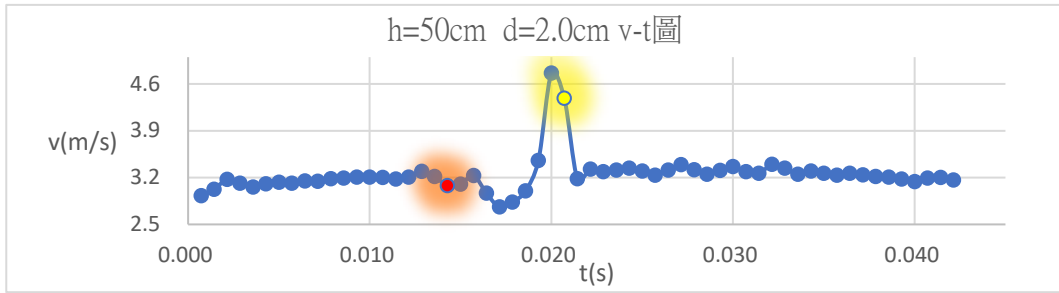


圖 6-1

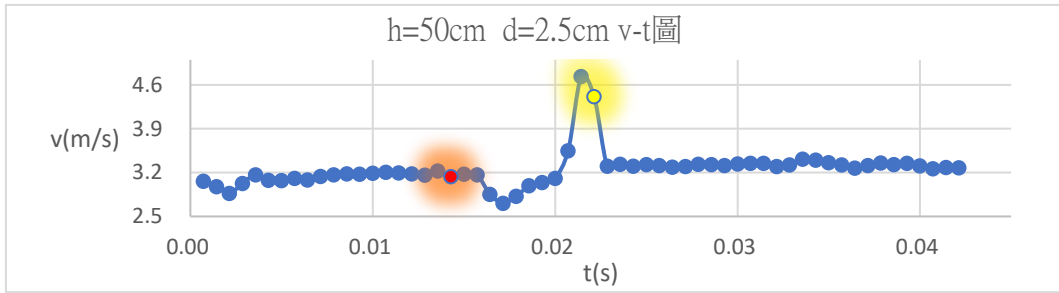


圖 6-2

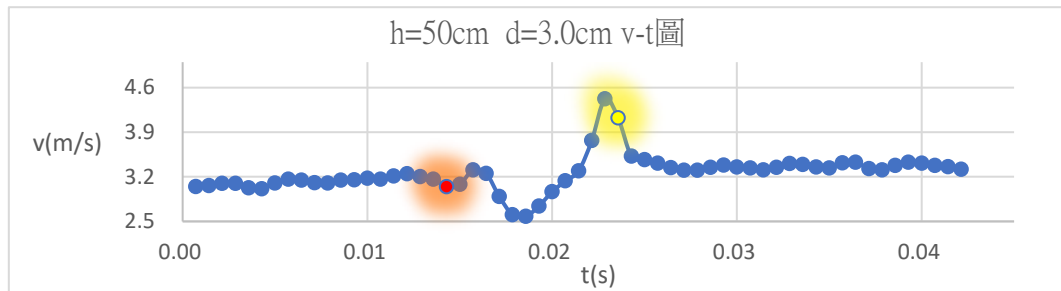


圖 6-3

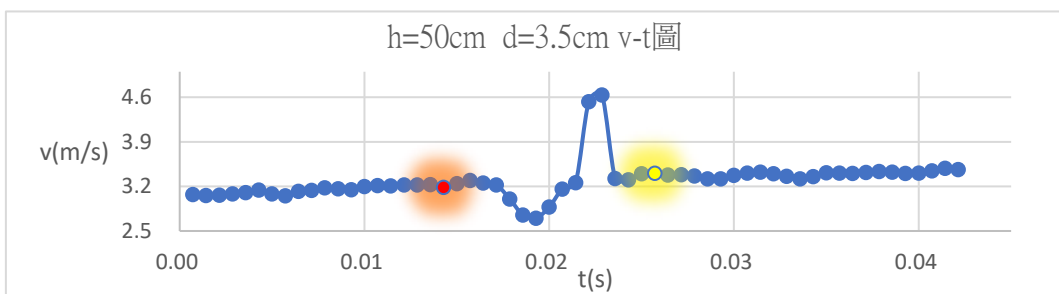


圖 6-4

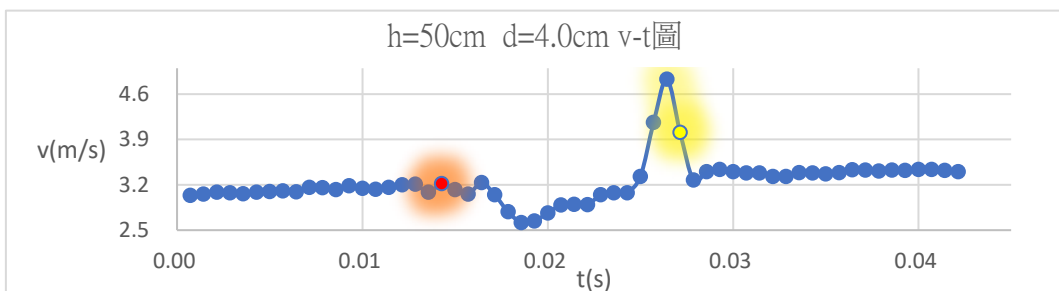


圖 6-5

二、在不同的鐵球直徑下($d=2、2.5、3、3.5、4\text{cm}$)，改變釋放高度($h=10、20、30、40、50\text{cm}$)之速度與時間關係圖 (備註：為了比較不同釋放高度之影響，將比例尺統一)

(一)球體大小相同 $d=2\text{cm}$ 釋放高度不同 $h=10、20、30、40、50\text{cm}$

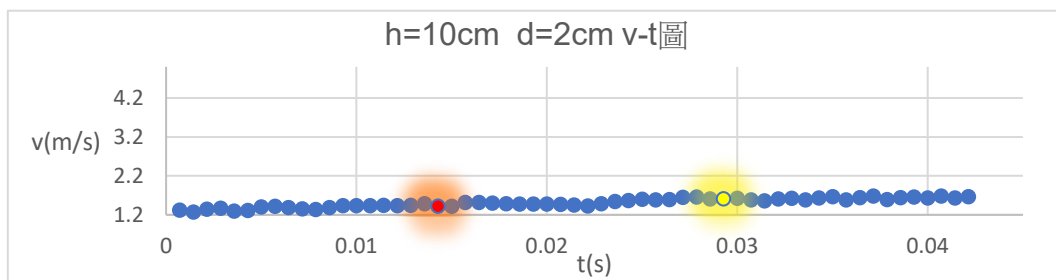


圖 7-1

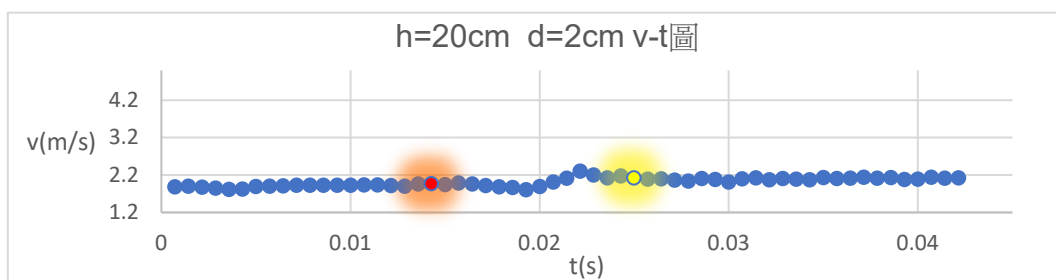


圖 7-2

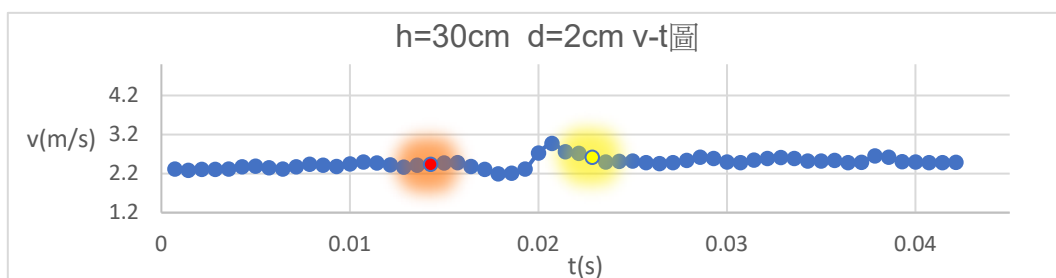


圖 7-3

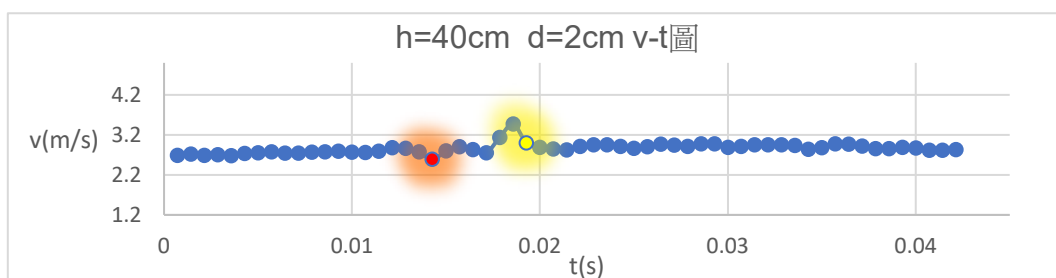


圖 7-4

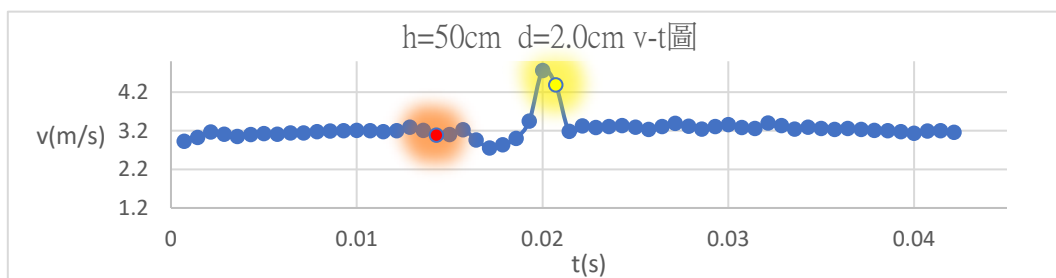


圖 7-5

(一)球體大小相同 $d=2.5\text{cm}$ 釋放高度不同 $h=10、20、30、40、50\text{cm}$

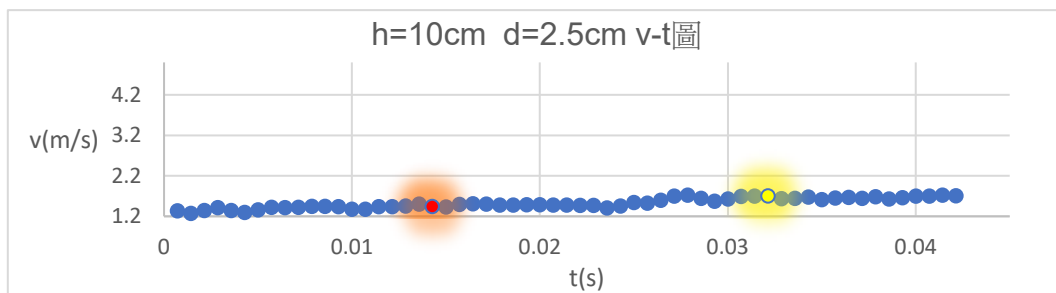


圖 8-1

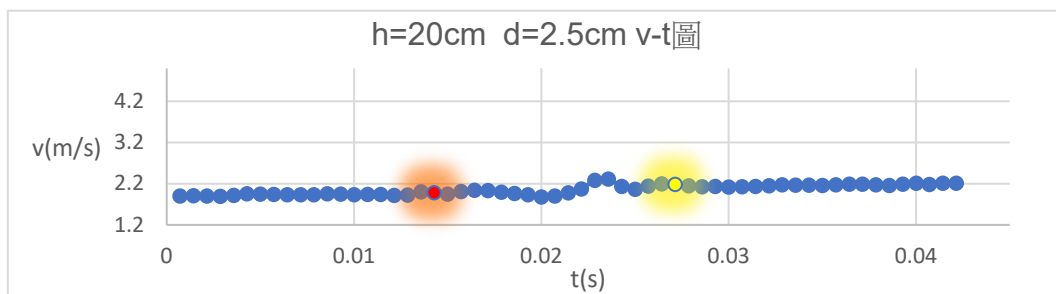


圖 8-2

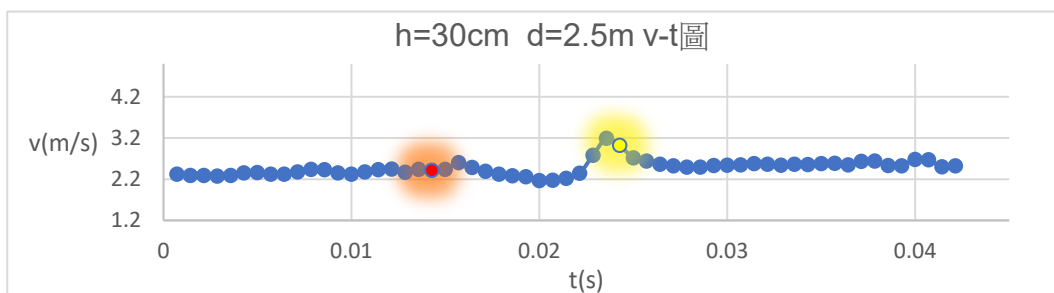


圖 8-3

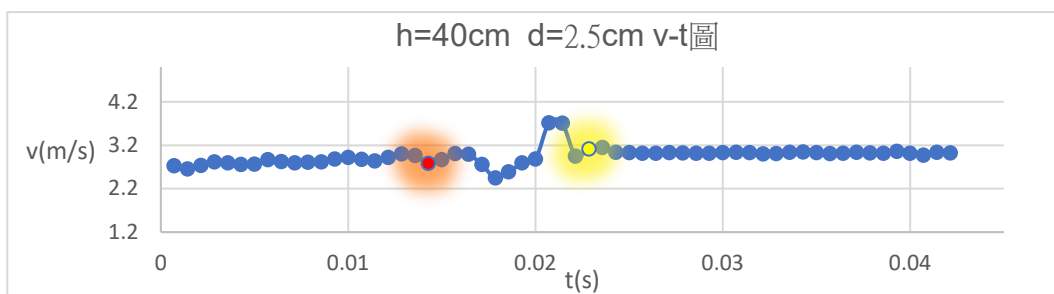


圖 8-4

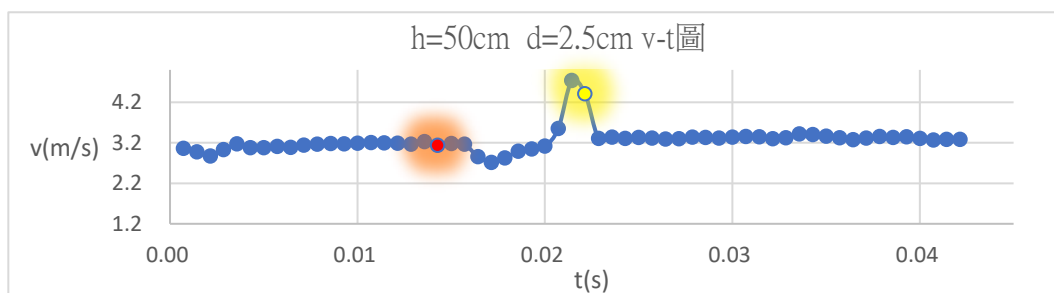


圖 8-5

(三)球體大小相同 $d=3\text{cm}$ 釋放高度不同 $h=10、20、30、40、50\text{cm}$

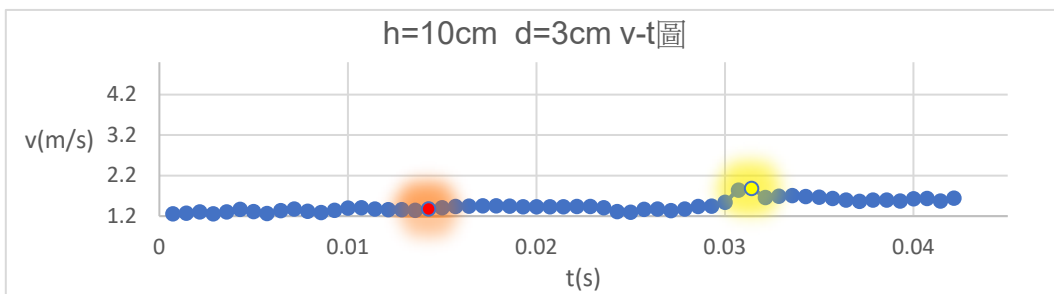


圖 9-1

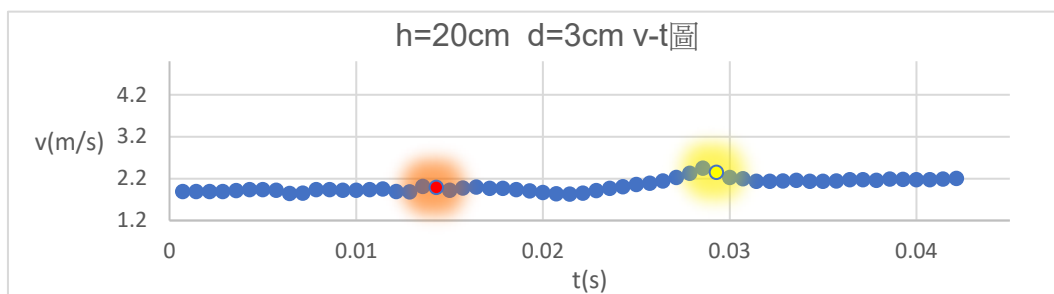


圖 9-2

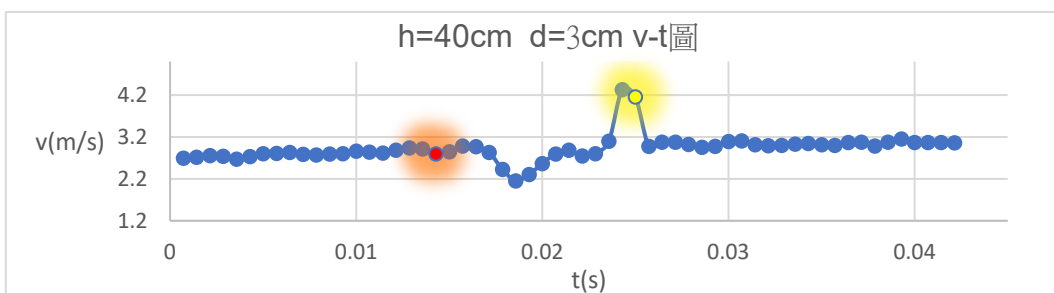


圖 9-3

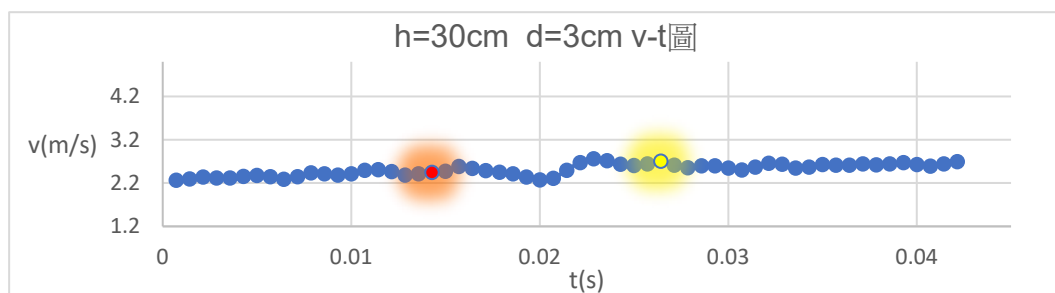


圖 9-4

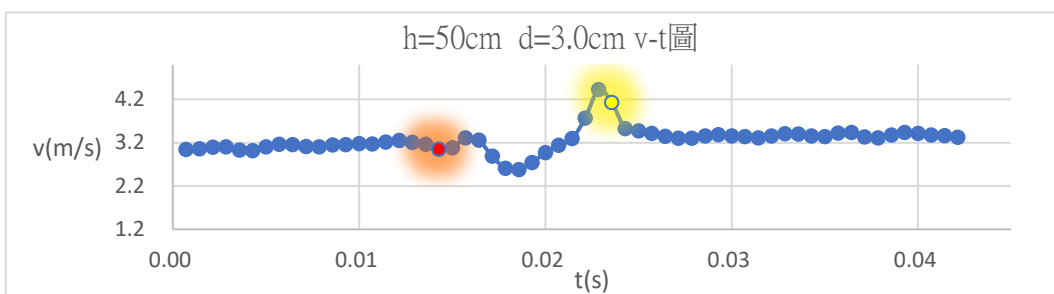


圖 9-5

(四)球體大小相同 $d=3.5\text{cm}$ 釋放高度不同 $h=10、20、30、40、50\text{cm}$ 。

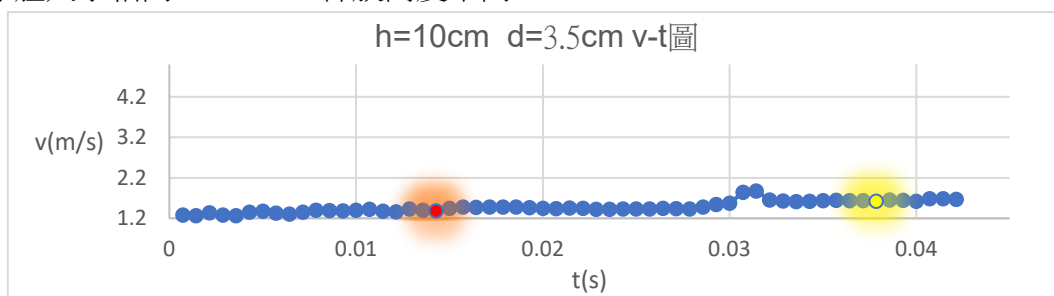


圖 10-1

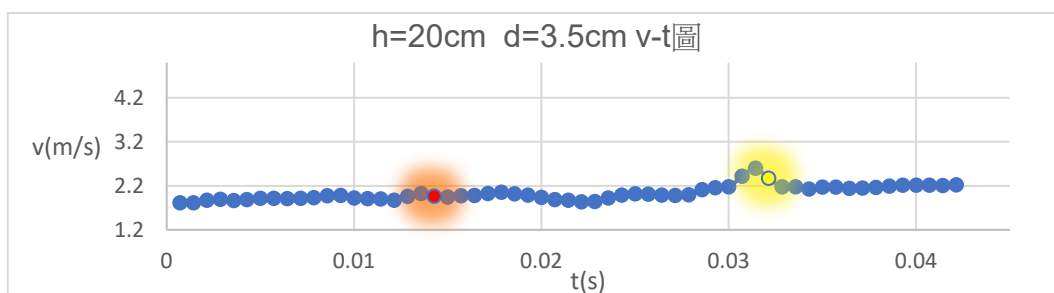


圖 10-2

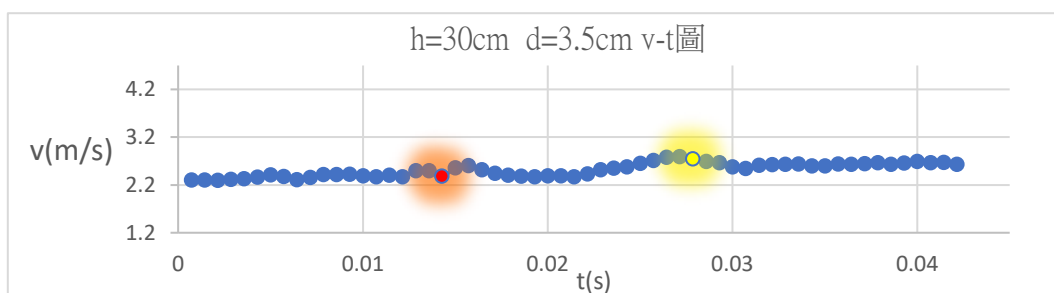


圖 10-3

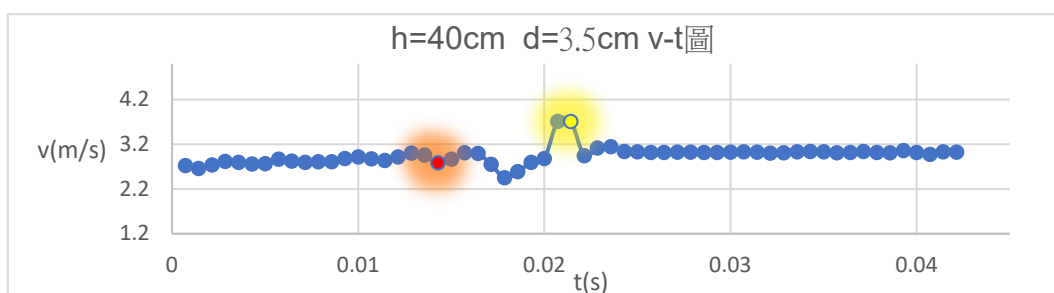


圖 10-4

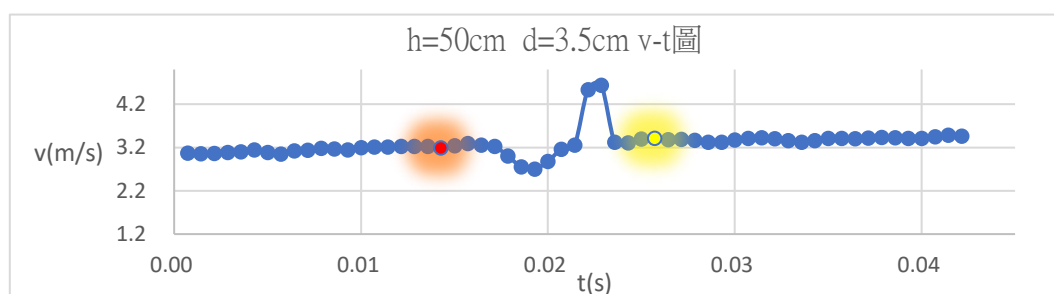


圖 10-5

(五)球體大小相同 $d=4\text{cm}$ 釋放高度不同 $h=10、20、30、40、50\text{cm}$ 。

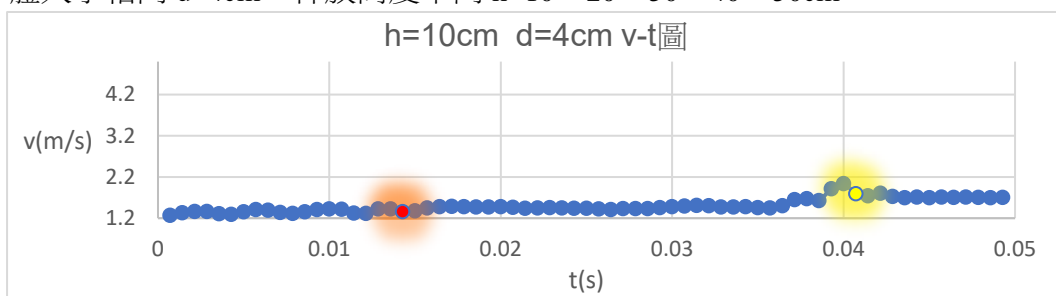


圖 11-1

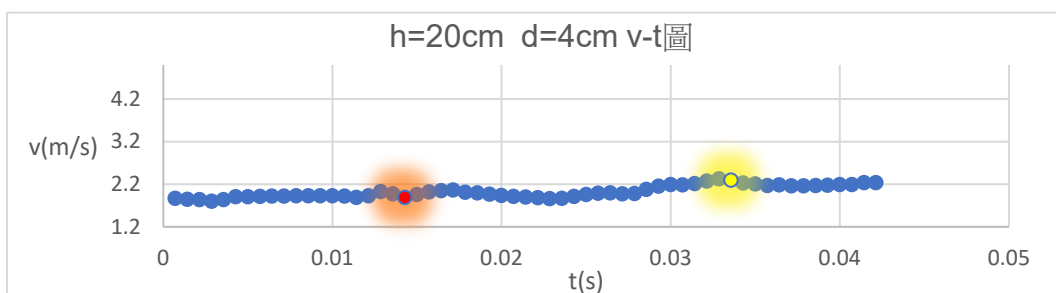


圖 11-2

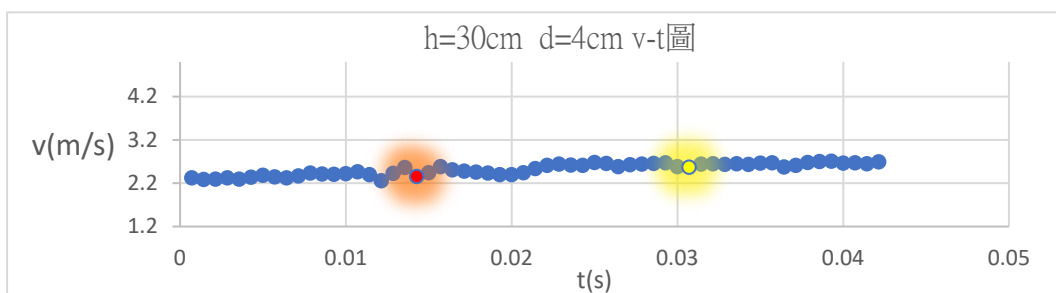


圖 11-3

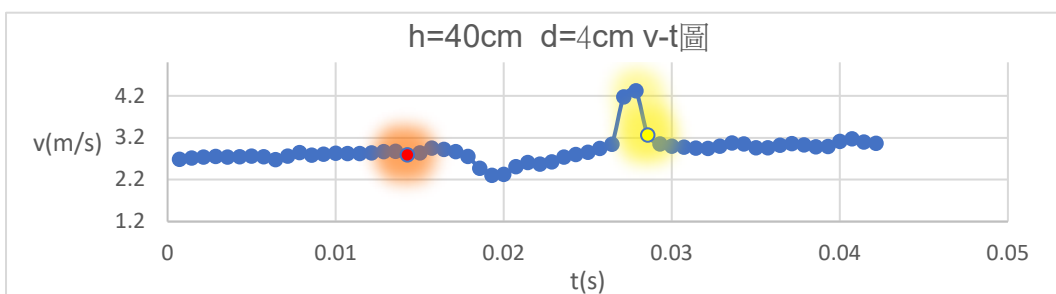


圖 11-4

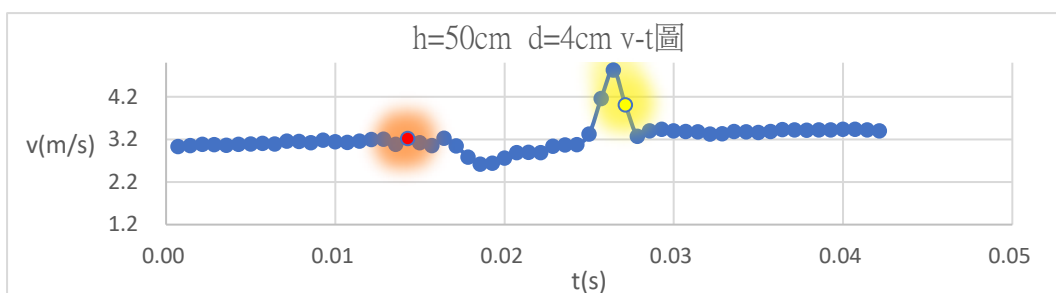


圖 11-5

三、v-t 圖趨勢線與符號說明：

d：鐵球之直徑大小

h：鐵球釋放的高度

$v_{初}$ ：入水初速($v_{初} = \sqrt{2gh}$)

v_1 ：球入水後開始減速之前的最高速

v_2 ：球入水後最低速度

v_3 ：球入水後最高速

Δv_{21} ： $v_2 - v_1$

Δv_{32} ： $v_3 - v_2$

$F_{水}$ ：在球體減速時所受到水的平均作用力

$F'_{水}$ ：在球體加速時所受到水的平均作用力

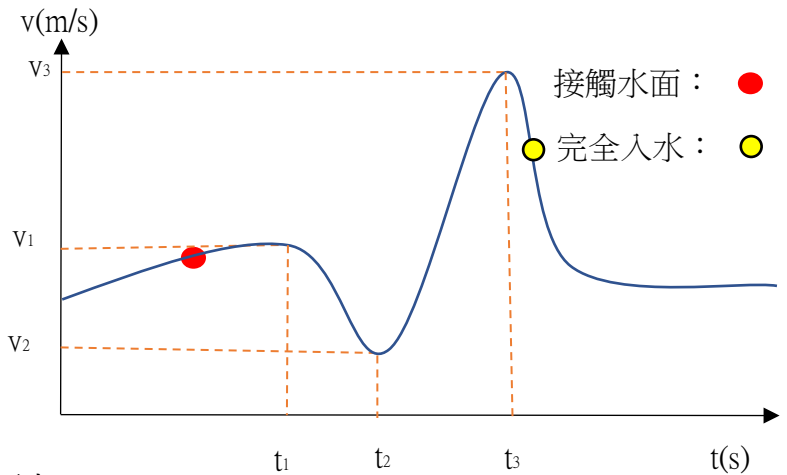


圖 11-6

四、不同釋放高度(h=10、20、30、40、50cm)和不同鐵球直徑(d=2、2.5、3、3.5、4cm) 共 25 種組合之數據表。(定向下為正)

表 1-1

h=10cm d=2cm												
編號	mg (N)	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)	v_3 (m/s)	Δv_{21} (m/s)	Δv_{32} (m/s)	Δt_{21} (s)	Δt_{32} (s)	$F_{水}$ (N)	$F_{水}/mg$	$F'_{水}$ (N)	$F'_{水}/mg$
數據一	0.32	1.477	1.386	1.69	-0.091	0.304	0.00857	0.00571	-0.67	-2.08	1.42	4.43
數據二	0.32	1.503	1.38	1.675	-0.123	0.295	0.00857	0.00571	-0.79	-2.46	1.37	4.27
數據三	0.32	1.511	1.377	1.671	-0.134	0.294	0.00642	0.00285	-1.00	-3.13	3.05	9.53
								平均值	-0.82	-2.56	1.94	6.08

表 1-2

h=10cm d=2.5cm												
編號	mg (N)	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)	v_3 (m/s)	Δv_{21} (m/s)	Δv_{32} (m/s)	Δt_{21} (s)	Δt_{32} (s)	$F_{水}$ (N)	$F_{水}/mg$	$F'_{水}$ (N)	$F'_{水}/mg$
數據一	0.626	1.502	1.407	1.703	-0.095	0.296	0.00714	0.00428	-1.48	-2.36	3.79	6.06
數據二	0.626	1.498	1.411	1.713	-0.087	0.302	0.00714	0.00857	-1.40	-2.24	1.62	2.60
數據三	0.626	1.498	1.41	1.703	-0.088	0.293	0.00785	0.00285	-1.34	-2.14	5.94	9.49
								平均值	-1.41	-2.25	3.79	6.05

表 1-3

h=10cm d=3cm												
編號	mg (N)	V ₁ (m/s)	V ₂ (m/s)	V ₃ (m/s)	Δ V ₂₁ (m/s)	Δ V ₃₂ (m/s)	Δ t ₂₁ (s)	Δ t ₃₂ (s)	F _水 (N)	F _{水/mg}	F' _水 (N)	F' _{水/mg}
數據一	1.079	1.481	1.426	1.706	-0.055	0.28	0.00785	0.01	-1.85	-1.71	2.00	1.86
數據二	1.079	1.477	1.425	1.7	-0.052	0.275	0.00857	0.0107	-1.75	-1.62	1.75	1.62
數據三	1.079	1.473	1.421	1.689	-0.052	0.268	0.00857	0.0107	-1.75	-1.62	1.68	1.56
								平均值	-1.78	-1.65	1.81	1.68

表 1-4

h=10cm d=3.5cm												
編號	mg (N)	V ₁ (m/s)	V ₂ (m/s)	V ₃ (m/s)	Δ V ₂₁ (m/s)	Δ V ₃₂ (m/s)	Δ t ₂₁ (s)	Δ t ₃₂ (s)	F _水 (N)	F _{水/mg}	F' _水 (N)	F' _{水/mg}
數據一	1.715	1.525	1.467	1.876	-0.058	0.409	0.00285	0.005	-5.28	-3.08	12.60	7.35
數據二	1.715	1.521	1.459	1.782	-0.062	0.323	0.00357	0.00785	-4.75	-2.77	5.49	3.20
數據三	1.715	1.476	1.441	1.87	-0.035	0.429	0.00714	0.00857	-2.57	-1.50	7.05	4.11
								平均值	-4.20	-2.45	8.38	4.88

表 1-5

h=10cm d=4cm												
編號	mg (N)	V ₁ (m/s)	V ₂ (m/s)	V ₃ (m/s)	Δ V ₂₁ (m/s)	Δ V ₃₂ (m/s)	Δ t ₂₁ (s)	Δ t ₃₂ (s)	F _水 (N)	F _{水/mg}	F' _水 (N)	F' _{水/mg}
數據一	2.562	1.492	1.416	1.826	-0.076	0.41	0.00785	0.0128	-5.09	-1.99	5.81	2.27
數據二	2.562	1.470	1.417	1.831	-0.053	0.414	0.00428	0.0128	-5.80	-2.26	5.89	2.30
數據三	2.562	1.504	1.411	1.822	-0.093	0.411	0.00857	0.0121	-5.40	-2.11	6.29	2.45
								平均值	-5.43	-2.12	6.00	2.34

表 1-6

h=20cm d=2cm												
編號	mg (N)	V ₁ (m/s)	V ₂ (m/s)	V ₃ (m/s)	Δ V ₂₁ (m/s)	Δ V ₃₂ (m/s)	Δ t ₂₁ (s)	Δ t ₃₂ (s)	F _水 (N)	F _{水/mg}	F' _水 (N)	F' _{水/mg}
數據一	0.32	2.002	1.858	2.279	-0.144	0.421	0.00428	0.00214	-1.42	-4.43	6.10	19.07
數據二	0.32	1.990	1.825	2.200	-0.165	0.375	0.00357	0.00285	-1.83	-5.72	3.98	12.43
數據三	0.32	1.995	1.836	2.223	-0.159	0.387	0.00357	0.00285	-1.77	-5.54	4.11	12.86
								平均值	-1.67	-5.23	4.73	14.79

表 1-7

h=20cm d=2.5cm												
編號	mg (N)	V ₁ (m/s)	V ₂ (m/s)	V ₃ (m/s)	Δ V ₂₁ (m/s)	Δ V ₃₂ (m/s)	Δ t ₂₁ (s)	Δ t ₃₂ (s)	F _水 (N)	F _{水/mg}	F' _水 (N)	F' _{水/mg}
數據一	0.626	2.040	1.881	2.318	-0.159	0.437	0.00357	0.00357	-3.47	-5.54	7.19	11.49
數據二	0.626	2.039	1.89	2.288	-0.149	0.398	0.00285	0.00571	-3.97	-6.33	3.83	6.11
數據三	0.626	2.021	1.893	2.282	-0.128	0.389	0.00214	0.00428	-4.45	-7.10	5.18	8.27
								平均值	-3.96	-6.33	5.40	8.63

表 1-8

h=20cm d=3cm												
編號	mg (N)	V ₁ (m/s)	V ₂ (m/s)	V ₃ (m/s)	Δ V ₂₁ (m/s)	Δ V ₃₂ (m/s)	Δ t ₂₁ (s)	Δ t ₃₂ (s)	F _水 (N)	F _{水/mg}	F' _水 (N)	F' _{水/mg}
數據一	1.079	2.012	1.826	2.42	-0.186	0.594	0.00500	0.00714	-5.17	-4.80	8.08	7.49
數據二	1.079	2.009	1.838	2.294	-0.171	0.456	0.00500	0.00714	-4.84	-4.49	5.95	5.52
數據三	1.079	1.997	1.832	2.449	-0.165	0.617	0.00500	0.00714	-4.71	-4.37	8.44	7.82
								平均值	-4.91	-4.55	7.49	6.94

表 1-9

h=20cm d=3.5cm												
編號	mg (N)	V ₁ (m/s)	V ₂ (m/s)	V ₃ (m/s)	Δ V ₂₁ (m/s)	Δ V ₃₂ (m/s)	Δ t ₂₁ (s)	Δ t ₃₂ (s)	F _水 (N)	F _{水/mg}	F' _水 (N)	F' _{水/mg}
數據一	1.715	2.034	1.842	2.482	-0.192	0.64	0.00500	0.00857	-8.43	-4.92	11.35	6.62
數據二	1.715	2.032	1.865	2.327	-0.167	0.462	0.00428	0.00571	-8.54	-4.98	12.44	7.26
數據三	1.715	2.055	1.835	2.599	-0.220	0.764	0.00428	0.00928	-10.71	-6.25	12.69	7.40
								平均值	-9.23	-5.38	12.16	7.09

表 1-10

h=20cm d=4cm												
編號	mg (N)	V ₁ (m/s)	V ₂ (m/s)	V ₃ (m/s)	Δ V ₂₁ (m/s)	Δ V ₃₂ (m/s)	Δ t ₂₁ (s)	Δ t ₃₂ (s)	F _水 (N)	F _{水/mg}	F' _水 (N)	F' _{水/mg}
數據一	2.562	2.069	1.859	2.327	-0.210	0.468	0.00500	0.0114	-13.54	-5.29	8.17	3.19
數據二	2.562	2.075	1.858	2.335	-0.217	0.477	0.00500	0.0114	-13.91	-5.43	8.38	3.27
數據三	2.562	2.062	1.865	2.326	-0.197	0.461	0.00571	0.0100	-11.58	-4.52	9.49	3.70
								平均值	-13.01	-5.08	8.68	3.39

表 1-11

h=30cm d=2cm												
編號	mg (N)	V ₁ (m/s)	V ₂ (m/s)	V ₃ (m/s)	Δ V ₂₁ (m/s)	Δ V ₃₂ (m/s)	Δ t ₂₁ (s)	Δ t ₃₂ (s)	F _水 (N)	F _水 /mg	F' _水 (N)	F' _水 /mg
數據一	0.32	2.498	2.248	3.036	-0.250	0.788	0.00285	0.00285	-3.18	-9.95	8.71	27.21
數據二	0.32	2.485	2.214	2.969	-0.271	0.755	0.00285	0.00142	-3.42	-10.70	17.04	53.25
數據三	0.32	2.479	2.188	2.943	-0.291	0.755	0.00214	0.00285	-4.76	-14.88	8.33	26.03
								平均值	-3.79	-11.84	11.36	35.50

表 1-12

h=30cm d=2.5cm												
編號	mg (N)	V ₁ (m/s)	V ₂ (m/s)	V ₃ (m/s)	Δ V ₂₁ (m/s)	Δ V ₃₂ (m/s)	Δ t ₂₁ (s)	Δ t ₃₂ (s)	F _水 (N)	F _水 /mg	F' _水 (N)	F' _水 /mg
數據一	0.626	2.564	2.352	2.934	-0.212	0.582	0.00214	0.005	-6.95	-11.11	6.81	10.88
數據二	0.626	2.602	2.382	3.191	-0.220	0.809	0.00214	0.00428	-7.19	-11.49	11.45	18.29
數據三	0.626	2.527	2.350	2.865	-0.177	0.515	0.00214	0.00428	-5.91	-9.44	7.06	11.28
								平均值	-6.69	-10.68	8.44	13.48

表 1-13

h=30cm d=3cm												
編號	mg (N)	V ₁ (m/s)	V ₂ (m/s)	V ₃ (m/s)	Δ V ₂₁ (m/s)	Δ V ₃₂ (m/s)	Δ t ₂₁ (s)	Δ t ₃₂ (s)	F _水 (N)	F _水 /mg	F' _水 (N)	F' _水 /mg
數據一	1.079	2.586	2.299	2.771	-0.287	0.472	0.00428	0.00357	-8.46	-7.84	13.48	12.49
數據二	1.079	2.518	2.308	2.823	-0.210	0.515	0.00428	0.00357	-6.48	-6.01	14.80	13.72
數據三	1.079	2.586	2.278	2.766	-0.308	0.488	0.00428	0.00285	-9.00	-8.34	17.77	16.47
								平均值	-7.98	-7.40	15.35	14.23

表 1-14

h=30cm d=3.5cm												
編號	mg (N)	V ₁ (m/s)	V ₂ (m/s)	V ₃ (m/s)	Δ V ₂₁ (m/s)	Δ V ₃₂ (m/s)	Δ t ₂₁ (s)	Δ t ₃₂ (s)	F _水 (N)	F _水 /mg	F' _水 (N)	F' _水 /mg
數據一	1.715	2.599	2.354	2.852	-0.245	0.498	0.00357	0.00642	-13.72	-8.00	11.86	6.92
數據二	1.715	2.600	2.354	2.825	-0.246	0.471	0.00357	0.005	-13.77	-8.03	14.77	8.61
數據三	1.715	2.604	2.369	2.792	-0.235	0.423	0.00357	0.00571	-13.23	-7.72	11.25	6.56
								平均值	-13.58	-7.92	12.63	7.36

表 1-15

h=30cm d=4cm												
編號	mg (N)	V ₁ (m/s)	V ₂ (m/s)	V ₃ (m/s)	Δ V ₂₁ (m/s)	Δ V ₃₂ (m/s)	Δ t ₂₁ (s)	Δ t ₃₂ (s)	F _水 (N)	F _{水/mg}	F' _水 (N)	F' _{水/mg}
數據一	2.562	2.584	2.398	2.683	-0.186	0.285	0.00357	0.005	-16.18	-6.32	12.34	4.82
數據二	2.562	2.624	2.378	2.728	-0.246	0.35	0.00428	0.00571	-17.59	-6.86	13.46	5.25
數據三	2.562	2.610	2.509	2.691	-0.101	0.182	0.00428	0.00428	-8.73	-3.41	8.55	3.34
								平均值	-14.17	-5.53	11.45	4.47

表 1-16

h=40cm d=2cm												
編號	mg (N)	V ₁ (m/s)	V ₂ (m/s)	V ₃ (m/s)	Δ V ₂₁ (m/s)	Δ V ₃₂ (m/s)	Δ t ₂₁ (s)	Δ t ₃₂ (s)	F _水 (N)	F _{水/mg}	F' _水 (N)	F' _{水/mg}
數據一	0.32	2.926	2.665	3.555	-0.261	0.89	0.00428	0.00142	-2.31	-7.22	20.15	62.96
數據二	0.32	2.903	2.75	3.743	-0.153	0.993	0.00142	0.00142	-3.84	-11.99	22.51	70.36
數據三	0.32	2.867	2.468	3.878	-0.399	1.41	0.00357	0.00285	-3.97	-12.40	15.83	49.48
								平均值	-3.37	-10.54	19.50	60.93

表 1-17

h=40cm d=2.5cm												
編號	mg (N)	V ₁ (m/s)	V ₂ (m/s)	V ₃ (m/s)	Δ V ₂₁ (m/s)	Δ V ₃₂ (m/s)	Δ t ₂₁ (s)	Δ t ₃₂ (s)	F _水 (N)	F _{水/mg}	F' _水 (N)	F' _{水/mg}
數據一	0.626	2.914	2.373	3.891	-0.541	1.518	0.00214	0.00285	-16.77	-26.80	33.40	53.35
數據二	0.626	3.048	2.693	3.357	-0.355	0.664	0.00214	0.00142	-11.22	-17.93	29.24	46.71
數據三	0.626	3.006	2.446	3.712	-0.56	1.266	0.00214	0.00285	-17.34	-27.70	27.75	44.33
								平均值	-15.11	-24.14	30.13	48.13

表 1-18

h=40cm d=3cm												
編號	mg (N)	V ₁ (m/s)	V ₂ (m/s)	V ₃ (m/s)	Δ V ₂₁ (m/s)	Δ V ₃₂ (m/s)	Δ t ₂₁ (s)	Δ t ₃₂ (s)	F _水 (N)	F _{水/mg}	F' _水 (N)	F' _{水/mg}
數據一	1.079	3.055	2.34	4.041	-0.715	1.701	0.00357	0.005	-23.13	-21.44	36.38	33.71
數據二	1.079	2.987	2.157	4.333	-0.83	2.176	0.00357	0.00571	-26.68	-24.72	40.88	37.89
數據三	1.079	3.087	2.503	3.857	-0.584	1.354	0.00285	0.00357	-23.64	-21.91	40.68	37.70
								平均值	-24.48	-22.69	39.31	36.43

表 1-19

h=40cm d=3.5cm												
編號	mg (N)	v ₁ (m/s)	v ₂ (m/s)	v ₃ (m/s)	Δ v ₂₁ (m/s)	Δ v ₃₂ (m/s)	Δ t ₂₁ (s)	Δ t ₃₂ (s)	F _水 (N)	F _{水/mg}	F' _水 (N)	F' _{水/mg}
數據一	1.715	3.007	2.319	4.182	-0.688	1.863	0.00357	0.00714	-35.44	-20.67	43.95	25.62
數據二	1.715	3.03	2.549	3.731	-0.481	1.182	0.00285	0.005	-31.25	-18.22	39.66	23.12
數據三	1.715	2.901	2.347	4.252	-0.554	1.905	0.00285	0.00642	-35.73	-20.84	50.21	29.28
								平均值	-34.14	-19.91	44.60	26.01

表 1-20

h=40cm d=4cm												
編號	mg (N)	v ₁ (m/s)	v ₂ (m/s)	v ₃ (m/s)	Δ v ₂₁ (m/s)	Δ v ₃₂ (m/s)	Δ t ₂₁ (s)	Δ t ₃₂ (s)	F _水 (N)	F _{水/mg}	F' _水 (N)	F' _{水/mg}
數據一	2.562	2.954	2.303	4.321	-0.651	2.018	0.00357	0.00857	-50.23	-19.61	59.00	23.03
數據二	2.562	2.928	2.294	4.571	-0.634	2.277	0.00357	0.00857	-48.99	-19.12	66.90	26.11
數據三	2.562	3.037	2.276	5.152	-0.761	2.876	0.00357	0.00857	-58.29	-22.75	85.17	33.24
								平均值	-52.50	-20.49	70.36	27.46

表 1-21

h=50cm d=2cm												
編號	mg (N)	v ₁ (m/s)	v ₂ (m/s)	v ₃ (m/s)	Δ v ₂₁ (m/s)	Δ v ₃₂ (m/s)	Δ t ₂₁ (s)	Δ t ₃₂ (s)	F _水 (N)	F _{水/mg}	F' _水 (N)	F' _{水/mg}
數據一	0.32	3.213	2.873	4.314	-0.34	1.441	0.00642	0.00214	-2.05	-6.40	21.67	67.71
數據二	0.32	3.253	2.779	4.033	-0.474	1.254	0.00214	0.00214	-7.55	-23.60	18.81	58.79
數據三	0.32	3.323	2.758	3.963	-0.495	1.205	0.00142	0.00285	11.70	-36.57	13.49	42.14
								平均值	-7.10	-22.19	17.99	56.22

表 1-22

h=50cm d=2.5cm												
編號	mg (N)	v ₁ (m/s)	v ₂ (m/s)	v ₃ (m/s)	Δ v ₂₁ (m/s)	Δ v ₃₂ (m/s)	Δ t ₂₁ (s)	Δ t ₃₂ (s)	F _水 (N)	F _{水/mg}	F' _水 (N)	F' _{水/mg}
數據一	0.626	3.28	2.648	4.361	-0.632	1.713	0.00214	0.00285	-19.49	-31.14	37.77	60.33
數據二	0.626	3.13	2.606	5.005	-0.524	2.399	0.00142	0.00428	-24.20	-38.65	35.18	56.20
數據三	0.626	3.163	2.841	4.039	-0.322	1.198	0.00142	0.00428	-15.11	-24.14	17.25	27.56
								平均值	-19.60	-31.31	30.07	48.03

表 1-23

h=50cm d=3cm												
編號	mg (N)	v ₁ (m/s)	v ₂ (m/s)	v ₃ (m/s)	Δ v ₂₁ (m/s)	Δ v ₃₂ (m/s)	Δ t ₂₁ (s)	Δ t ₃₂ (s)	F _水 (N)	F _水 /mg	F' _水 (N)	F' _水 /mg
數據一	1.079	3.278	2.592	4.468	-0.686	1.876	0.00142	0.00285	-54.27	-50.30	71.40	66.17
數據二	1.079	3.287	2.557	4.689	-0.73	2.132	0.00142	0.00500	-57.68	-53.46	45.87	42.51
數據三	1.079	3.308	2.578	4.423	-0.73	1.845	0.00285	0.00428	-29.28	-27.14	46.38	42.99
								平均值	-47.08	-43.63	54.55	50.56

表 1-24

h=50cm d=3.5cm												
編號	mg (N)	v ₁ (m/s)	v ₂ (m/s)	v ₃ (m/s)	Δ v ₂₁ (m/s)	Δ v ₃₂ (m/s)	Δ t ₂₁ (s)	Δ t ₃₂ (s)	F _水 (N)	F _水 /mg	F' _水 (N)	F' _水 /mg
數據一	1.715	3.258	2.67	4.723	-0.588	2.053	0.00285	0.00285	-37.82	-22.05	124.35	72.51
數據二	1.715	3.294	2.702	4.637	-0.592	1.935	0.00357	0.00357	-30.73	-17.92	93.14	54.31
數據三	1.715	3.27	2.749	5.17	-0.521	2.421	0.00357	0.00428	-27.25	-15.89	97.27	56.72
								平均值	-31.94	-18.62	104.92	61.18

表 1-25

h=50cm d=4cm												
編號	mg (N)	v ₁ (m/s)	v ₂ (m/s)	v ₃ (m/s)	Δ v ₂₁ (m/s)	Δ v ₃₂ (m/s)	Δ t ₂₁ (s)	Δ t ₃₂ (s)	F _水 (N)	F _水 /mg	F' _水 (N)	F' _水 /mg
數據一	2.562	3.232	2.618	4.83	-0.614	2.212	0.00214	0.00785	-77.57	-30.28	71.10	27.75
數據二	2.562	3.23	2.754	5.128	-0.476	2.374	0.00285	0.00428	-46.23	-18.04	142.45	55.60
數據三	2.562	3.228	2.73	5.029	-0.498	2.299	0.00357	0.00482	-39.03	-15.23	122.13	47.67
								平均值	-54.28	-21.18	111.89	43.67

五、高度相同(h=10、20、30、40、50cm)，球體大小不同(d=2、2.5、3、3.5、4cm)與受水作用力之疊圖。(向下為正)

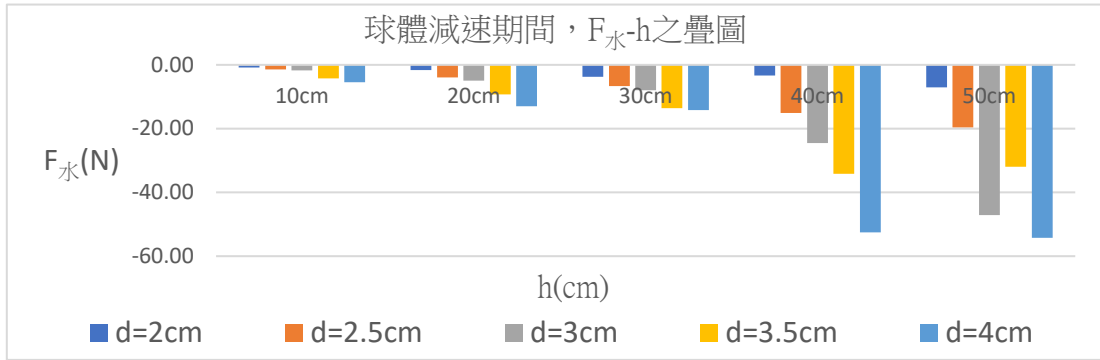


圖 12-1

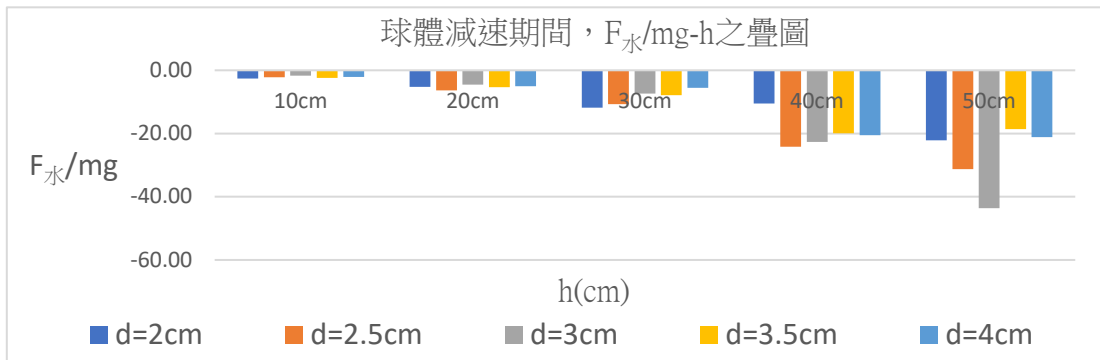


圖 12-2

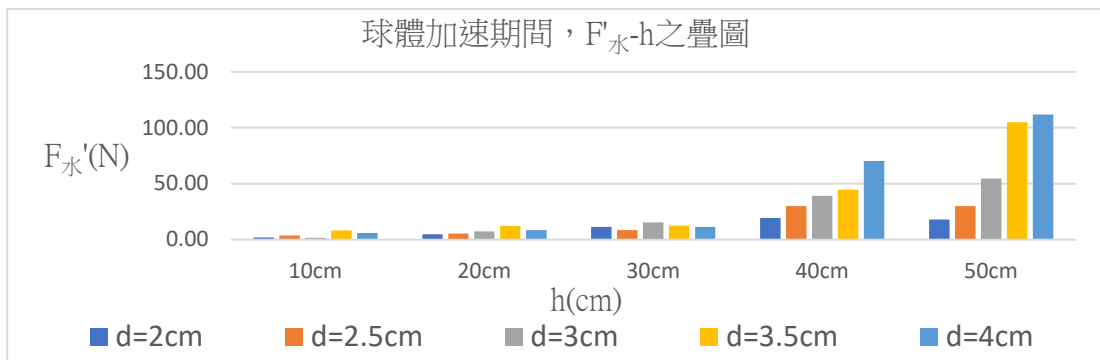


圖 12-3

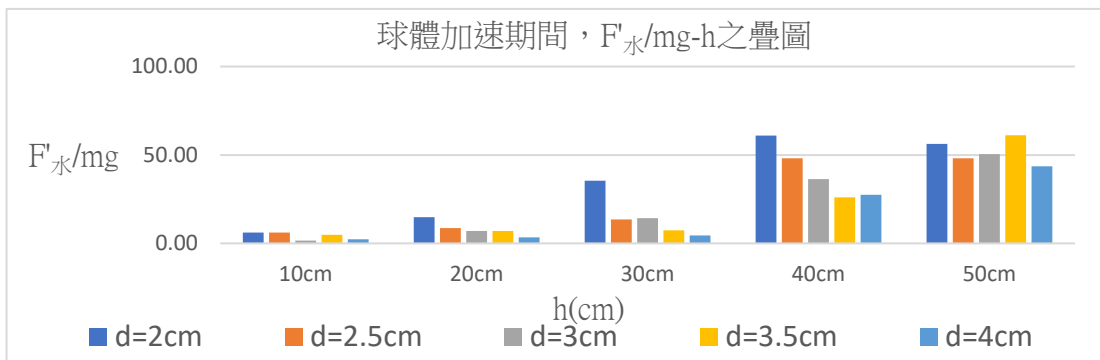


圖 12-4

六、球體大小相同(d=2、2.5、3、3.5、4cm)，高度不同(h=10、20、30、40、50cm)與受水作用力的疊圖。(向下為正)

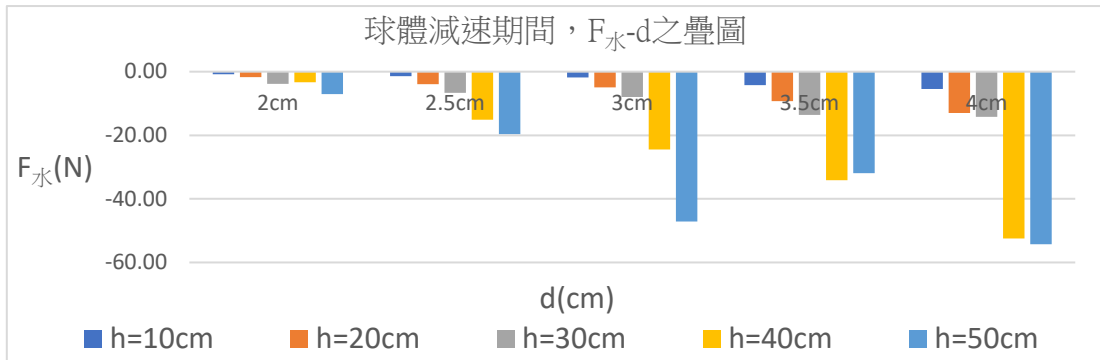


圖 13-1

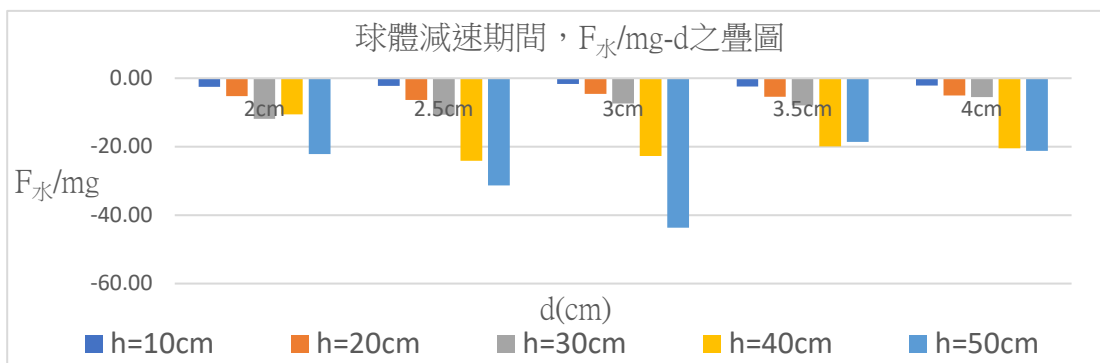


圖 13-2

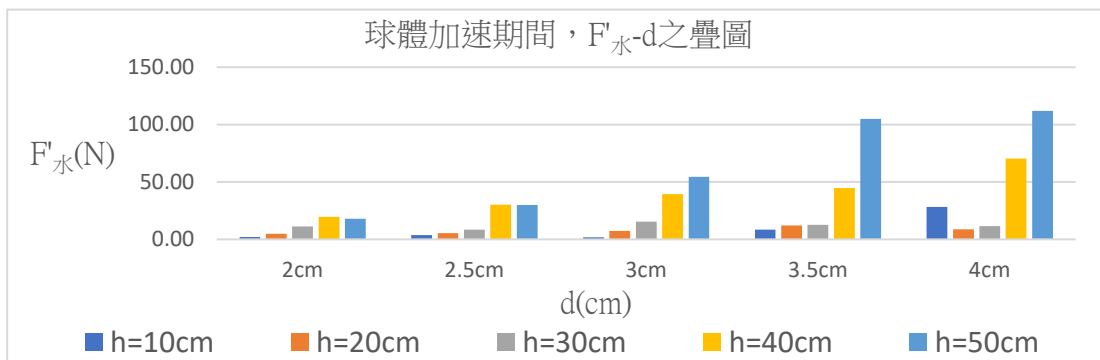


圖 13-3

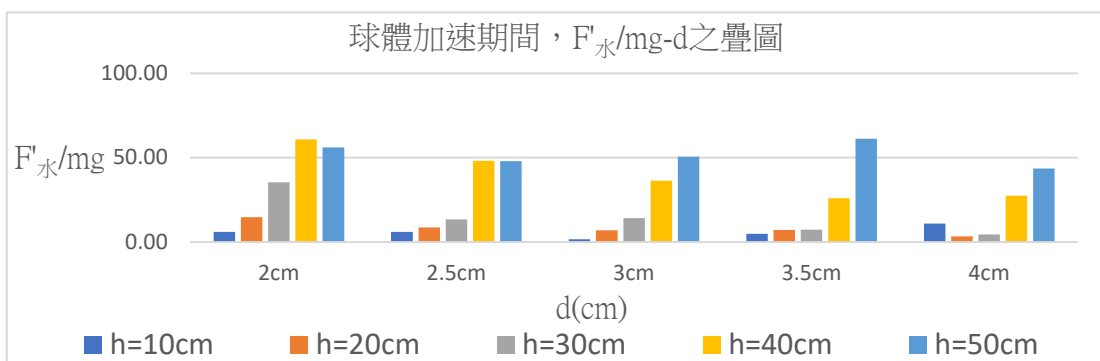


圖 13-4

七、在減速及加速階段，各個球體大小作用力與重量的比值($F_{水}/mg$ 、 $F'_{水}/mg$)和入水初速($v_{初}$)之關係圖

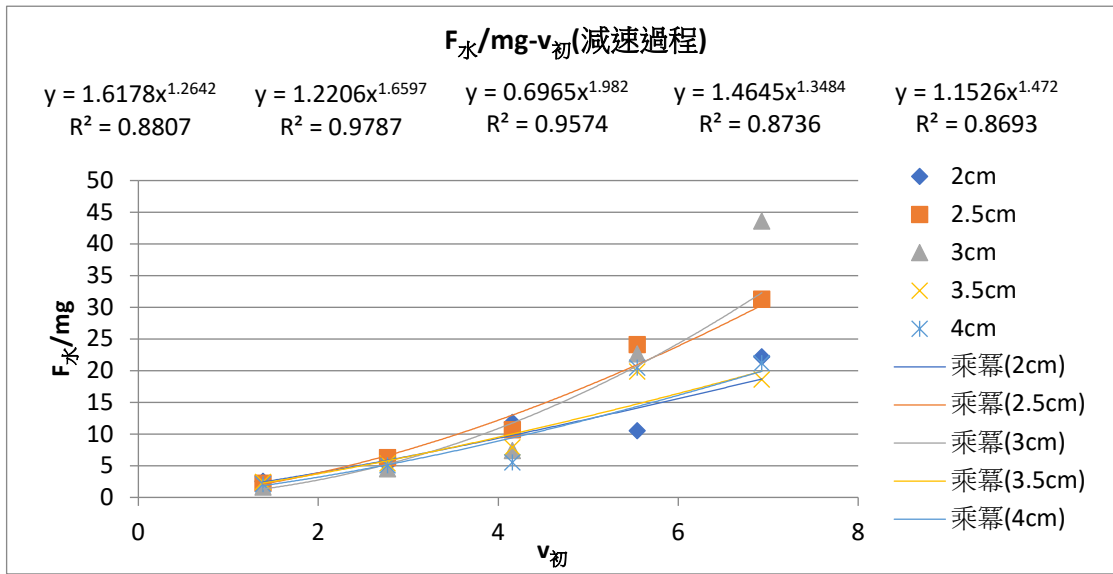


圖 14-1

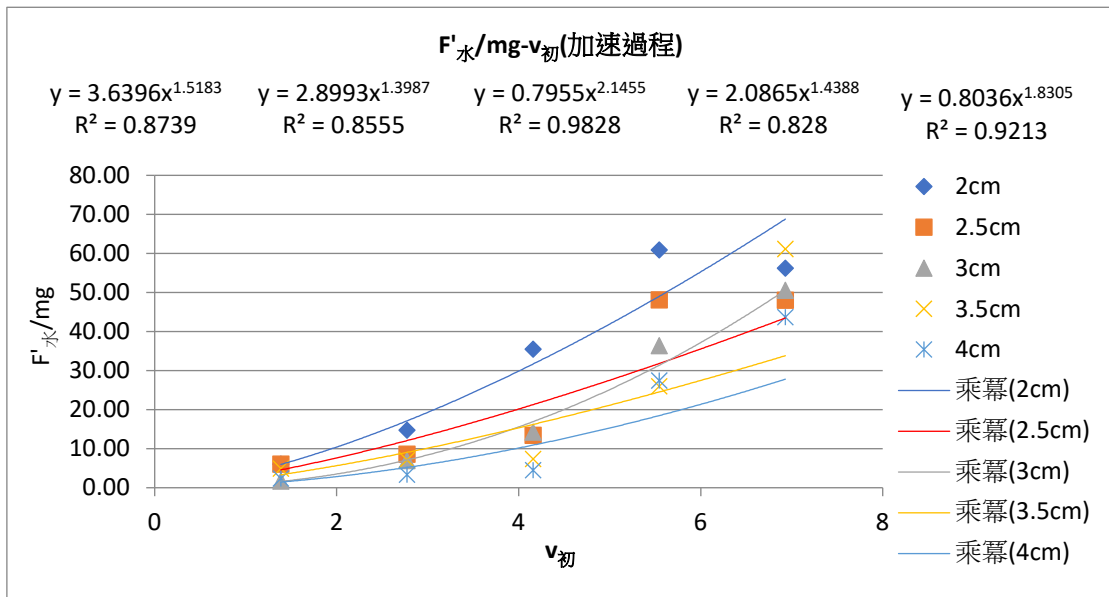


圖 14-2

陸、討論

一、趨勢線分析：本研究在探討球體入水速度之變化，我們假設球體入水過程中受兩個力作用：(1)重力(2)水對球的作用力。本以為球入水後，就開始減速，然而從我們實驗中的 $v-t$ 圖驚訝的發現，甚至還有加速的過程。從圖 2-1 至 6-5 的 $v-t$ 圖中，我們觀察到，可以將球入水的過程分成四個階段，第一個階段：略微加速，第二個階段：減速，在第三個階段：劇烈加速，第四階段：減速至終端速率。圖 15-1 是我們實驗中所有 $v-t$ 圖的趨勢線。

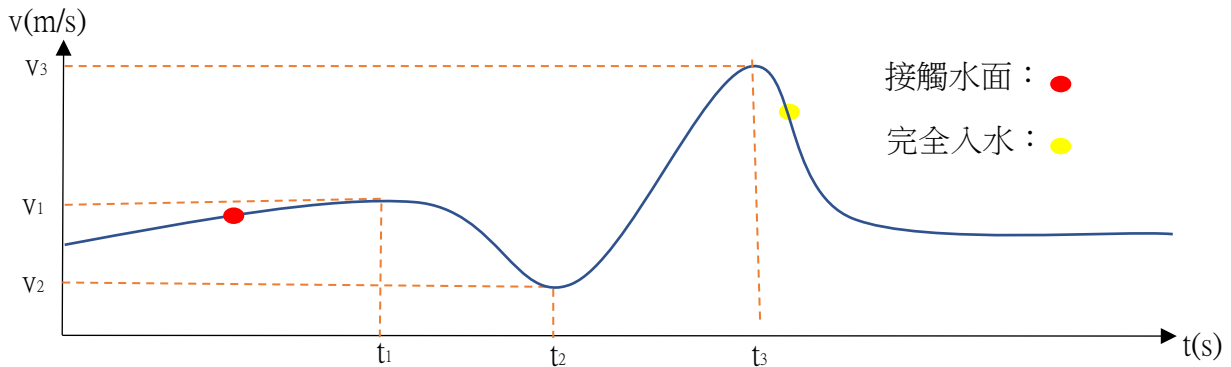


圖 15-1

- (一)第一階段：球體底部開始接觸水面，並進入水中約 1/4 球體。在這過程中，我們觀察到 v-t 圖的曲線呈現略微加速，我們推測在這個階段，球體重量 > 水給球體向上的作用力。
- (二)第二階段：球體入水約 1/4 至 1/2 球體。在這過程中，我們觀察到 v-t 圖的曲線呈現減速，我們推測在這個階段，水給球體向上的作用力 > 球體重量。
- (三)第三階段：球體入水約 1/2 至完全入水。在這過程中，我們驚訝地發現 v-t 圖的曲線呈現劇烈的加速，說明在這個階段，水給球體一個向下的作用力。我們仔細觀察球入水的影片，從圖 15-2 至圖 15-10 發現有一層水膜附著於球體上方，我們推測這層水膜將球體往下推，造成一個向下的作用力，使球體加速，並濺起水花。
- (四)第四階段：球體完全沒入水中，受水一向上的阻力，減速至終端速率。

由側面拍攝球體入水過程中，水膜由兩側形成並覆蓋於球體之上，將球向下推擠

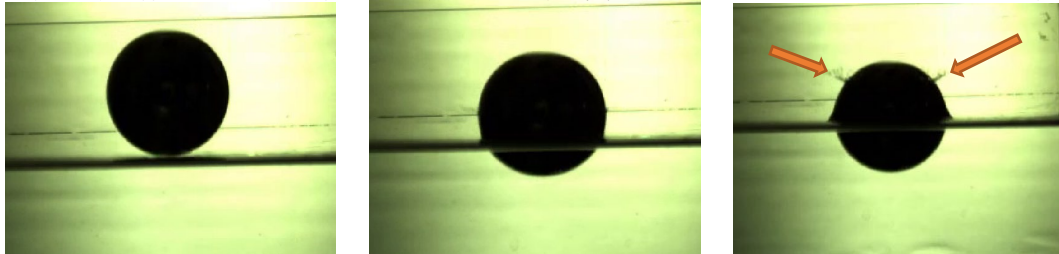


圖 15-2

圖 15-3

圖 15-4

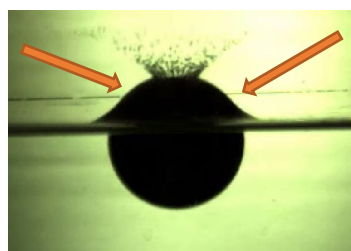


圖 15-5

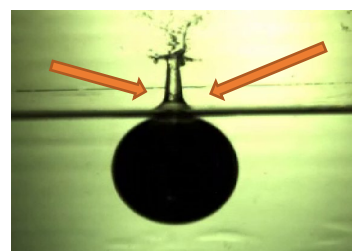


圖 15-6

由斜上方拍攝之球體入水過程中，水膜內縮將球體向下擠壓

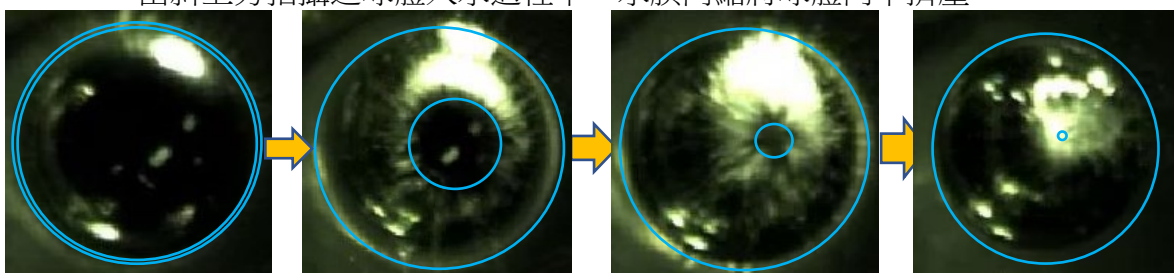


圖 15-7

圖 15-8

圖 15-9

圖 15-10

二、理論分析：球入水的過程中，受重力、浮力、表面張力、水對球的衝擊力。其中，我們將浮力、表面張力、水對球衝擊力的合力以 $F_{水}$ 與 $F'_{水}$ 表示。 $F_{水}$ 為第二階段水對球的平均作用力， $F'_{水}$ 為第三階段水對球的平均作用力。

(一)第一階段：球體底部開始接觸水面，並進入水中約 1/4 球體。

從 v-t 圖的曲線變化可得知，入水初期有一段略微加速的過程。我們推測這過程球與水的接觸面積小，故 $mg > F_{水}$ ，合力向下，使球體加速。

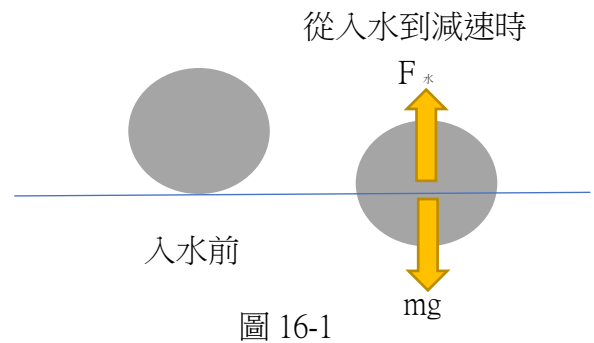
(二)第二階段：球體入水約 1/4 至 1/2 球體。

從 v-t 圖的曲線變化可得知，這個過程球體開始減速，假設這階段 $F_{水} > mg$ ，合力向上，使球體減速。如圖 16-1 所示，可列式如下：

$$F = F_{水} - mg = m \frac{\Delta v_{21}}{\Delta t_{21}}$$

$$\Rightarrow F_{水} = m \frac{\Delta v_{21}}{\Delta t_{21}} + mg$$

$$\Rightarrow \frac{F_{水}}{mg} = \frac{m \frac{\Delta v_{21}}{\Delta t_{21}} + mg}{mg} = \frac{\frac{\Delta v_{21}}{\Delta t_{21}} + g}{g}$$



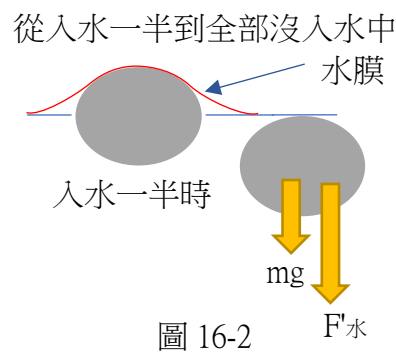
(三)第三階段：球體入水約 1/2 至完全沒入水。

從 v-t 圖的曲線變化可得知，我們驚訝的發現這段過程為加速，即水對這球的作用力由向上改為向下。由球沒入水的影片中，我們觀察到水回淹球體形成一層水膜，將球往下推。不僅產生往上的水花，也往下的推力。如圖 16-2 所示。可列式如下：

$$F = F'_{水} + mg = m \frac{\Delta v_{32}}{\Delta t_{32}}$$

$$\Rightarrow F'_{水} = m \frac{\Delta v_{32}}{\Delta t_{32}} - mg$$

$$\Rightarrow \frac{F'_{水}}{mg} = \frac{m \frac{\Delta v_{32}}{\Delta t_{32}} - mg}{mg} = \frac{\frac{\Delta v_{32}}{\Delta t_{32}} - g}{g}$$



(四)第四階段：球體完全沒入水中後，受水給球一向上的阻力，使球減速至終端速率。

(五)表面張力探討：查閱參考文獻【1】得知韋伯數(We)之概念，並在維基百科對韋伯數之說明中【3】，得知韋伯數 $We = \frac{\rho v^2 l}{\sigma}$ 。其中， ρ 為流體密度， v 為特徵流速， l 為特徵長度， σ 為流體的表面張力係數。韋伯數代表慣性力和表面張力效應之比，當韋伯數遠大於 1 時，可以忽略表面張力之作用。我們將球體入水實驗中最小的人水速度(v)和特徵長度(l)以及水面之表面張力及密度帶入公式：

其中，由參考資料【4】得知水的表面張力係數 $\sigma = 0.07275 \times (1 - 0.002(T - 291))$ 將 T 以常溫 298K 帶入，得 $\sigma \approx 0.072$ 。再由參考資料【5】得知，特徵長度為球體的直徑或半徑，以最小球體直徑 0.02m 帶入式中。

$$\text{由 } We = \frac{\rho v^2 l}{\sigma}$$

將 $\rho = 1000 \left(\frac{kg}{m^3}\right)$ 、 $v = 1.377 \left(\frac{m}{s}\right)$ 、 $l = 0.02(m)$ 、 $\sigma = 0.072(N/m)$ 帶入

$$\text{得 } We = 526.7025 \gg 1$$

由此可知，實驗中最小韋伯數之值也遠大於 1，故可以忽略表面張力之影響。

一、圖表分析

(一) 圖表說明

圖表	條件
表 1-1~1-25	不同釋放高度和不同大小鐵球共 25 種組合之數據表
(附錄一)圖 2-1~6-5	高度相同，球體大小不同之 v-t 圖
(附錄一)圖 7-1~11-5	球體大小相同，高度不同之 v-t 圖
圖 12-1~12-4	高度相同，球體大小不同之 $F_{\text{水}}-h$ 、 $F_{\text{水}}/mg-h$ 、 $F'_{\text{水}}-h$ 、 $F'_{\text{水}}/mg-h$ 疊圖分析
圖 13-1~13-4	球體大小相同，高度不同之 $F_{\text{水}}-d$ 、 $F_{\text{水}}/mg-d$ 、 $F'_{\text{水}}-d$ 、 $F'_{\text{水}}/mg-d$ 疊圖分析

表 2-1

(二)由圖 2-1~2-5、3-1~3-5、4-1~4-5、5-1~5-5、6-1~6-5 可知，在高度相同下，隨著球體大小增加，球入水後最低速到最高速間的速度變化 Δv_{32} 逐漸增加。

(三)由圖 6-1~6-5、7-1~7-5、8-1~8-5、9-1~9-5、10-1~10-5 可知，在球體大小相同下，隨著高度增加，球入水後最低速到最高速間的速度變化 Δv_{32} 逐漸增加。

(四)由圖 2-1 至 6-5，圖中的黃色區塊完全入水點在球速達到最大值之後，代表球完全沒入水之前已受一向上的阻力，使球體減速，最終達到終端速率。

(五)由圖 12-1 可知，在減速過程中，相同高度下，球體越大，則球體受水向上的力 $F_{\text{水}}$ 會越大，說明撞擊水面的受力與球體的面積有關。這也說明跳水選手，若入水角度不對，造成入水面積過大，會造成很大的衝擊力。

(六)由圖 12-2 可知，在減速過程中， $F_{\text{水}}/mg$ 與球體大小無明顯相關性。

(七)由圖 12-3 可知，在加速過程中，在高度 $h=10$ 、 20 、 30cm 時，球受水向下的作用力 $F'_{\text{水}}$ 與球大小關係並不明顯。但在 $h=40$ 、 50cm 時，其受水向下的作用力 $F'_{\text{水}}$ 與球體大小明顯成正相關。我們推測因球體變大時，導致排水體積增加，而使水在回淹球體時造成的作用力增加。

(八)由圖 12-4 可知，在加速過程中， $F'_{\text{水}}/mg$ 與球體大小無明顯相關性。

(九)由圖 12-2 與圖 12-4，分析如下表：

表 2-2

d=2、2.5、3、 3.5、4cm	h=10cm	h=20cm	h=30cm	h=40cm	h=50cm
$F_{水}/mg$ (平均值)	-2.21	-5.31	-8.67	-19.55	-27.39
$F'_{水}/mg$ (平均值)	5.94	8.17	15.01	39.79	51.93

由上表數值可知，球體受水的作用力大小比其本身的重量大很多倍，且作用力與重量比值隨高度增加而增加。

(十)由圖 13-1 可知，在減速過程中，在相同球體大小下， $F_{水}$ 與高度大致呈正相關，說明了高度越高，受力越大。這也說明了為甚麼輕生的人會選擇從高度約 60m 的舊金山大橋跳下。

(十一)由圖 13-2 可知，在減速過程中， $F_{水}/mg$ 隨高度增加而增加。

(十二)由圖 13-3 可知，在加速過程中， $F'_{水}$ 與釋放高度大致呈正相關，且隨著球體大小增加， $F'_{水}$ 的變化幅度也隨之提高。

(十三)由圖 13-4 可知，在加速過程中， $F'_{水}/mg$ 隨高度增加而增加。

(十四)由圖 14-1 可知， $F_{水}/mg$ 隨球入水初速增加而增加，以及 $F_{水}/mg$ 與 $v_{初}$ 的關係。

(十五)由圖 14-2 可知， $F'_{水}/mg$ 隨球入水初速增加而增加，以及 $F'_{水}/mg$ 與 $v_{初}$ 的關係。

柒、結論

一、球撞擊水面入水的過程，由 $v-t$ 圖可得到下面四個過程：

表 3-1

階段	入水過程	速度變化	受力情況
第一階段	球體接觸水面至沒入水中約 1/4	略微加速	$F_{水} < mg$ ， $F_{水} \uparrow$
第二階段	球體沒入水中從約 1/4 到約 1/2	減速	$F_{水} > mg$ ， $F_{水} \uparrow$
第三階段	球體沒入水中從約 1/2 到接近完全入水	劇烈加速	$F'_{水} + mg$ ， $F_{水} \downarrow$
第四階段	球體完全入水	減速至終端速率	$F_{水} \uparrow$

二、我們將球體受水的作用力大小關係整理如下表：

表 3-2

水對球體的作用力	條件	結果
$F_{水}$	高度相同，球體大小不同	$F_{水}$ 隨大小增加而增加
$F_{水}$	球體大小相同，高度不同	$F_{水}$ 隨高度增加而增加
$F'_{水}$	高度相同，球體大小不同	$F'_{水}$ 隨大小增加而增加
$F'_{水}$	球體大小相同，高度不同	$F'_{水}$ 隨高度增加而增加

三、由球體受水作用力與其重量的比值關係整理如下表：

表 3-3

	條件	結果
$F_{水}/mg$	高度相同，球體大小不同	$F_{水}/mg$ 隨大小無明顯相關性
$F_{水}/mg$	球體大小相同，高度不同	$F_{水}/mg$ 隨高度增加而增加
$F'_{水}/mg$	高度相同，球體大小不同	$F'_{水}/mg$ 隨大小無明顯相關性
$F'_{水}/mg$	球體大小相同，高度不同	$F'_{水}/mg$ 隨高度增加而增加

四、各個球體大小，入水過程受力與重量比值和入水初速的關係整理如下表：

入水過程受力與重量比 質和入水初速的關係	減速過程	加速過程
d=2cm	$F_{水}/mg \propto v_{初}^{1.26}$	$F'_{水}/mg \propto v_{初}^{1.52}$
d =2.5cm	$F_{水}/mg \propto v_{初}^{1.66}$	$F'_{水}/mg \propto v_{初}^{1.40}$
d=3cm	$F_{水}/mg \propto v_{初}^{1.98}$	$F'_{水}/mg \propto v_{初}^{2.15}$
d =3.5cm	$F_{水}/mg \propto v_{初}^{1.35}$	$F'_{水}/mg \propto v_{初}^{1.44}$
d =4cm	$F_{水}/mg \propto v_{初}^{1.47}$	$F'_{水}/mg \propto v_{初}^{1.83}$

五、球體在入水過程中，不論是減速或再加速階段，球體所受水的作用力是其本身重量的好幾倍，這也是為何人在跳水過程中容易受傷的原因。

捌、未來展望

一、可以改變物體材質、形狀、表面塗層、流體性質等變因，探討流體對物體作用力的關係。

玖、參考文獻

- 1.簡士泰(民 100)。楔形體入水衝擊之受力及流場同步觀測。國立成功大學系統及船舶機電工程學系碩士論文，未出版，台南市。
- 2.林銘崇、侯廷易(民 81)。物體衝擊水面後之速度變化。中華民國第十四屆海洋工程研討會論文集，222，222-234。
- 3.維基百科對韋伯數之說明(<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E9%9F%8B%E4%BC%AF%E6%95%B8>)
- 4.表面張力係數：<http://eportfolio.lib.ksu.edu.tw/~4970H011/wiki/index.php/%E8%A1%A8%E9%9D%A2%E5%BC%B5%E5%8A%9B%E6%95%B8>
- 5.特徵長度(<https://www.itsfun.com.tw/%E7%89%B9%E5%BE%B5%E9%95%B7%E5%BA%A6/wiki-4978218-9964587>)

【評語】 051815

這個作品主要的工作是以高速攝影機及 Tracker 軟體瞭解不同大小鋼球垂直掉入水中的速度變化及受力情形。實驗雖然仔細，但稍微簡單了一些，也沒有太多新穎的想法，例如過去類似的研究還考慮到不同形狀的影響。此外在分析方面，也可以想的更深入一些，例如是否須要考慮白努利原理，是否要確定高速攝影機及 Tracker 軟體可以精確測量到幾個 cm/s 的速度之差等。

作品簡報

球體撞擊水面瞬間 速度變化與力之探討

科別：物理與天文學科

組別：高級中等學校組

前言

- 在日常的生活中，我們所認為的水是一種**柔軟**、**毫無殺傷力**的物質。但是，在美國著名的舊金山大橋，卻是世界上數一數二知名的自殺地點，平均每兩個星期就有一个人從大橋上跳下投海輕生。在外國，有一個叫做「紅牛跳水」的競賽，選手從很高的跳台跳下，參賽的人都是佼佼者，倘若入水的角度不對，參賽的選手不是**骨折**就是**昏迷**。
- 我們好奇物體從高處落下時，在**撞擊到水面的瞬間受力有多大**，為何水是如此柔軟的物質，卻會產生**強大的撞擊力**，使人受傷。因此，我們利用**高速攝影機**來拍攝球體入水瞬間的速度變化，來探究其中的奧妙。

研究目的

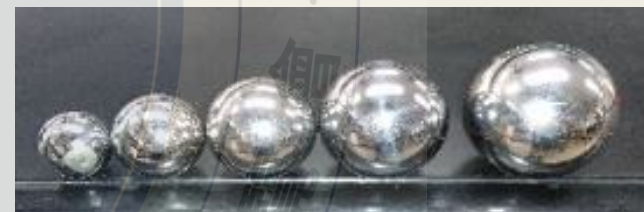
- 一、探討**大小相同**球體、從**不同高度**入水時，速度對時間的變化，並計算其水對球的平均作用力。
- 二、探討**大小不同**球體、從**相同高度**入水時，速度對時間的變化，並計算其水對球的平均作用力。

研究方法

- 利用**高速攝影機**拍攝球體撞擊水面瞬間的影片。
- 將高速攝影機所拍攝的影片檔，匯入**Tracker**軟體進行位置的擷取，並且將所得的**速度**、**時間**資料檔，匯入Excel進行數據分析，繪出v-t圖。
- 球體直徑：2.0cm、2.5cm、3.0cm、3.5cm、4.0cm。
- 落下高度：10cm、20cm、30cm、40cm、50cm。



鋼球



研究結果

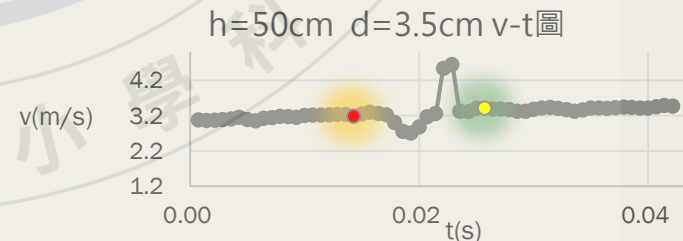
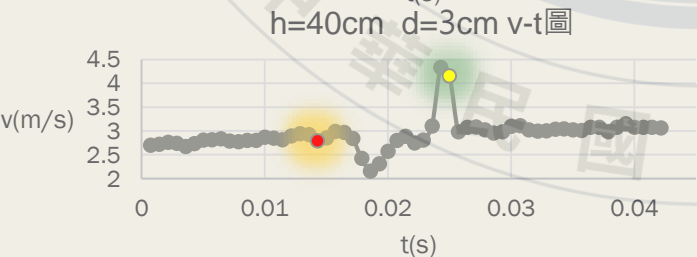
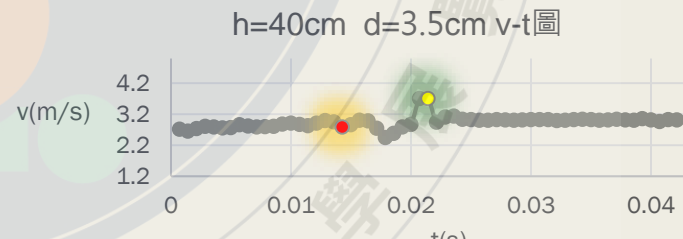
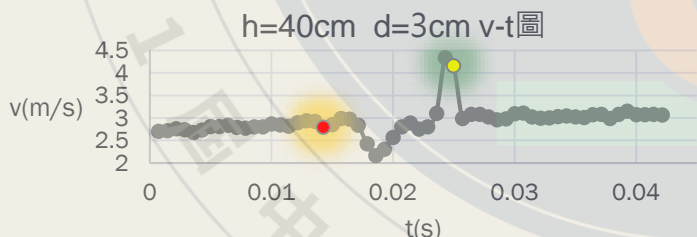
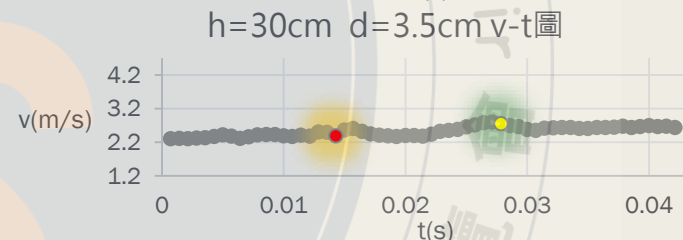
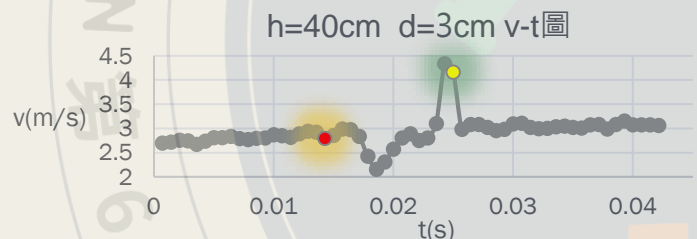
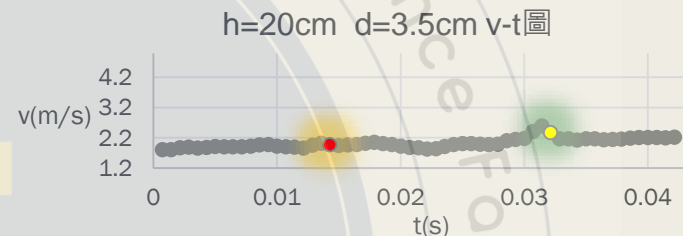
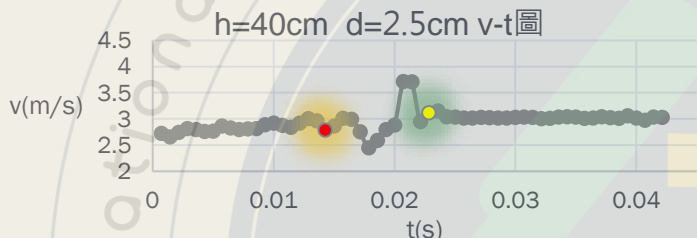
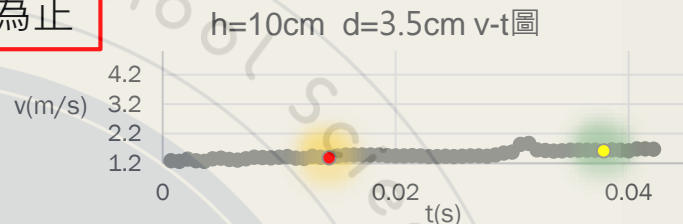
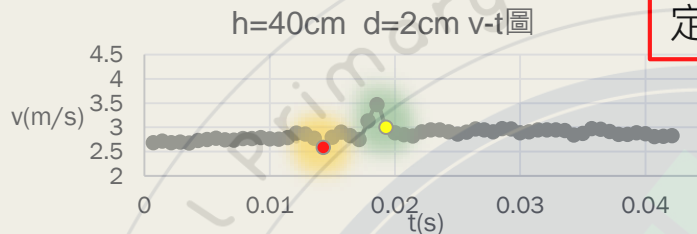
固定高度，改變大小之v-t圖

固定大小，改變高度之v-t圖

小

低

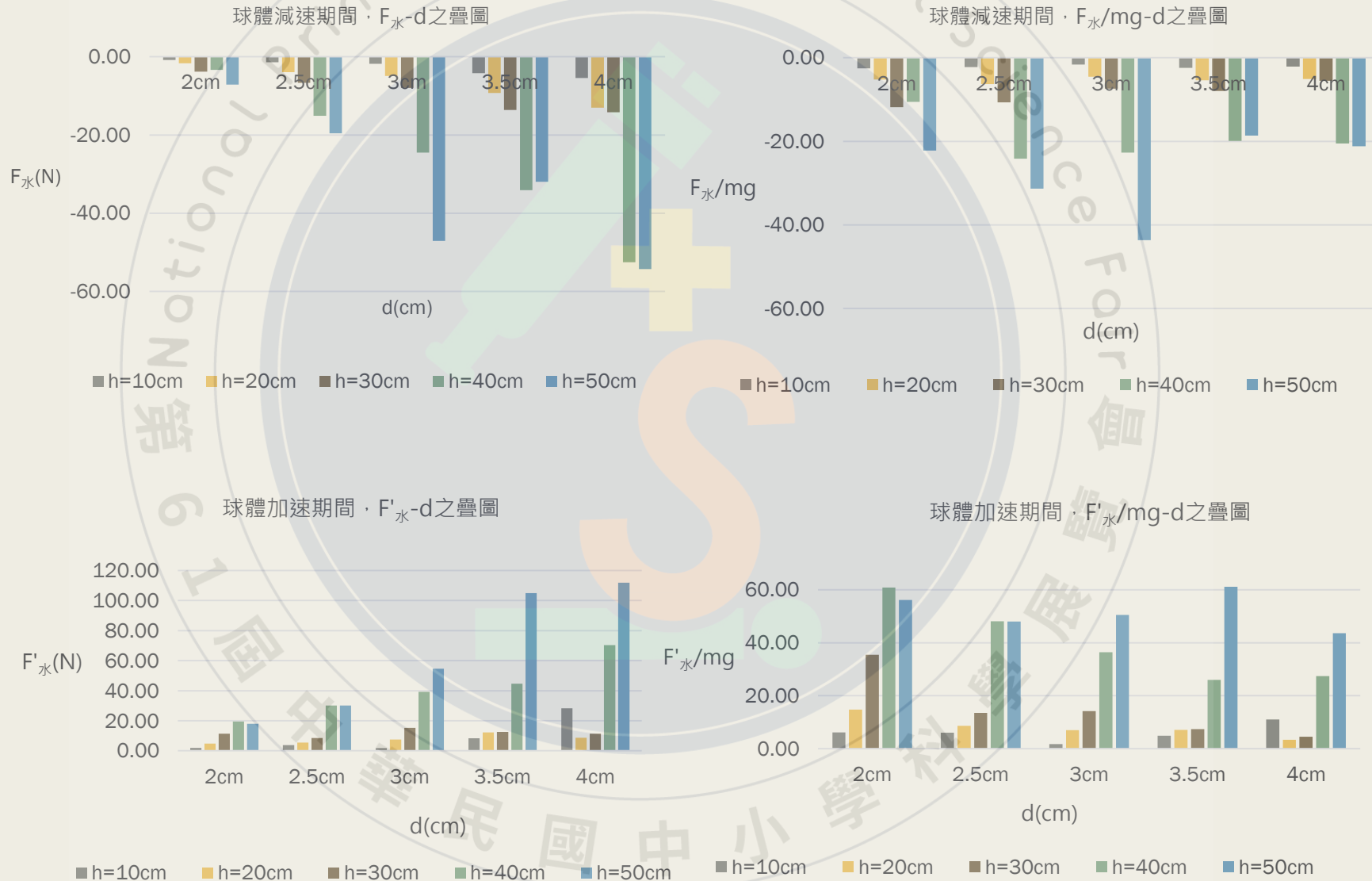
定向下為正



大

高

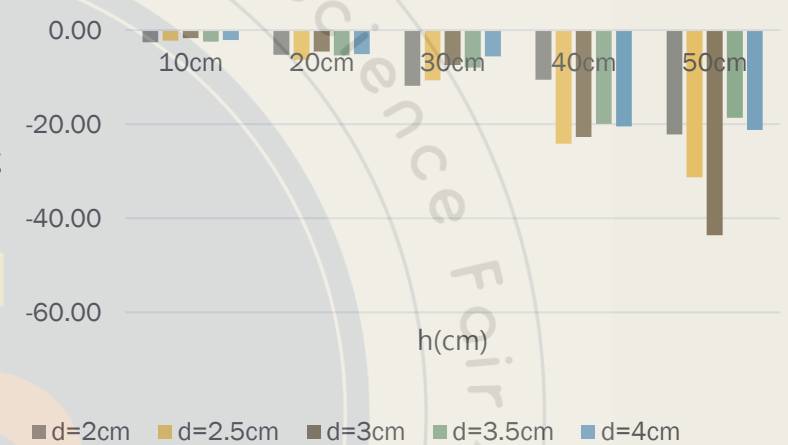
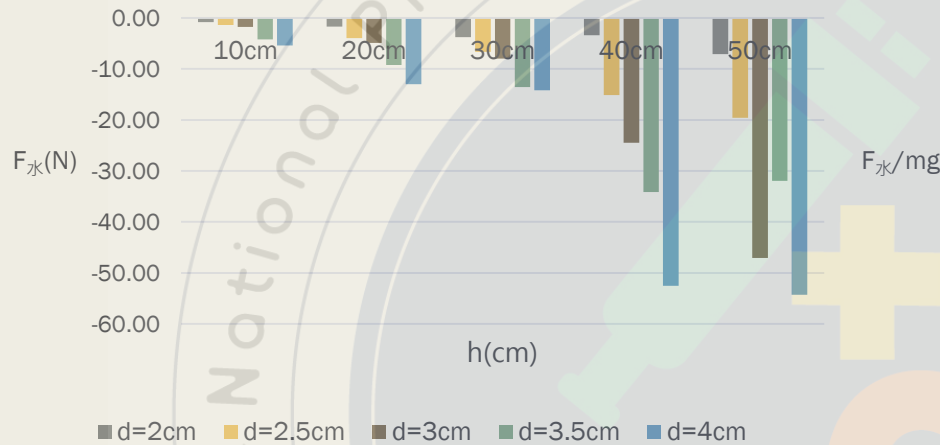
(三)高度相同(h=10、20、30、40、50cm)，球體大小不同(d=2、2.5、3、3.5、4cm)與受水作用力之疊圖。(定向下為正)



(四) 球體大小相同($d=2、2.5、3、3.5、4\text{cm}$)，高度不同($h=10、20、30、40、50\text{cm}$)與受水作用力的疊圖。(定向下為正)

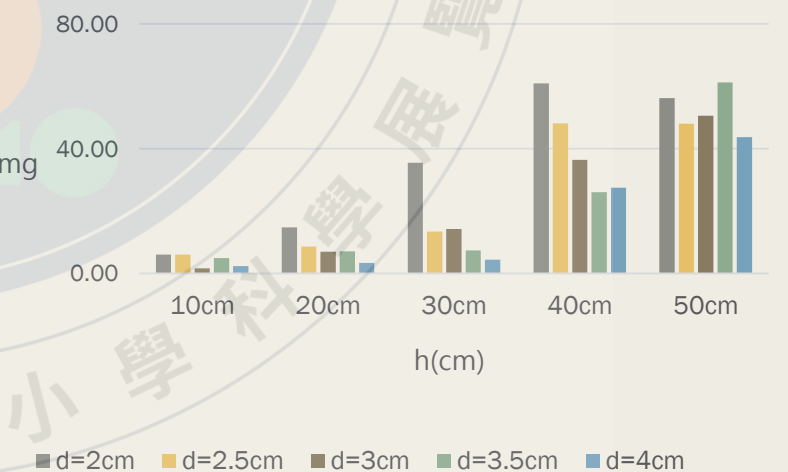
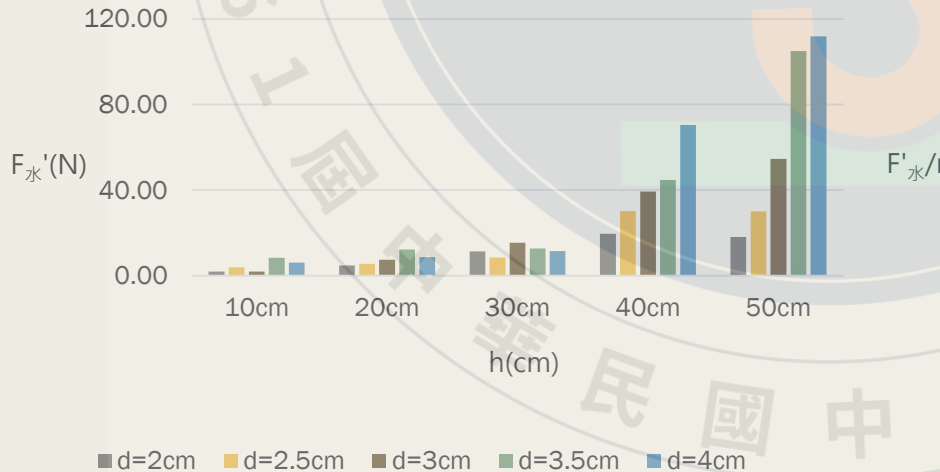
球體減速期間， $F_{\text{水}}-h$ 之疊圖

球體減速期間， $F_{\text{水}}/mg-h$ 之疊圖



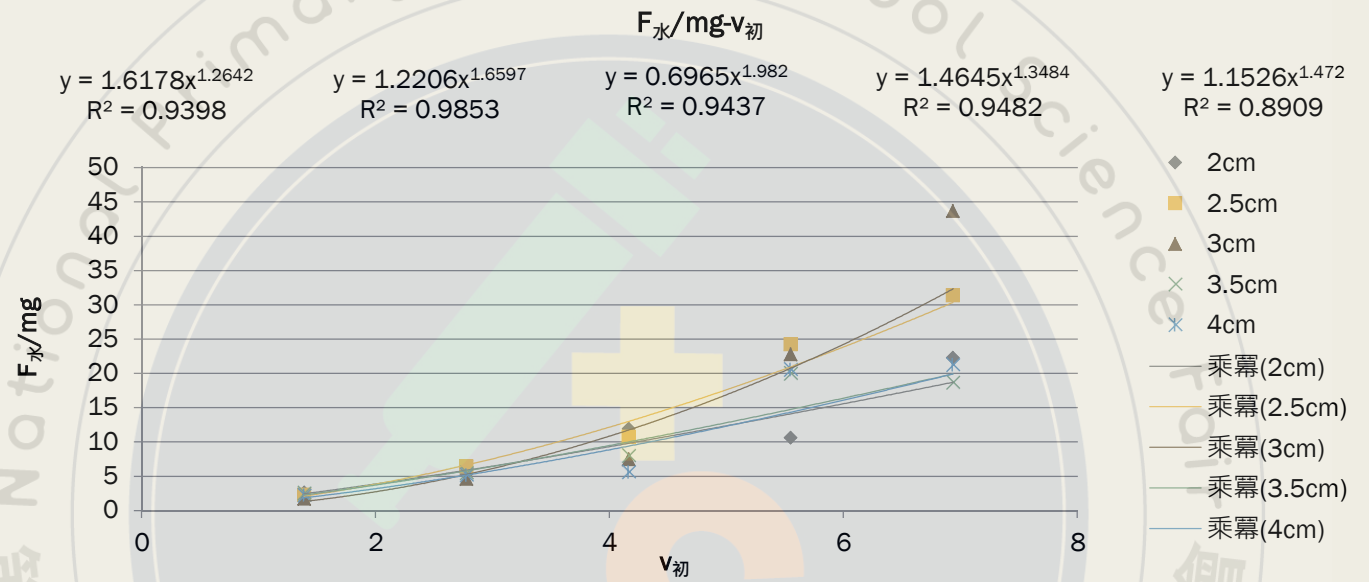
球體加速期間， $F'_{\text{水}}-h$ 之疊圖

球體加速期間， $F'_{\text{水}}/mg-h$ 之疊圖

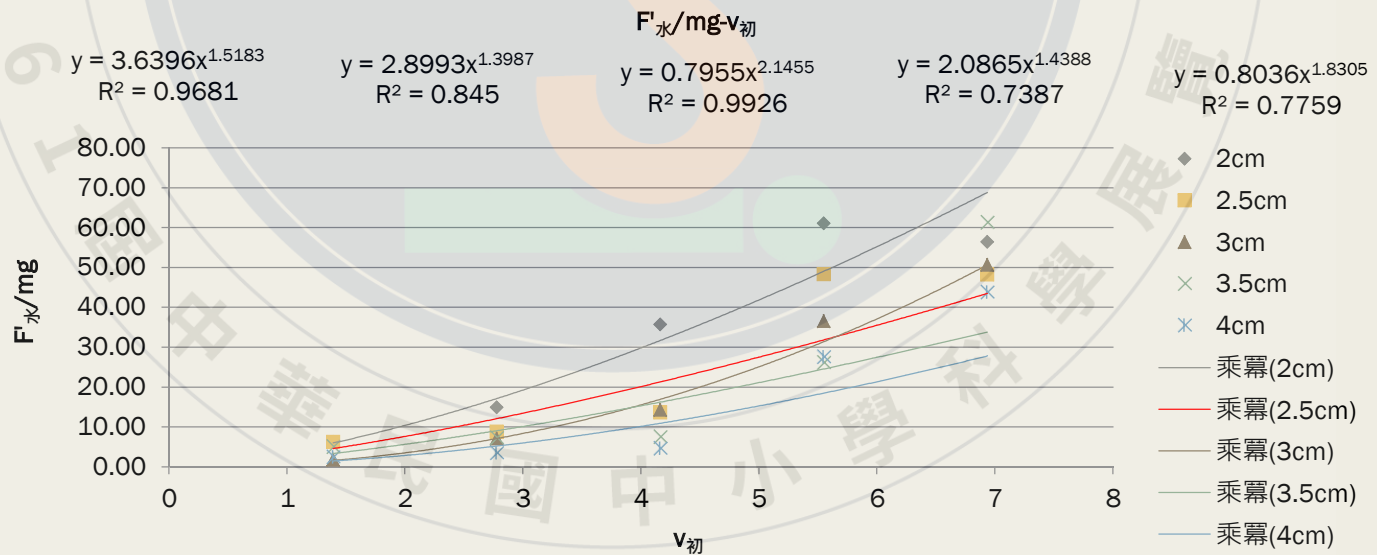


減速及加速階段，各個球體大小作用力與重量的比值($F_{\text{水}}/mg$ 、 $F'_{\text{水}}/mg$)和入水初速($v_{\text{初}}$)之關係圖

減速過程

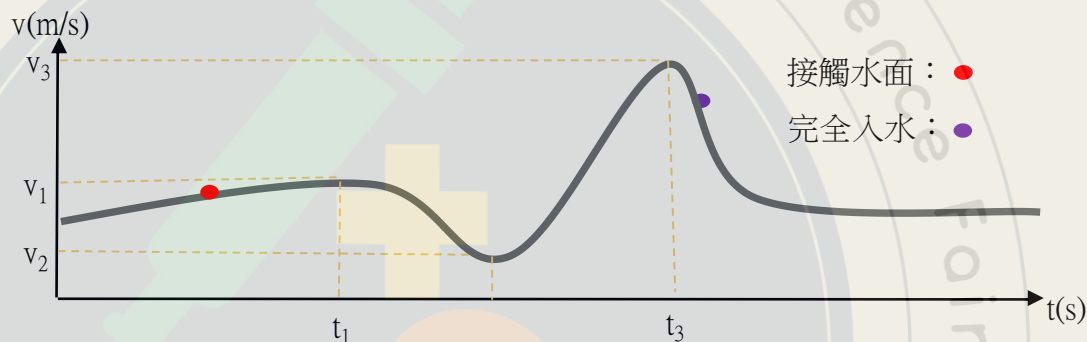


加速過程



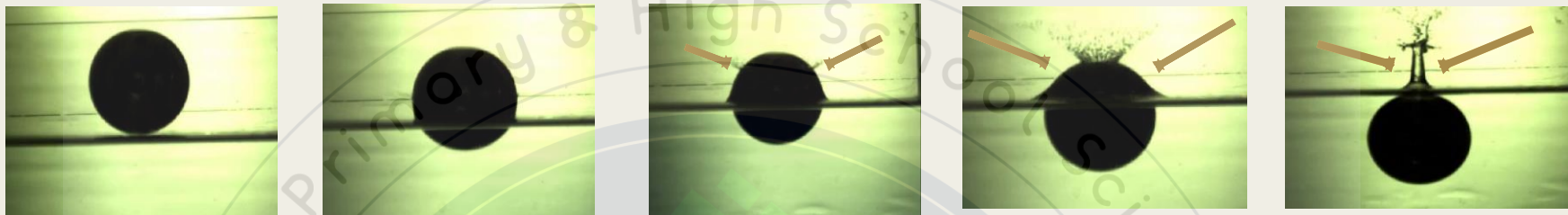
研究結果解釋

一、趨勢線分析：實驗後，假設球體入水過程中受兩個力作用：(1)重力(2)水對球的作用力。本以為球入水後，只會減速，然而從我們實驗中的v-t圖驚訝的發現，甚至有加速的過程。從實驗結果的v-t圖中觀察到，可以將球入水的過程分成四個階段。下圖是實驗中所有v-t圖的趨勢線。



- (一)第一階段：球體底部開始接觸水面，並進入水中約1/4球體。在這過程中，觀察到v-t圖的曲線呈現**略微加速**，推測在這個階段，**球體重量 > 水給球體向上的作用力**。
- (二)第二階段：球體入水約1/4至1/2球體。在這過程中，觀察到v-t圖的曲線**呈現減速**，推測在這個階段，**水給球體向上的作用力 > 球體重量**。
- (三)第三階段：球體入水約1/2至完全入水。在這過程中，驚訝地發現v-t圖的曲線呈現**劇烈加速**說明在這個階段，水給球體一個向下的作用力。仔細觀察球入水的影片，從下圖發現有一層**水膜**附著於球體上方，推測這層**水膜將球體往下推**，造成一個**向下的作用力**，使球體加速，並濺起水花。
- (四)第四階段：球體完全沒入水中，受水一向上的阻力，減速至終端速率。

由側面拍攝球體入水過程中，水膜由兩側形成並覆蓋於球體之上，將球向下推擠



由斜上方拍攝之球體入水過程中，水膜內縮將球體向下擠壓



二、理論分析：球入水的過程中，受重力、浮力、表面張力、水對球的衝擊力。其中，我們將浮力、表面張力、水對球衝擊力的合力以 $F_{水}$ 與 $F'_{水}$ 表示。 $F_{水}$ 為第二階段水對球的平均作用力， $F'_{水}$ 為第三階段水對球的平均作用力。

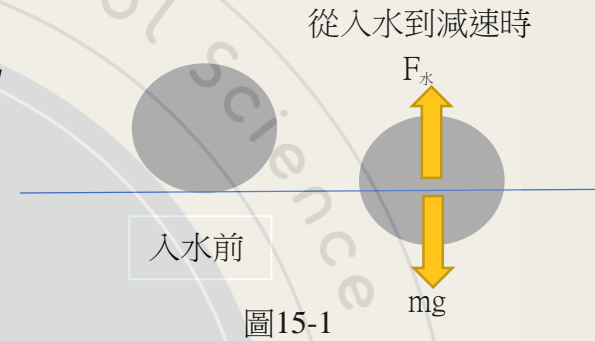
(一)表面張力探討：韋伯數代表慣性力和表面張力效應之比，當韋伯數遠大於1時，可忽略表面張力之作用。實驗中，將數據代入得最小 $We = 526.7025 \gg 1$ 。由此可知，實驗中最小韋伯數之值也遠大於1，故可以忽略表面張力之影響。

(二)第一階段：球體底部開始接觸水面，並進入水中約1/4球體。從v-t圖的曲線變化可得知，入水初期有一段略微加速的過程。推測這過程球與水的接觸面積小，故 $mg > F_{水}$ ，合力向下，使球體加速。

(三)第二階段：球體入水約1/4至1/2球體。從v-t圖的曲線變化可得知，這個過程球體開始減速，假設這階段 $F_{\text{水}} > mg$ ，合力向上，使球體減速。如圖15-1所示，可列式如下：

$$F = F_{\text{水}} - mg = m \frac{\Delta v_{21}}{\Delta t_{21}} \Rightarrow F_{\text{水}} = m \frac{\Delta v_{21}}{\Delta t_{21}} + mg$$

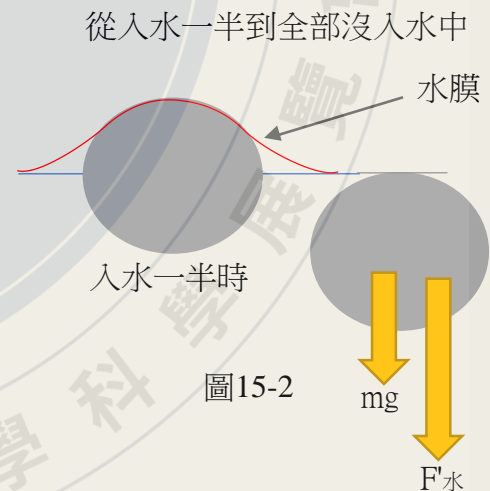
$$\Rightarrow \frac{F_{\text{水}}}{mg} = \frac{m \frac{\Delta v_{21}}{\Delta t_{21}} + mg}{mg} = \frac{\frac{\Delta v_{21}}{\Delta t_{21}} + g}{g}$$



(四)第三階段：球體入水約1/2至完全沒入水。從v-t圖的曲線變化可得知，驚訝的發現這段過程為加速，即水對這球的作用力由向上改為向下。由球沒入水的影片中，觀察到水回淹球體形成一層水膜，將球往下推。不僅產生往上的水花，也往下的推力。

$$F = F'_{\text{水}} + mg = m \frac{\Delta v_{32}}{\Delta t_{32}} \Rightarrow F'_{\text{水}} = m \frac{\Delta v_{32}}{\Delta t_{32}} - mg$$

$$\Rightarrow \frac{F'_{\text{水}}}{mg} = \frac{m \frac{\Delta v_{32}}{\Delta t_{32}} - mg}{mg} = \frac{\frac{\Delta v_{32}}{\Delta t_{32}} - g}{g}$$



(五)第四階段：球體完全沒入水中後，受水給球一向上的阻力，使球減速至終端速率。

結論

一、球撞擊水面入水的過程，由v-t圖可得到下面四個過程：

階段	入水過程	速度變化	受力情況
第一階段	球體接觸水面至沒入水中約1/4	略微加速	$F_{\text{水}} < mg$ ， $F_{\text{水}} \uparrow$
第二階段	球體沒入水中從約1/4到約1/2	減速	$F_{\text{水}} > mg$ ， $F_{\text{水}} \uparrow$
第三階段	球體沒入水中從約1/2到接近完全入水	劇烈加速	$F'_{\text{水}} + mg$ ， $F_{\text{水}} \downarrow$
第四階段	球體完全入水	減速至終端速率	$F_{\text{水}} \uparrow$

二、我們將球體受水的作用力大小關係整理如下表：

水對球體的作用力	條件	結果
$F_{\text{水}}$	高度相同，球體大小不同	$F_{\text{水}}$ 隨大小增加而增加
$F_{\text{水}}$	球體大小相同，高度不同	$F_{\text{水}}$ 隨高度增加而增加
$F'_{\text{水}}$	高度相同，球體大小不同	$F'_{\text{水}}$ 隨大小增加而增加
$F'_{\text{水}}$	球體大小相同，高度不同	$F'_{\text{水}}$ 隨高度增加而增加

三、由球體受水作用力與其重量的比值關係整理如下表：

	條件	結果
$F_{\text{水}}/mg$	高度相同，球體大小不同	$F_{\text{水}}/mg$ 隨大小無明顯相關性
$F_{\text{水}}/mg$	球體大小相同，高度不同	$F_{\text{水}}/mg$ 隨高度增加而增加
$F'_{\text{水}}/mg$	高度相同，球體大小不同	$F'_{\text{水}}/mg$ 隨大小無明顯相關性
$F'_{\text{水}}/mg$	球體大小相同，高度不同	$F'_{\text{水}}/mg$ 隨高度增加而增加

四、各個球體大小，入水過程受力與重量比值和入水初速的關係整理如下表：

球體直徑	減速過程	加速過程
d=2cm	$F_{\text{水}}/mg \propto v_{\text{初}}^{1.26}$	$F'_{\text{水}}/mg \propto v_{\text{初}}^{1.52}$
d =2.5cm	$F_{\text{水}}/mg \propto v_{\text{初}}^{1.66}$	$F'_{\text{水}}/mg \propto v_{\text{初}}^{1.40}$
d=3cm	$F_{\text{水}}/mg \propto v_{\text{初}}^{1.98}$	$F'_{\text{水}}/mg \propto v_{\text{初}}^{2.15}$
d =3.5cm	$F_{\text{水}}/mg \propto v_{\text{初}}^{1.35}$	$F'_{\text{水}}/mg \propto v_{\text{初}}^{1.44}$
d =4cm	$F_{\text{水}}/mg \propto v_{\text{初}}^{1.47}$	$F'_{\text{水}}/mg \propto v_{\text{初}}^{1.83}$

五、球體在入水過程中，不論是減速或再加速階段，球體所受水的作用力是其本身重量的好幾倍，這也是為何人在跳水過程中容易受傷的原因。

參考資料

1.簡士泰(民100)。楔形體入水衝擊之受力及流場同步觀測。國立成功大學系統及船舶機電工程學系碩士論文，未出版，台南市。

2.維基百科對韋伯數之說明

(<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E9%9F%8B%E4%BC%AF%E6%95%B8>)

3.表面張力

[/wiki/index.php/%E8%A1%A8%E9%9D%A2%E5%BC%B5%E5%8A%9B%E4%BF%82%E6%95%B8](https://www.wikipedia.org/wiki/index.php/%E8%A1%A8%E9%9D%A2%E5%BC%B5%E5%8A%9B%E4%BF%82%E6%95%B8))

4.特徵長度

(<https://www.itsfun.com.tw/%E7%89%B9%E5%BE%B5%E9%95%B7%E5%BA%A6/wiki-4978218-9964587>)