

中華民國第 61 屆中小學科學展覽會 作品說明書

高級中等學校組 物理與天文學科

051813

針筒火箭發射機制與飛行探究

學校名稱：雲林縣私立正心高級中學

作者： 高二 廖昌勇 高二 莊碩恩 高二 呂景隆	指導老師： 陳勇麟
---	------------------

關鍵詞：大氣壓力、針筒、碰撞

摘要

我們利用注射針筒的結構，將活塞推至底後封住針孔，用力將活塞往後拉動並釋放開來，大氣壓力會推進活塞並撞擊筒身，使針筒發射出去，我們稱之為針筒火箭。為了探討其發射機制與增進其發射能力，過程中意外地發現少量的水(5ml)對其發射能力有非常好的效果，垂直發射最高可達 6 公尺高，是原本針筒的 2~3 倍。據此我們深入探討水量多寡對火箭發射能力的影響與其在發射機制中扮演的角色，並釐清活塞質量與摩擦力等相關因素對發射機制的影響。最後，我們成功的以最佳的發射條件，加裝火箭的尾翼與彈頭，完成針筒火箭的發射測試，其射程最遠可達 10 尺左右。

壹、研究動機

最近新冠肺炎疫情肆虐全球，各國紛紛研發疫苗來對抗病毒的威脅，所以針筒被大量製造使用，實驗室恰巧也買了一批針筒，同學們把玩之際無意間發現針孔封閉下的活塞拉動後，會被大氣壓力推回而發出巨大聲響，進而引起我們探究針筒火箭的好奇心與動機。大氣層在地球上扮演了十分重要的角色，無論是生命的呼吸及光合作用，或是天氣現象的改變，都深深影響著我們的生活。大氣壓力更是無所不在，其威力之強大，甚至能在真空管中產生十公尺高的水柱！為此，我們設計了一款以大氣壓力作為推進動力的針筒火箭，從實驗中去探討火箭的發射機制及找尋最佳的發射條件，並進一步探討其他諸多可能影響之變因，一起見證大氣壓力有趣的針筒火箭 show，或許能稍稍撫慰新冠肺炎疫情所帶來的傷痛~

貳、研究目的

透過手機進行攝影，紀錄針筒經過大氣壓力作功後發射的高度及射程，並將針筒設計成火箭外型，以 tracker 軟體分析其拋體運動與飛行過程，從而進行研究與探討，並釐清各種因素對於針筒火箭發射機制的影響。主要的研究與探討的主題如下：

- 一、 活塞推進體積對於針筒上升最大高度之影響。
- 二、 針筒內吸入不同水量後對針筒發射之影響。
- 三、 大小不同的針筒對於上升高度的比較。
- 四、 於針筒內置不同內容物的推進過程及推升高度比較。

五、 加裝尾翼對於針筒火箭飛行射程的影響。

參、研究設備與器材

1、手機(錄影)	2、可動式發射架及自製木頭發射架(45 度)
3、大小針筒	4、水
5、潤滑油	6、布膠帶、熱熔膠及紙板(製作尾翼及箭頭)
7、捲尺	8、電子秤
9、衣架頭(套住針筒的口)	10、游標卡紙
11、數據分析軟體： Microsoft Excel、Microsoft Word	12、影像追蹤及分析軟體：tracker



(圖 1:實驗使用材料)

肆、研究過程及方法

(一) 針筒火箭發射的機制與原理

我們利用針筒的結構，將活塞推至針筒前端後，盡量擠出空氣，並用小塑膠套將針筒封閉，此時若用力將活塞往外拉出，使針筒內產生真空狀態，一但釋放開活塞，大氣壓力將對活塞施力作功，使活塞產生速度，並與筒身發生碰撞，透過完全非彈性碰撞使針筒發射出去。

若從大氣壓力 P_0 和活塞與筒壁的摩擦力 f_k 做功結果的算式來分析針筒獲得的初速與上升高度的關係。其等式如下，其中 A 為針筒截面積， d 為活塞被大氣壓力的推進距離， m_1 為活塞質量， m_2 為筒身的質量。 α 為做功後活塞與針筒進行完全非彈性碰撞後，動能傳遞到針筒的比率，我們定義 α 為動能傳遞效率，其等式如下：

$$(P_0 A - f_k) d \times \alpha = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{p^2}{2m_1} \quad , \quad v_1 \text{ 為活塞經大氣壓力做功後的速度，} P \text{ 為活塞獲得的動量}$$

$$p = \sqrt{2m_1(PA - f_k)d \times \alpha}$$

因為碰撞前後動量守恆定律， $p = m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_2$

$$\text{可得撞後活塞與筒身合為一體的速度 } v_2 = \frac{\sqrt{2m_1(PA - f_k)d \times \alpha}}{(m_1 + m_2)}$$

假設垂直上拋為只受重力的等加速度運動，可推得上升最大高度的理論值 h

$$h = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{m_1(PA - f_k)\alpha}{g(m_1 + m_2)^2} d$$

(二) 實驗流程與步驟

1. 先把針筒壓至最低，再把針筒上端以衣架頭套住，其目的是為了製造近乎真空的狀態。



2. 調整可動式發射架的角度，再以手機中內設的水平儀輔助，以達到理想的發射角度。



4. 放開，以手機拍攝其飛行軌跡。

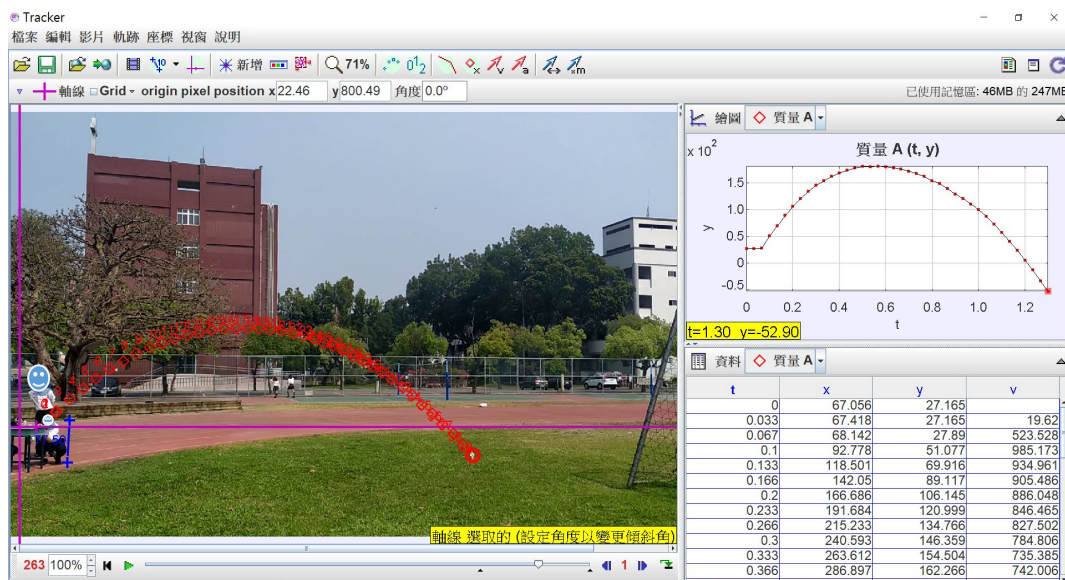


3. 將針筒拉至指定刻度，設置於可動式發射架如右圖所示。



5. 把收集的飛行軌跡之影片以 tracker 分析其最遠距離、最大高度以及初速。

每個實驗條件都重複操作測量，操作狀況穩定至少 3 次的測量，經 tracker 分析後再取平均值，作為實驗結果所呈現的數據。



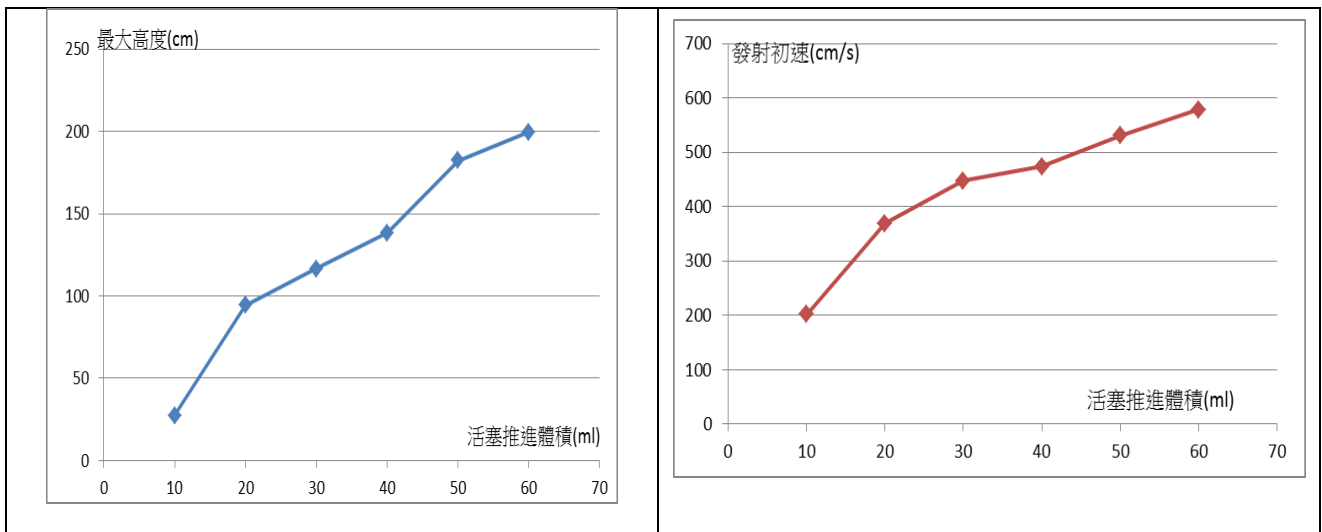
6. 探討各種因素對針筒發射的影響，例如針筒大小、筒內吸水量與改變活塞質量等，並重複上述實驗步驟，擷取影片用 tracker 分析所需各物理量，進行發射機制的探討與改進。

伍、研究結果

一、活塞推進體積與針筒上升最大高度之測量結果

發射針筒條件	
筒身容積 (ml)	60ml
針筒活塞直徑 (cm)	2.85 cm
針筒重量(gw)	活塞 17 gw 筒身 14 gw 總重 31 gw

活塞推進體積(ml)	上升最大高度(cm)	初速(cm/s)
10	27.3	202.1
20	94.3	369
30	116.5	447.3
40	138.3	473.4
50	182.4	531
60	199.7	578.4



(圖 2)

將活塞分別拉至不同的體積後釋放，可以從數據和(圖 2)表中發現拉動活塞的距離越大，針筒發射後的上升最大高度也越大。因為活塞拉動越長距離，大氣壓力 P_0 的做功距離也越大，會產生更多的動能來推升針筒至更高的高度。由上述理論分析可知

$$h = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{m_1(PA - fk)\alpha}{g(m_1 + m_2)^2} d$$

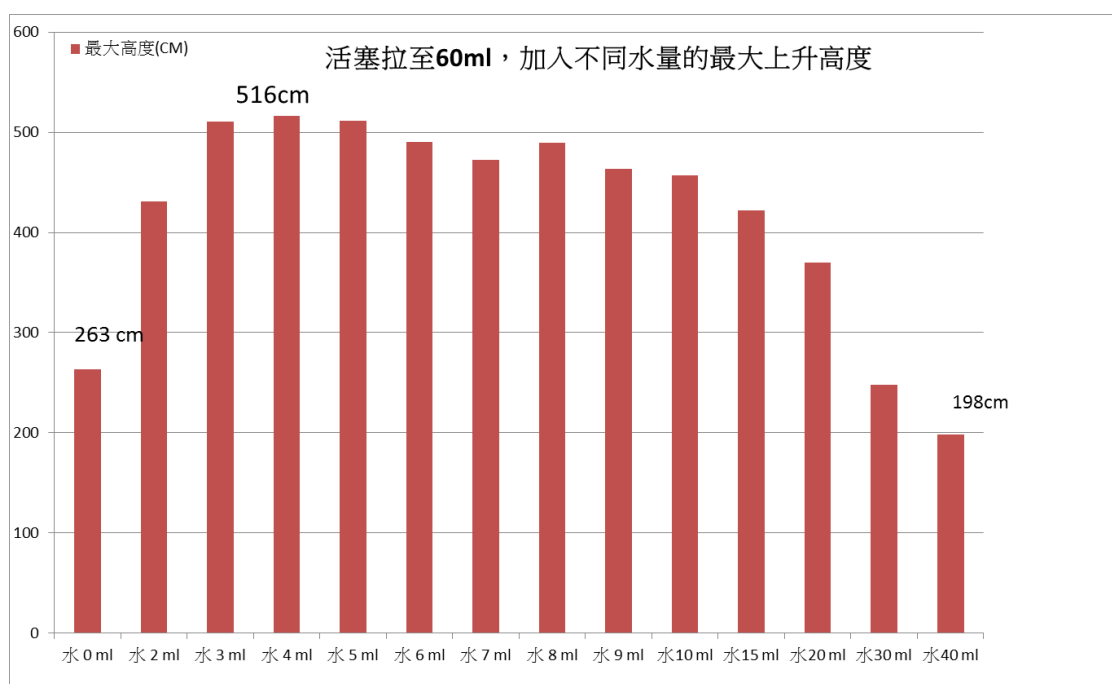
，最大高度與推進距離成線性關係，從斜率的分析上可以推算動能傳

遞 α 效率，此部分我們留在後文繼續討論。

二、針筒內加入不同水量後，拉動活塞至 60ml 後，針筒被推升的最大高度

做完活塞推進距離和最大高度的實驗後，我們覺得實驗太過於簡單，沒有變化，正為此傷腦筋時，忽見桌上放著一盆沒用完的清水，同學無聊之際想說針筒可以吸水，於是靈光乍現的將 10ml 的水吸入針筒內，試看看發射的情況，沒想到一拉，針筒就像脫韁的野馬般往上飛，動量之大甚至撞到了天花板，發出了，碰，的爆裂聲，最後當針筒落回地面時，前端已被撞斷，同學們瞬間瞠目結舌，剎那間發現了一個驚人的現象，水竟然可以有如此增強發射機制的效果，對此一飛衝天的現象，心中對接下來的實驗充滿著無限的期待和想像，並想一探究竟為何吸水入筒內竟有如此驚豔的效果。

於是我們將不同的水量一一吸入針筒內，封好針頭，不斷重複的垂直發射的實驗並記錄結果如下圖表。

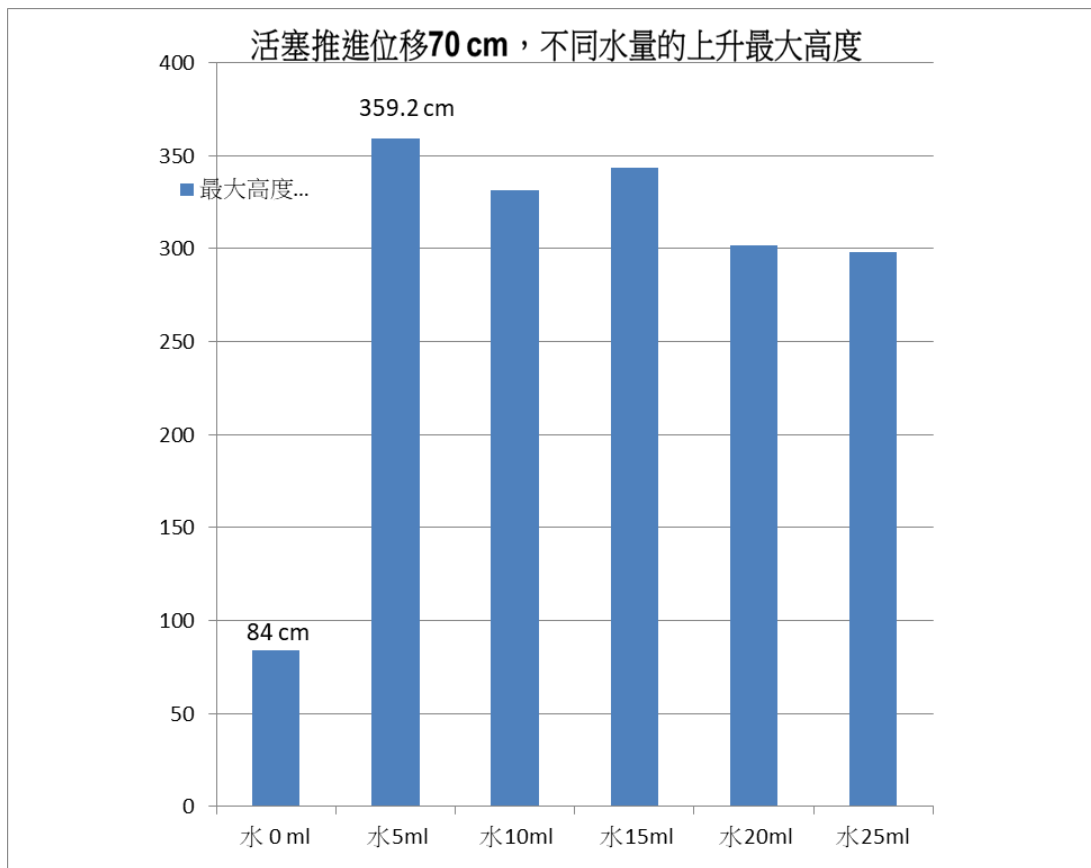


(圖 3)

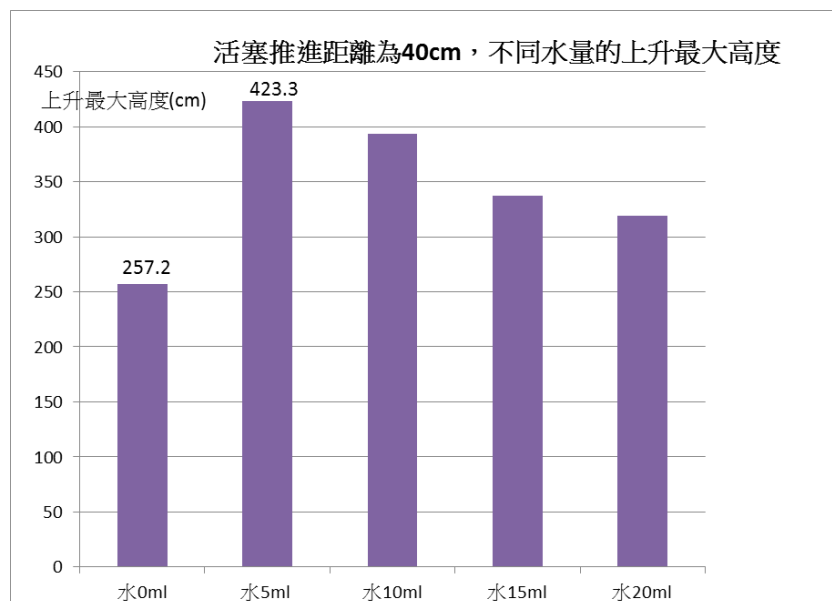
經過多次試驗與整理後，我們發現 10ml 以內的水量其發射高度可以將原本不吸水的針筒高度提升至 2 倍左右，而隨著水量增加，發射高度卻開始下降，至 30ml 時已跟原針筒差不多，40ml 的水量已低於原針筒高度。此現象我們推論原因有二，一是大氣壓力做功距離變短，動能減少，二是水量會增加質量，在動量守恆下質量越大速度會越小，導致上升高度也降低。可見水量不能過多，由數據顯示 3~5ml 的水量會有較佳的發射效果。

三、在相同活塞推進距離下，大針筒與小針筒的上升高度比較

為了探討筒內水質量的影響，必須將活塞推進距離作為控制變因。我們也選取了兩種不同大小的針筒來(小針筒 60ml 與大針筒 100ml)進行此項實驗，以下為實驗結果。



(圖 4)



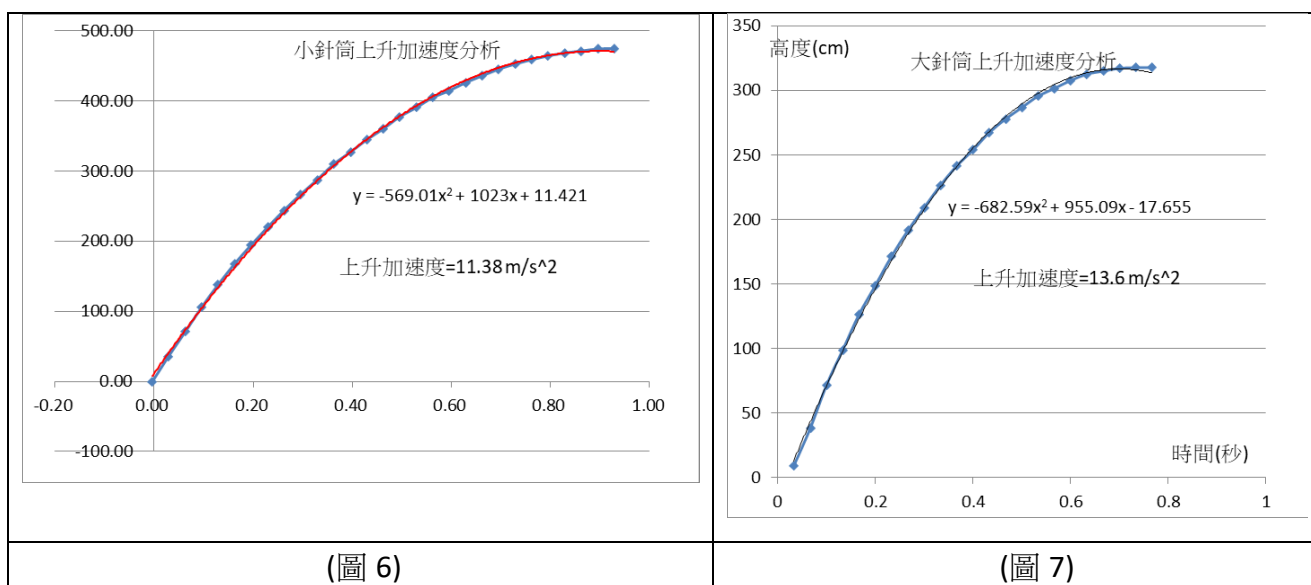
(圖 5)

從以上實驗數據(圖 4)、(圖 5)分析，我們發現在相同的推進距離下，水量較多時還是會造成上升最大高度的下降，但下降幅度較小，可見在大氣壓力有足夠作功的能量下，水量的多寡影響較小，但水量增加仍會導致上升高度下降。原因主要是因為質量增加還是會導致碰撞後的初速度下降。對於大針筒而言，有較大的截面積與推進距離，而且吸入 5ml 水後上升高度可以增加至 4 倍之多，足見其發射的潛力不小，但上升高度卻比小針筒低，原因我們推測是大針筒與質量是小針筒 2 倍，大氣壓力作功正比於體積比 7 : 6，導致大針筒的碰撞速度會

小於小針筒。另外，大針筒有較大的截面積也會導致上升時的空氣阻力較大，導致上升高度較低。

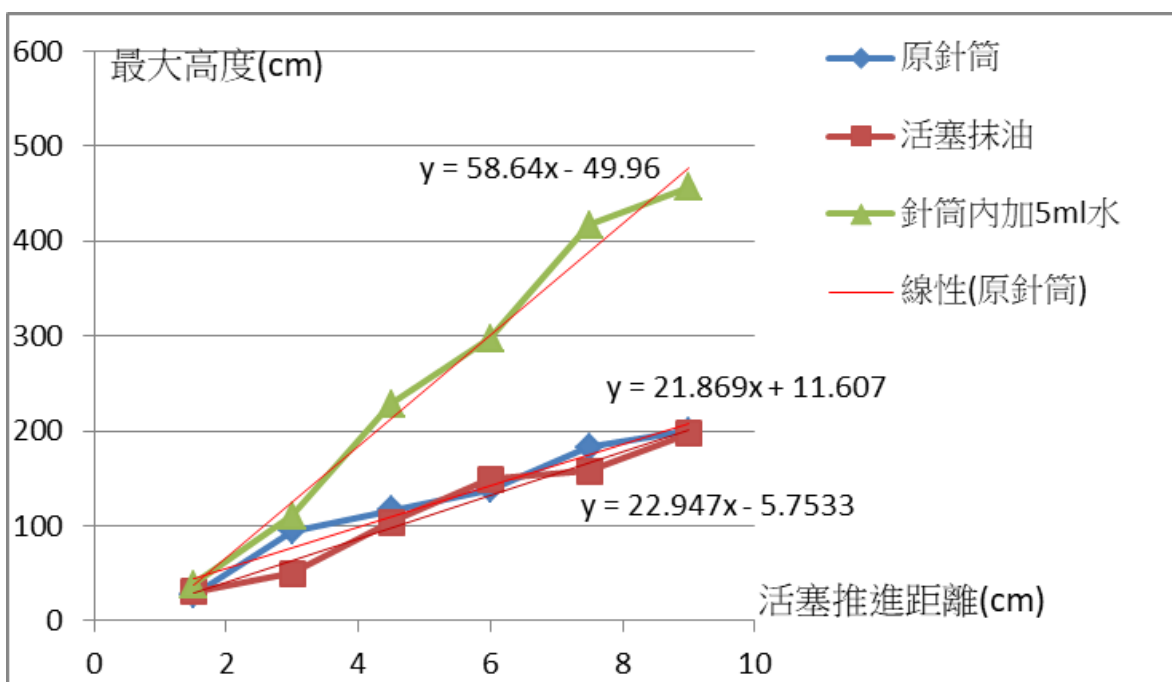
我們進一步用 tracker 來分析大小針筒的各項數據，將上升高度與時間的數據用趨勢線擬合出二項式的係數，此係數*2 就是針筒上升所受到合力的加速度。結果如下圖 6、7 所示，我們發現大針筒上升時的初速度較小，且受到向下的加速度較大，可見大針筒上升所受到的阻力較大，因此上升高度會比小針筒的高度來得小。比較大小針筒後，我們覺得小針筒阻力較小，發射後高度較高，較有利於我們接下來進行的火箭發射實驗，往下實驗就採用 60ml 的小針筒進行實驗。

	大針筒	小針筒
筒身容積 (ml)	100ml	60ml
針筒活塞直徑 (cm)	3.14 cm	2.85 cm
針筒重量(gw)	活塞 43.7gw 筒身 27.8gw 總重 71.5 gw	活塞 17 gw 筒身 14 gw 總重 31 gw
最大高度(cm)	343.8 cm	423.3 cm
垂直初速度(cm/s)	955 cm/s	1023 cm/s
測量上升過程加速度(m/s ²)	13.6 m/s ²	11.38 m/s ²



根據以上水量對上升高度的實驗，我們注意到針筒吸入水後會大大增強針筒的最大上升高度，但太多水量就會導致高度開始下降。根據實驗結果，60ml 的小針筒最佳水量約 3~5ml，為了更清楚筒內吸水量對發射機制的影響，我們比較筒內吸水 5ml，筒內不加水、筒內不加水但活塞抹油，分別測量活塞的推進距離對上升最大高度的實驗，其結果如下圖 8 所示。

實驗數據	上升最大高度(cm)		
活塞推進距離(cm)	原針筒	活塞抹油	針筒內加 5ml 水
1.5	27.3	30.3	38.3
3	94.3	49.8	110.3
4.5	116.5	103.7	228.2
6	138.3	149.5	297.7
7.5	182.4	157.6	416.5
9	199.7	197.4	456.4

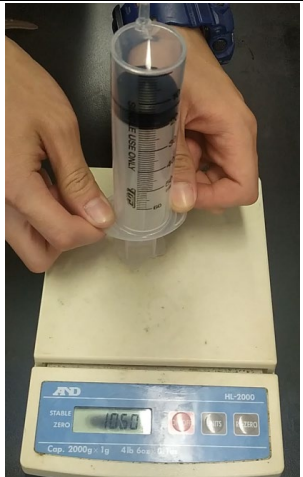
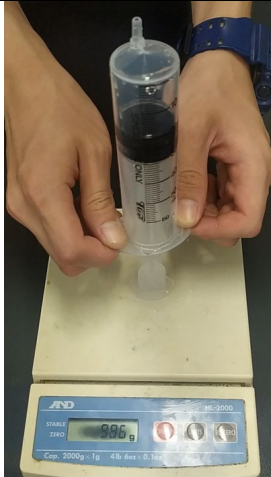
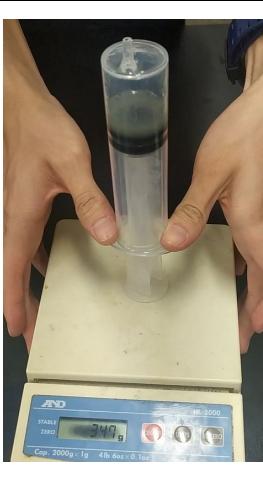


(圖 8)

根據上圖的實驗結果，筒內加水的針筒經過不同的推進距離有最大的上升趨勢，我們將數據用線性擬和找出其斜率，筒內有水的斜率值為 58.6，原本針筒的斜率為 21.8 與活塞抹油的斜率為 22.9，兩者的值很相近，只有加水的斜率是他們的 2.7 倍。

根據理論， $h = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{m_1(PA-fk)\alpha}{g(m_1+m_2)^2} d$ 斜率值 = $\frac{m_1(PA-fk)\alpha}{g(m_1+m_2)^2}$ ，與摩擦力和碰撞能量傳遞效率 α 有

關。原針筒與活塞抹油可以用來比較摩擦力的影響，由於斜率相近，可見摩擦力影響相近。為了確認摩擦力的大小，我們用電子秤來測量活塞與筒壁的摩擦力，如下圖 9 所示：

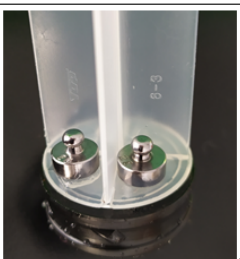
		
針筒原本的內部摩擦力約 1050 gw	針筒內加水 5ml 的摩擦力約 950 gw	針筒內加潤滑油的摩擦力約 340 gw
(圖 9)		

活塞經過潤滑油的塗抹確實能減少摩擦力，而原針筒與加水的摩擦力相差不多，約 1000 克重左右，抹油後可以降低至 340 克重，但為何從斜率上看不出摩擦力的影響呢？經過我們計算大氣壓力對活塞截面積的推力為 257.6 N，而摩擦力為 10 N 左右，約只佔了推力的 3%，可見摩擦力相對大氣壓力的推力影響甚少，因此活塞抹油與否的斜率相近，對於發射機制影響不大。

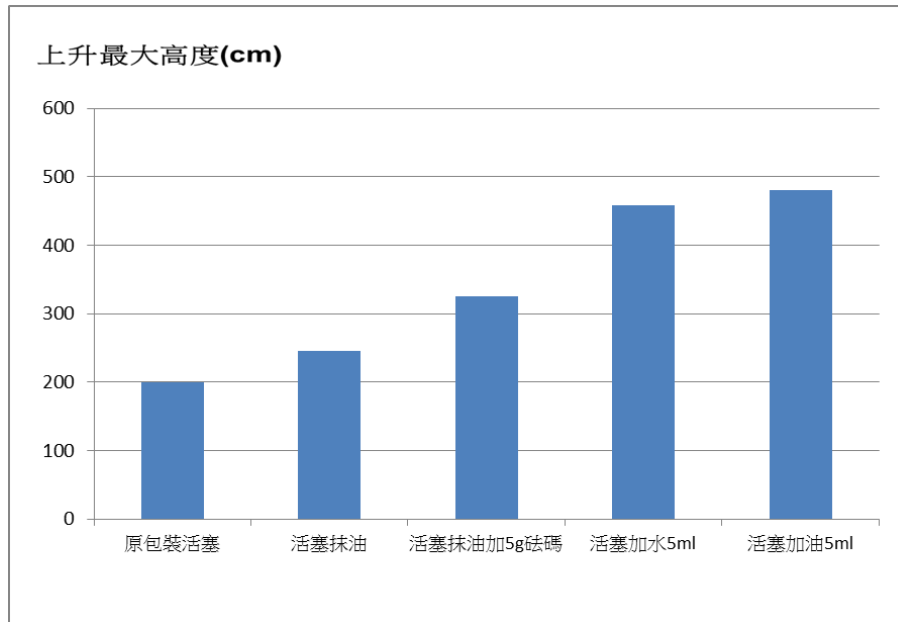
而筒內有 5ml 水的斜率大增，可見摩擦力在此實驗並非關鍵因素，較大的影響因素只剩碰撞的動能傳遞效率 α ，由此可見水的作用可以大大增強動能傳遞效率，使活塞的動能較有效率的傳遞到針筒，產生更大的速度與高度。

四、針筒內不同內容物的推進過程比較與分析

除了水的因素之外，是不適還有其他方式來增強發射效果呢？我們想到用砝碼來增加活塞質量、將潤滑油吸入筒內，並與原針筒和活塞抹油一起進行發射高度的比較。

針筒內加入不同物質	上升最大高度(cm)	活塞加 5g 砝碼
原包裝針筒活塞	199.7	
活塞抹油	246	
活塞加油 5ml	480.6	
活塞加水 5ml	459	

以下實驗為活塞拉至 60ml 後放開，測量針筒被推升的最大高度

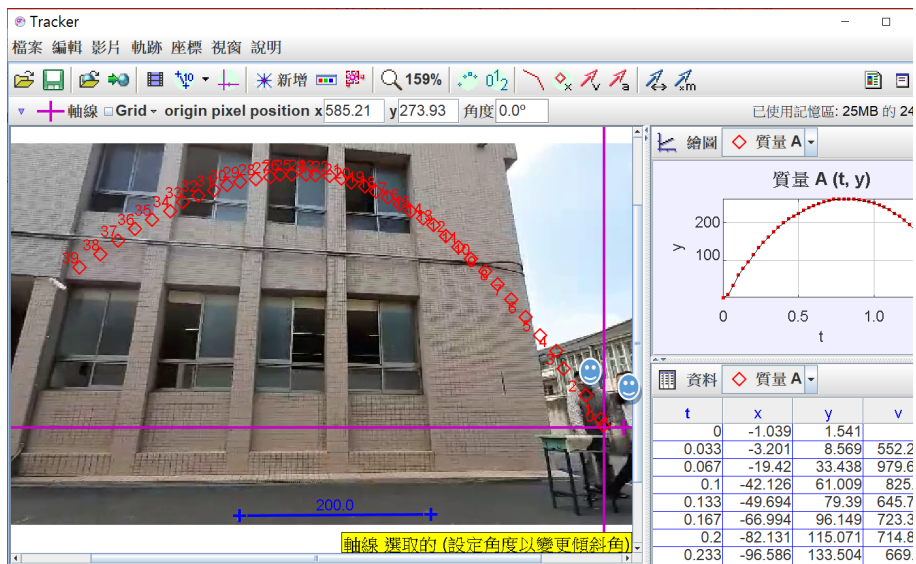


(圖 10)

此實驗我們特別比較活塞經過各種處理後的發射狀態，可以發現活塞加水 5ml 和加油 5ml 有最好的發射效果，油的效果稍好一些，而活塞抹油也比原包裝活塞效果稍好，可見抹油讓摩擦力較小時，可以稍微增進發射效果。但增加強度遠不如吸入液體到筒內的效果來的好。另外，如果增加的質量是固體的砝碼，也可以有效地增進上升高度到 1.6 倍左右，但不及水和油的 2 倍之多。可見適當的質量確實會增進發射能力，但在相同的增加質量下，液體比固體似乎有更好的效果，不禁讓我們思考是否跟液體的流體特性有關。根據流體力學的帕斯卡原理，液體傳遞力量的效率很高，當活塞受到大氣壓力的作用後，透過液體把力量有效的傳遞到筒身，可以產生更高的發射速度與高度，而固體的質量就無法有此效應，且活塞的材質是有彈性的橡膠材質，撞擊筒身會因活塞形變而吸收部分動能，進而降低了能量傳遞的效率。另外，我們注意到還有一個小細節，在小塑膠套封閉針筒開口時，還有一部分小體積的空氣留在針頭前端，此部分小體積的氣體無法被活塞推出筒外，使活塞拉出後會降低筒內的真空度，進而降低碰撞後的效率。根據我們在前述實驗的經驗，只要筒內有漏氣進入筒中，就無法有效發射針筒，而吸水入筒內時，恰好可以排除掉這小部分針頭內的氣體，完全由水來填滿活塞前面的空間，不讓空氣趁隙而入，進而有效增進碰撞的動能傳遞效率。

五、針筒內加不同水量，針筒火箭 45 度角斜向發射的測量結果

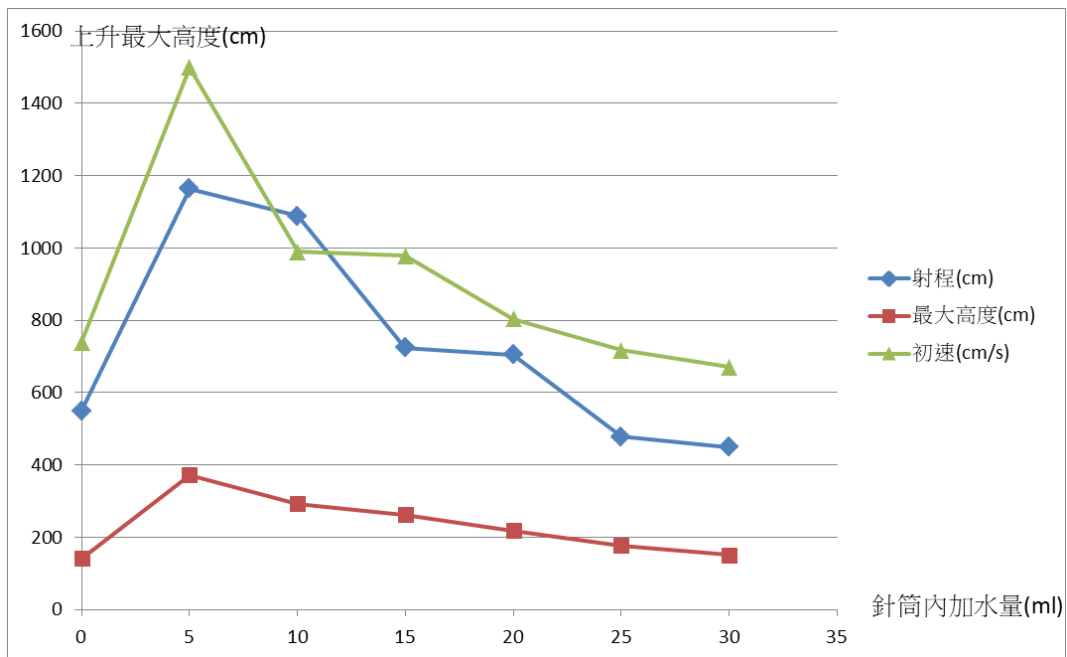
(一)以下實驗我們進行針筒斜向發射的測量



(圖 10)

斜向拋射 45 度 離地高度 100 cm

針筒內加水量(ml)	射程(cm)	最大高度(cm)	初速(cm/s)
0	550	142	740
5	1164	373	1500
10	1089	293	990
15	724	263	979
20	705	218	804
25	479	177	717
30	449	151	671





(圖 11)

由以上數據可知針筒在 5ml 水的射程最遠，可達 11 公尺左右，是原針筒的 2 倍左右。我們觀察到在針筒飛行向前飛行時受到風阻力時，容易一邊翻轉一邊前進，為了改進飛行時的穩定，我們進行尾翼的加裝看是否能增加其飛行的穩定度。

(二)、針筒加裝尾翼的飛行距離測量結果 (發射高度離地面 100cm)

火箭 1 號	飛行能力	火箭 2 號	飛行能力
	水平射程 670 (cm) 最大高度 162(cm) 初速 661 (cm/s)		水平射程 842 (cm) 最大高度 181 (cm) 初速 985 (cm/s)
重量 45 gw		重量 39gw	

(圖 12)

<p>火箭 1 號飛行軌跡</p> 	<p>穩定的飛行狀態</p> 



將針筒吸水 5ml，再裝上尾翼與錐形箭頭後，適當的發射下，針筒火箭如火箭般疾射出去，飛行過程中不會有翻轉的現象，圓錐形的箭頭朝前飛行，在空中劃出一道漂亮的拋物線，穩定的像火箭一般飛行拋射，如上圖所示。但火箭 1 號的射程較短，原因是裝了尾翼與圓錐頭的筒身重量增加了 14 克重，使其活塞碰撞後的速度降低至 661cm/s，射程平均 6.7 公尺。

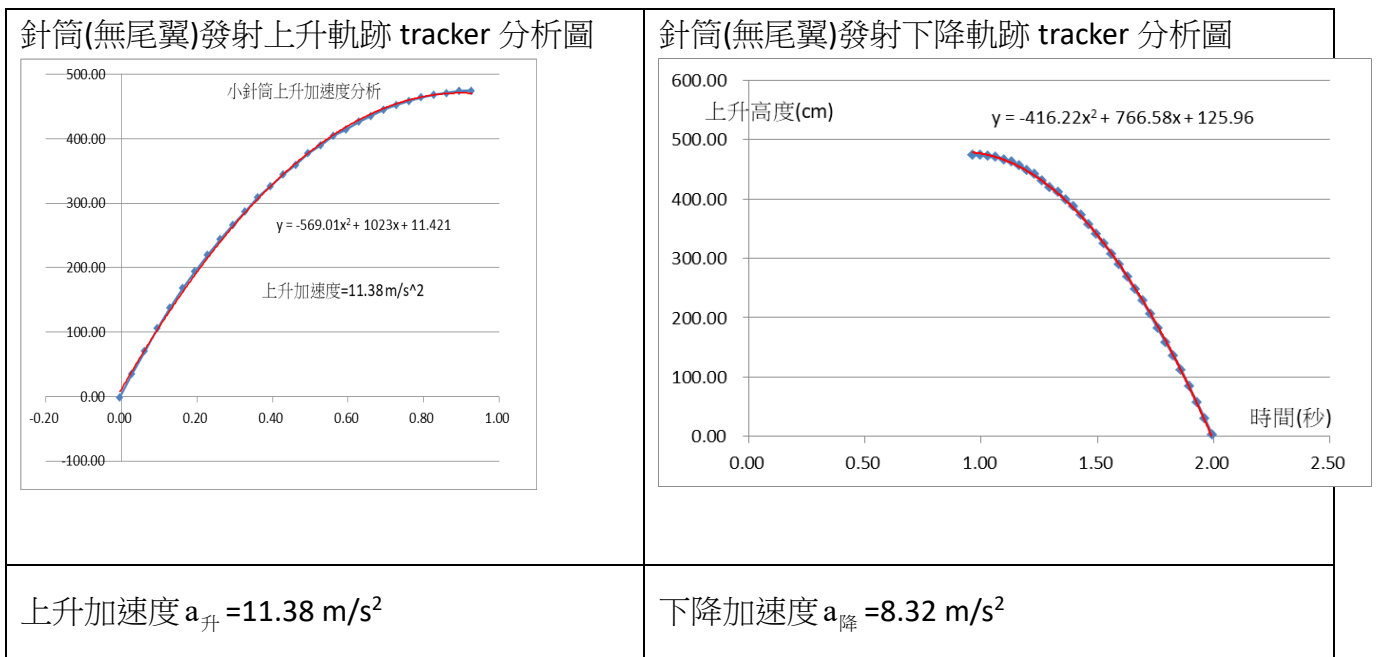
經過改良的火箭 2 號，我們採用較輕材質的尾翼，減少黏著的膠帶，使重量減輕了 6 克重，發射初速度增加至 985 cm/s，射程平均來到 8.42 公尺，最遠紀錄可達 10 公尺左右。尾翼可以幫助飛行的穩定，但太重會降低射程，可見降低加裝的尾翼與圓錐頭的重量是必要的。

陸、問題與討論

一、尾翼的裝設對於針筒火箭的發射與飛行有幫助嗎？

我們透過針筒垂直上升與下降的阻力分析，來比較有尾翼與無尾翼的差別。

透過 tracker 分析針筒火箭上升與下降的軌跡與時間關係圖，可以從擬和趨勢線的平方項係數乘以 2 來推算加速度。再從加速度來分析針筒火箭所受到的空氣阻力。

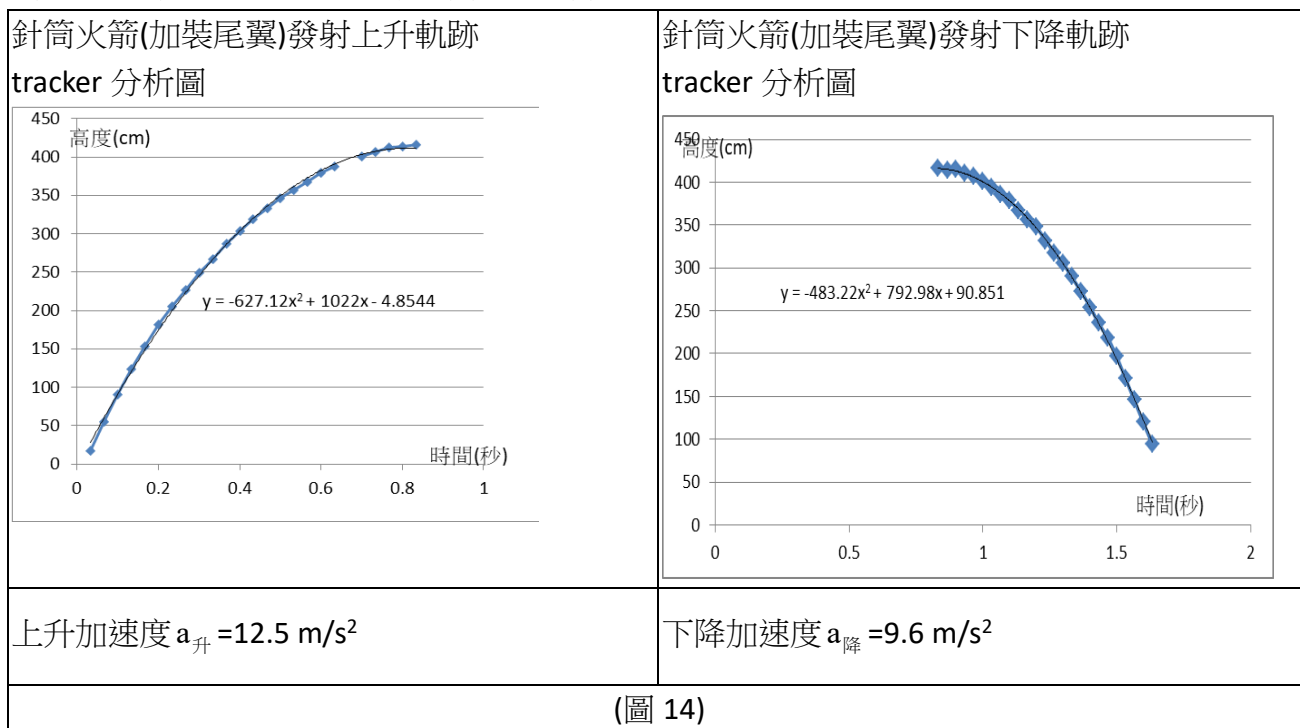


針筒上升時重力與阻力同方向，上升合力 $F_{升} = mg + f_{air} = ma_{升}$ ，

針筒下降時重力與阻力反方向，下降合力 $F_{降} = mg - f_{air} = ma_{降}$ ，可得 $f_{air} = \frac{F_{升} - F_{降}}{2}$

代入擬和線推算的加速度值與針筒質量 0.031Kg ，推算初空氣阻力 $f_{air} = 0.095$ 牛頓(9.7 克重)

下圖為有裝尾翼的針筒火箭空氣阻力分析



依上述分析方式，我們推算出針筒火箭的空氣阻力 f_{air} 為 0.115 牛頓(11.7 克重)

可知加裝尾翼的空氣阻力稍大，多了 0.02 牛頓，因為尾翼的形狀與面積較大，飛行過程可能會產生較大的空氣阻力，但尾翼的裝設有助於飛行的穩定性，且空氣阻力並不會明顯增加，相差不多，卻對飛行的穩定有相當的幫助，所以尾翼的裝設是必要的。

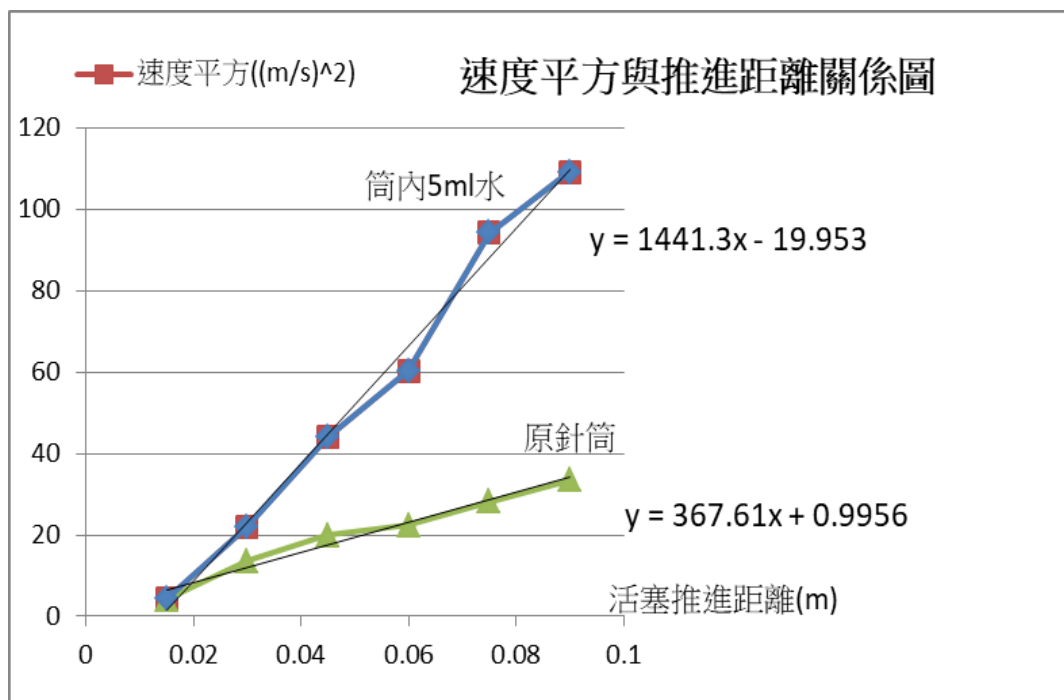
但尾翼加裝會增加筒身的質量，會降低活塞碰撞後的速度，因此如何有效降低尾翼與錐頭的質量是很關鍵的因素。我們將火箭 2 號的尾翼重量採用較輕的材質，確實有助於提升發射後的速度與射程，可見找到更輕又堅韌的材料，是針筒火箭尾翼所需要的。

二、針筒內吸入少量的水對針筒火箭的發射機制有何影響?

針筒火箭內如果有吸入少量水(5ml)再封閉針頭時，會有最大的發射高度，約是原針筒的 2 倍之多，以下我們用 tracker 分析筒內有 5ml 水與原針筒不含水的發射初速度平方與推進距離的關係，試圖從斜率上來分析其碰撞能量傳遞效率，下表為 tracker 分析結果與趨勢線方程式。

發射初速度數據表

	原針筒		針筒內加 5ml 水	
活塞推進距離(m)	速度(cm/s)	速度平方(m/s)^2	初速(cm/s)	速度平方 ((m/s)^2)
0.015	202.1	4.084441	209	4.3681
0.03	369	13.6161	470.3	22.11821
0.045	447.3	20.007729	663.4	44.00996
0.06	473.4	22.410756	777.1	60.38844
0.075	531	28.1961	970.9	94.26468
0.09	578.4	33.454656	1044.7	109.1398



(圖 15)

根據上文大氣壓力做功與碰撞動量守恆關係，可推出 $v_2^2 = \frac{2m_1(PA-fk)\alpha}{(m_1+m_2)^2} d$ ，

將 y 軸設為速度平方，x 軸為推進距離 d，則 斜率 = $\frac{2m_1(PA-fk)\alpha}{(m_1+m_2)^2}$

由趨勢線可得到斜率數值，代入相關條件數值，可以推算出碰撞的動能傳遞效率 α 結果如下：

活塞質量 m1	筒身質量 m2	大氣壓力 P ₀	活塞截面積 A	動摩擦力 f _k
0.017Kg	0.014Kg	1.041×10 ⁵ (N/m ²)	2.55×10 ⁻³ m ²	10.29 N

	趨勢線斜率	動能傳遞效率 α	經內動能損失修正後的動能傳遞效率 α	
原針筒(不吸水)	367.6	4.2%	8.4%	
筒內吸水 5ml	1441.3	16.5%	33%	

可知筒內吸入 5ml 水量的能量傳遞效率是原針筒(不吸水)的 4 倍,大大增強了活塞碰撞筒身後的動能傳遞效果,才會出現筒內吸水後發射速度暴衝約 2 倍的現象。然而活塞與筒身的碰撞是完全非彈性碰撞,活塞與筒身碰撞前的內動能會損失,在活塞與筒身質量約相同時,碰撞系統的內動能占總動能的一半,即理論上最多只有 50%的動能會傳遞到針筒,能量傳遞

效率在考量內動能必然損失 50%下,原針筒的動能傳遞效率需修正為 $\frac{4.2\%}{50\%}=8.4\%$ 。而吸水 5ml

的動能傳遞效率修正後達到 $\frac{16.5\%}{50\%}=33\%$ 之多。水的力量真是令人驚奇,在與老師討論後,老師講到了一個與水有關的水錘效應,因為水流瞬間的變化造成水壓衝擊波的產生,在針筒火箭中水被大氣壓力快速加速而衝撞筒身,也可以用水錘效應來解釋水的衝擊波可以有效地增強碰撞效率,因而形成較高速度的發射效果。

三、活塞質量對發射機制的探討。

活塞被大氣壓力推進做功後,以完全非彈性碰撞的方式撞及筒身,實驗發現活塞加上砝碼或筒內吸入水量都會增進發射速度與射程。我們用理論進一步檢視這背後的原因為何?

根據前文理論,碰撞後針筒整體初速的平方為 $v_2^2 = \frac{2m_1(PA-fk)\alpha}{(m_1+m_2)^2}d$,我們將活塞質量 m_1 視

為變數 x ,速度平方為應變數 y ,其他物理量視為常數 b ,並將 y 對 x 微分求最大值,可整理如下:

$$v_2^2 = \frac{bm_1}{(m_1+m_2)^2}$$

$$y = v_2^2, \quad x = m_1$$

$$y = \frac{bx}{(x+m_2)^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{b}{(x+m_2)^2} + \frac{bx(-2)}{(x+m_2)^3} = 0$$

$$x = m_2$$

即 $m_1 = m_2$ 時,碰撞後速度會來大最大值。

根據以上推導,當活塞質量是筒身質量時,碰撞後會有最大速度產生。與實驗相對照,我們發現少量增加活塞質量約 5 克左右,尤其當針筒吸水 3~5ml 時最佳,而根據上述實驗三的結果,增加的水量接近活塞與筒身的質量差時,會有最大的發射效果。乍看之下似乎很符合理論預測,但仔細端詳後會發現活塞質量是較筒身質量大的,也就是增加的水量是應該屬於活塞呢?還是筒身呢?經過組員們的討論,我們認為水還是有被大氣壓力加速往前推進,所

以應該算是活塞的質量，而且另一個砝碼直接加在活塞上也可以有效增加上升高度，實驗結果顯示活塞的質量較筒身質量略大時，也不能太大，會有較好的發射效果。這與理論預測雖有所差距，但質量不要相差太多的趨勢是吻合的。為何實驗與理論會有此差異呢？經過討論，我們覺得實際的碰撞過程中，能量傳遞的效果會導致實驗與理論的差異。活塞質量較大時，會適當的增加慣性，這樣有助於能量傳遞效率的增進，這可以從砝碼附著在活塞上，可以增進發射高度的實驗來佐證此想法。

而水的質量也具有相同效果，再加上水的流體性質與水錘效應，更是大大增進了碰撞的能量傳遞效果。有句話說，上善若水，水的無形力量正充分展現在我們的針筒火箭裡

柒、結論

- 一、我們成功地以大氣壓力來推進針筒火箭，並發現針筒內吸入少許水量會大大增強發射能力。10ml 以內的水量其發射高度可以將原本不吸水的針筒高度提升至 2 倍左右，數據顯示 3~5ml 的水量會有較佳的發射效果，最大高度約 5~6 公尺高。
- 二、比較大針筒 100ml 與小針筒 60ml 的發射效果，以小針筒的發射高度較高，主要是因為在大氣壓力作功有限的情況下，質量不能太大，所以 60ml 的針筒發射效果較佳。
- 三、透過活塞推進距離與初速度分析，我們推算了水的碰撞能量傳遞效率為 33%，是原本針筒傳遞效率 8.4% 的 4 倍，發現了水對發射機制的影響與幫助甚大。
- 四、比較活塞經過不同的處理方式，對發射初速與高度的影響，實驗結果以 5ml 油 > 5ml 水 >> 5g 砝碼 > 活塞抹油 > 原包裝活塞。
- 五、理論分析活塞質量的等於筒身會有最大的初速度，但實驗結果顯示活塞仍需多一點質量來產生足夠的慣性，以提高能量傳遞效率。大約再加 5 克的質量就能有效提升發射速度，尤其以液體水或油的效果更好，原因可能是流體性質有水錘效應的關係。
- 六、我們裝置了尾翼在針筒火箭上，成功的發射並使其穩定飛行 9 公尺左右，並發現尾翼必須使用質輕與堅韌的材料，才不會降低其發射速度與飛行能力。
- 七、針筒火箭除了科學原理豐富之外，實驗過程也饒富趣味，使用材料簡單、安全、節能，利用生活無處不在的大氣壓力，與關鍵少數的水量，讓我們體驗科學的奧妙與神奇，非常適合國高中學生進行探究學習的素材，可以發展成教具與科學玩具，或是需要臨時拋射的救難工具等，都是未來可以進一步探討的應用。

捌、參考資料

- 一、Fundamentals of Physics, Halliday, David/ Resnick, Robert/ Walker, Jearl John Wiley & Sons Inc, 2007/ 08/ 17
- 二、普通物理(三)。余建治等著。東華書局。
- 三、維基百科，水錘作用
<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%B0%B4%E9%8C%98%E4%BD%9C%E7%94%A8>

【評語】 051813

本實驗作品探討注射針筒在活塞壓到底後以針頭封住針筒再拉出使針筒形成低壓近似真空釋放後，推進活塞並撞擊針筒使針筒本身發射出去形成所謂的”針筒火箭“之發射機制與增進其發射能力。特別是發現針筒加入少量的水(5ml)即可有很好的發射能力，並由此深入探討水量多寡對火箭發射能力的影響與其在發射機制中扮演角色，以及釐清活塞質量摩擦等相關因素對機制的影響。本作品題材有趣，在實驗設計、分析上也能顯現所要釐清的議題，但僅觀察及分析火箭飛行運動相關參數，較少深層分析以探討加入少量的水可有很好的發射能力之機制。另外，作者應重新考量在作品說明書第三頁所呈現方程式的正確性，並與第五頁中圖二的實驗數據相比較。

作品簡報

針筒火箭的發射原理與機制

高中組 物理與天文學科

針筒火箭發射機制與飛行探究

摘要

我們利用注射針筒的結構，將活塞推至底後封住針孔，將活塞往後拉動並釋放開來，大氣壓力會推進活塞並撞擊筒身，使針筒發射出去，我們稱之為針筒火箭。為了探討其發射機制與增進其發射能力，過程中意外地發現少量的水 (5ml) 對其發射能力有非常好的效果，垂直發射最高可達 6 公尺高，是原本針筒的 2~3 倍。據此我們深入探討水量多寡對火箭發射能力的影響與其在發射機制中扮演的角色，並釐清活塞質量與摩擦力等相關因素對發射機制的影響。最後，我們成功的以最佳的發射條件，加裝火箭的尾翼與彈頭，完成針筒火箭的發射測試，其射程最遠可達 10 尺左右。

壹、研究動機

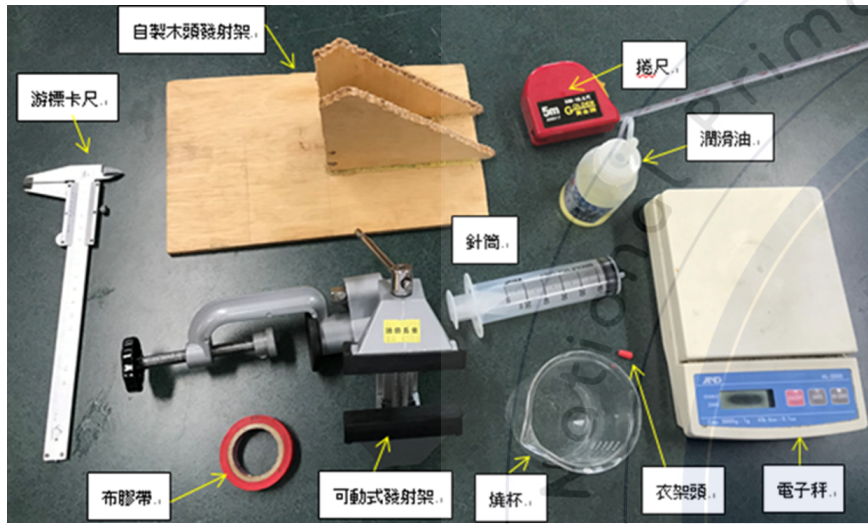
最近新冠肺炎疫情肆虐全球，各國紛紛研發疫苗來對抗病毒的威脅，所以針筒被大量製造使用，實驗室恰巧也買了一批針筒，同學們把玩之際無意間發現針孔封閉下的活塞拉動後，會被大氣壓力推回而發出巨大聲響，進而引起我們探究針筒火箭的好奇心與動機。大氣層在地球上扮演了十分重要的角色，無論是生命的呼吸及光合作用，或是天氣現象的改變，都深深影響著我們的生活。大氣壓力更是無所不在，其威力之強大，甚至能在真空管中產生十公尺高的水柱！為此，我們設計了一款以大氣壓力作為推進動力的針筒火箭，從實驗中去探討火箭的發射機制及找尋最佳的發射條件，並進一步探討其他諸多可能影響之變因，一起見證大氣壓力有趣的針筒火箭 show，或許能稍稍撫慰新冠肺炎疫情所帶來的傷痛～

貳、研究目的

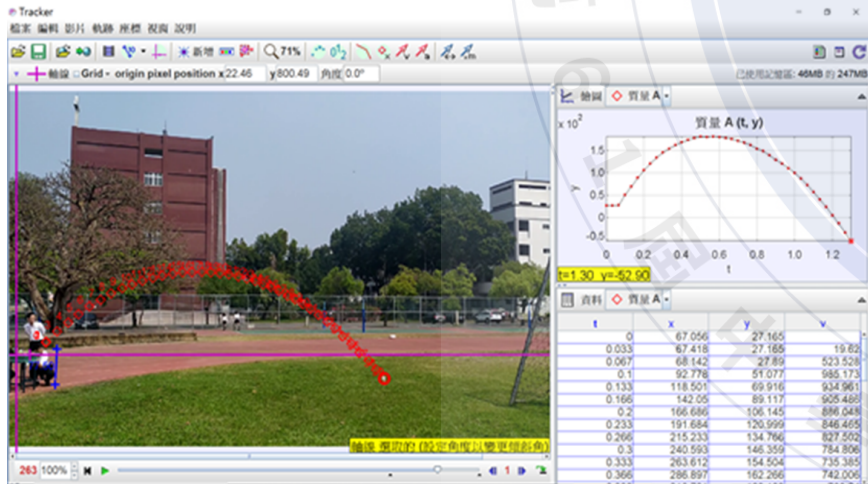
透過手機進行攝影，紀錄針筒經過大氣壓力作功後發射的高度及射程，並將針筒設計成火箭外型，以 tracker 軟體分析其拋體運動與飛行過程，從而進行研究與探討，並釐清各種因素對於針筒火箭發射機制的影響。主要的研究與探討的主題如下：

- 一、活塞推進體積對於針筒上升最大高度之影響
- 二、針筒內吸入不同水量後對針筒發射之影響
- 三、於針筒內置不同內容物的推進過程及推升高度比較
- 四、加尾翼對針筒火箭飛行射程的影響
- 五、大小不同的針筒對上升高度的比較

參、研究器材



實體器材



影像追蹤及分析軟體 tracker

肆、研究方法與實驗步驟

1. 先把針筒壓至最低，再把針筒上端以衣架頭套住，其目的是為了製造近乎真空的狀態

2. 調整可動式發射架的角度，再以手機中內設的水平儀輔助以達到理想的發射角度

3. 將針筒拉至指定刻度，設置於可動式發射架，如右圖所示

4. 放開，以手機拍攝其飛行軌跡

5. 把飛行軌跡之影片以 tracker 分析其最遠距離、最大高度以及初速。每個實驗條件都重複操作測量，操作狀況穩定至少 3 次的測量，經 tracker 分析後取平均值，作為實驗結果所呈現的數據。

6. 探討各種因素對針筒發射的影響，例如針筒大小、筒內吸水量與改變活塞質量等，並重複上述實驗步驟，擷取影片用 tracker 分析所需各物理量，進行發射機制的探討與改進。



原理介紹

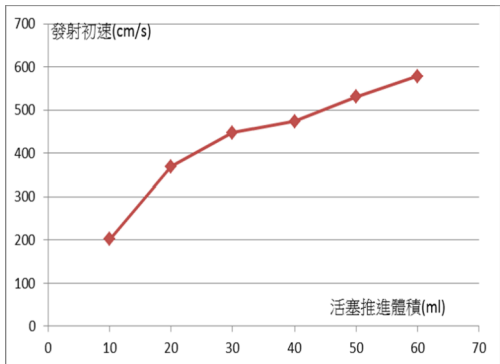
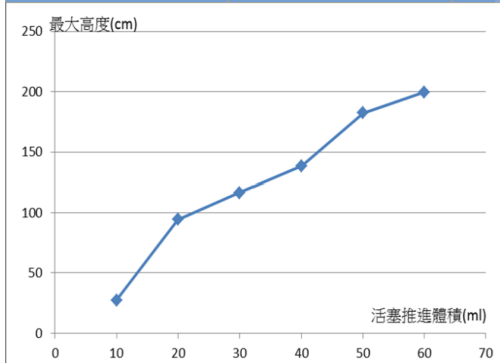
我們利用針筒的結構，將活塞推至針筒前端後，盡量擠出空氣，並用小塑膠套將針筒封閉，此時若用力將活塞往外拉出，使針筒內產生真空狀態，一但釋放開活塞，大氣壓力將對活塞施力作功，使活塞產生速度，並與筒身發生碰撞，透過完全非彈性碰撞使針筒發射出去。

伍、研究成果

(一) 活塞推進的體積對針筒最大上升高度的影響

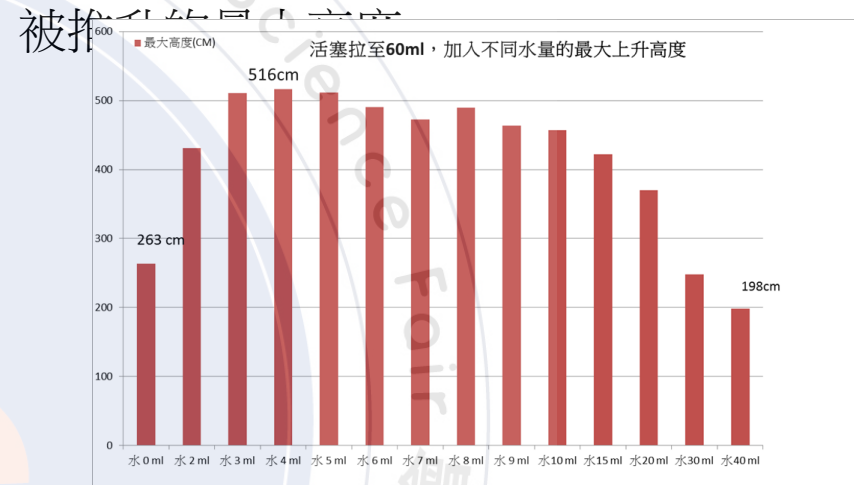
筒身容積 (ml)	針筒活塞直徑 (cm)	針筒重量 (gw)
60ml	2.85 cm	活塞 17 gw 筒身 14 gw

由實驗數據結果可知，活塞推進體積愈大，針筒的垂直上升高度愈高。



活塞推進體積 (ml)	上升最大高度 (cm)	初速 (cm/s)
10	27.3	202.1
20	94.3	369
30	116.5	447.3
40	138.3	473.4
50	182.4	531
60	199.7	578.4

(二) 針筒內加入不同水量後，拉動活塞至 60ml 後，針筒

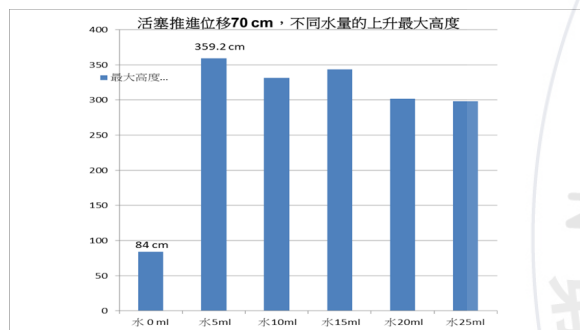


根據水量對上升高度的實驗，我們注意到針筒吸入水後會大大增強針筒的最大上升高度，但太多水量就會導致高度開始下降。根據實驗結果，60ml 的小針筒最佳水量約 3~5ml，為了更清楚筒內吸水量對發射機制的影響，我們比較筒內吸水 5ml，筒內不加水、筒內不加水但活塞抹油，分別測量活塞的推進距離對上升最大高度的實驗，其結果如左圖所示。

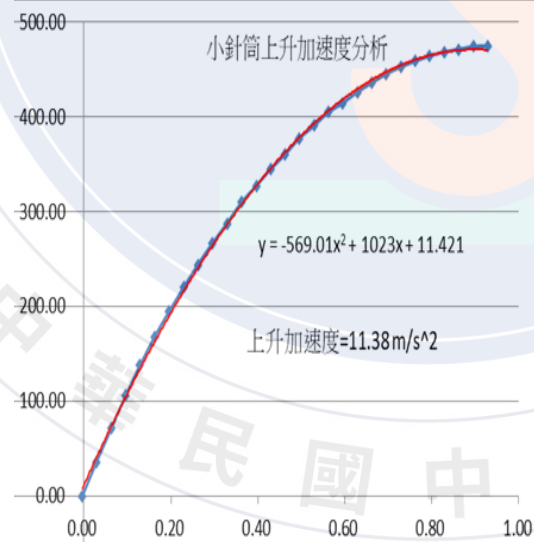
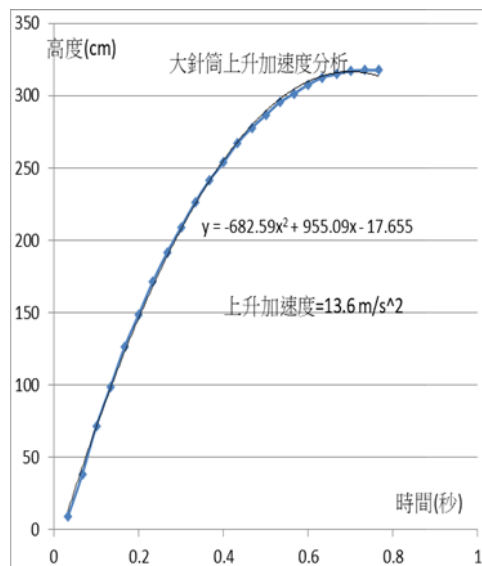
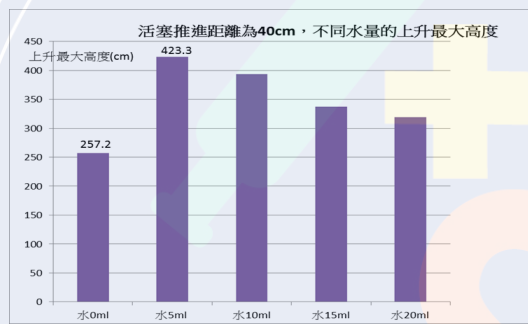
(三) 在相同活塞推進距離下，大針筒與小針筒的上升高度比較

為了探討筒內水質量的影響，必須將活塞推進距離作為控制變因。我們也選取了兩種不同大小的針筒來 (小針筒 60ml 與大針筒 100ml) 進行此項實驗，以下為實驗結果。

下圖為大針筒數據



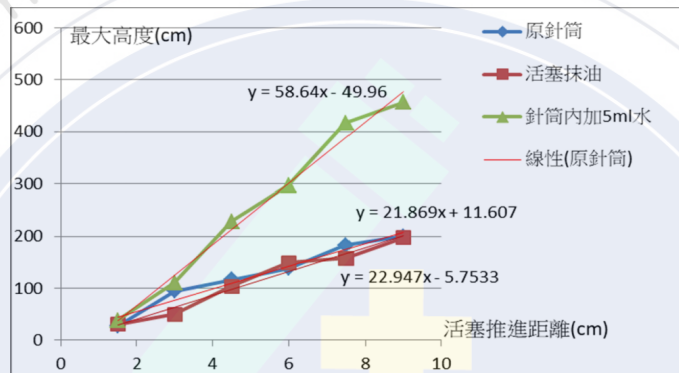
下圖為小針筒數據



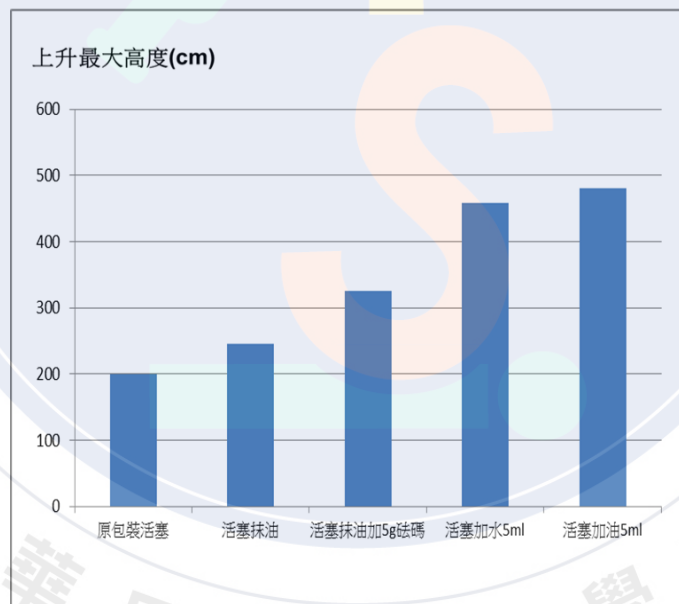
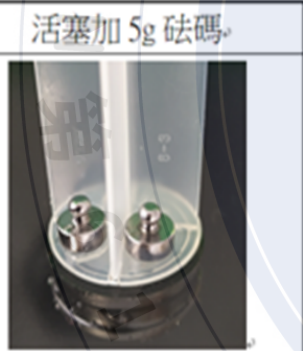
	大針筒	小針筒
筒身容積 (ml)	100ml	60ml
針筒活塞直徑 (cm)	3.14 cm	2.85 cm
針筒重量 (gw)	活塞 43.7gw 筒身 27.8gw 總重 71.5 gw	活塞 17 gw 筒身 14 gw 總重 31 gw
最大高度 (cm)	343.8 cm	423.3 cm
垂直初速度 (cm/s)	955 cm/s	1023 cm/s
測量上升過程加速度 (m/s ²)	13.6 m/s ²	11.38 m/s ²

(四) 針筒內不同內容物的推進過程比較與分析

除了水的因素之外，是不是還有其他方式來增強發射效果呢？我們想到用砝碼來增加活塞質量、將潤滑油吸入筒內，並與原針筒和活塞抹油一起進行發射高度的比較。



針筒內加入不同物質	上升最大高度(cm)
原包裝針筒活塞	199.7
活塞抹油	246
活塞加油 5ml	480.6
活塞加水 5ml	459

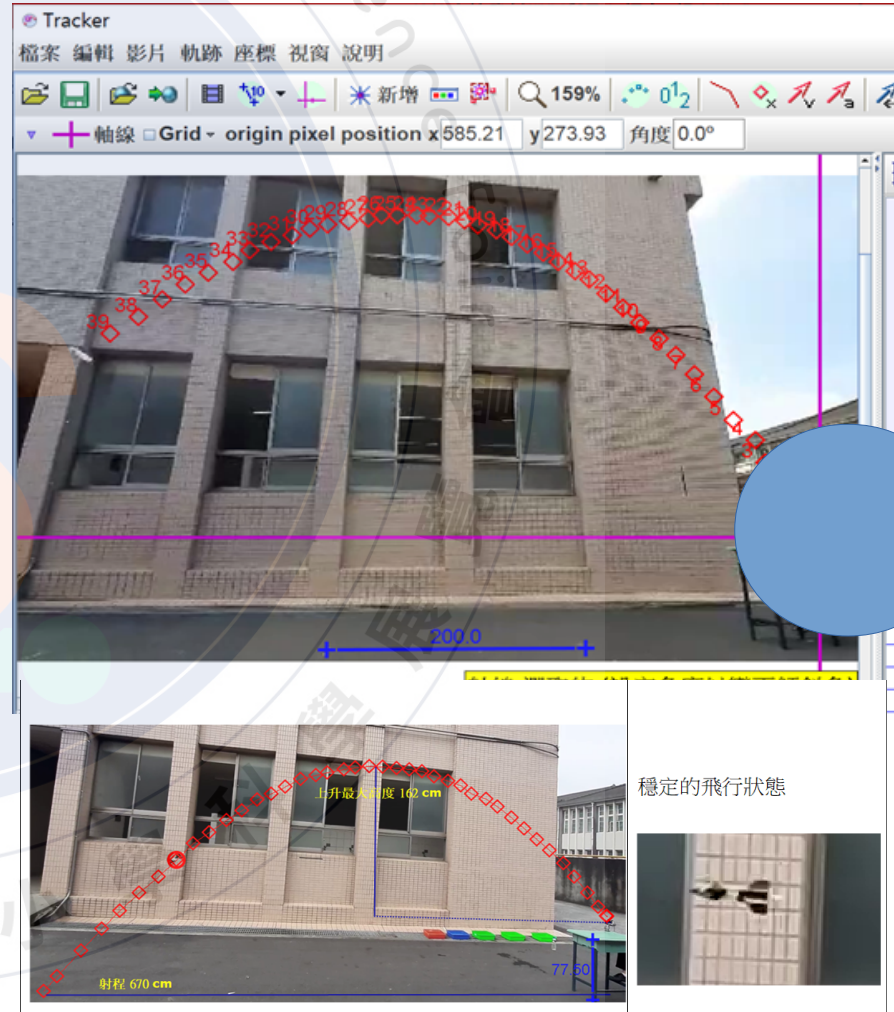


活塞推進距離 (cm)	原針筒	活塞抹油	針筒內加 5ml 水
1.5	27.3	30.3	38.3
3	94.3	49.8	110.3
4.5	116.5	103.7	228.2
6	138.3	149.5	297.7
7.5	182.4	157.6	416.5
9	199.7	197.4	456.4

針筒內加水 量 (ml)	射程 (cm)	最大高度 (cm)	初速 (cm/s)
0	550	142	740
5	1164	373	1500
10	1089	293	990
15	724	263	979
20	705	218	804
25	479	177	717
30	449	151	671

(五) 針筒內不同內容物的推進過程比較與分析

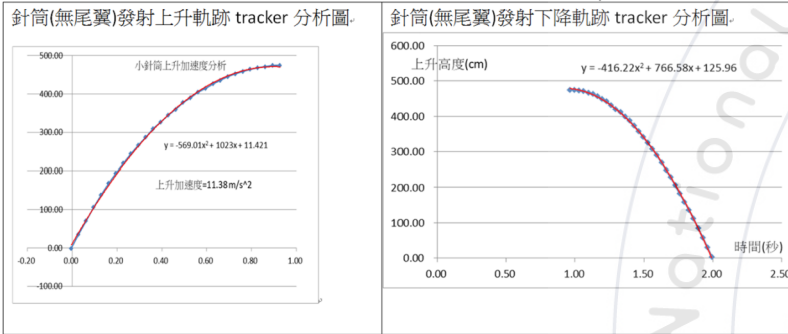
左方我們進行針筒斜向發射的測量結果，而下方兩張圖為發射時的紀錄影像與 tracker 軟體分析的紀錄。



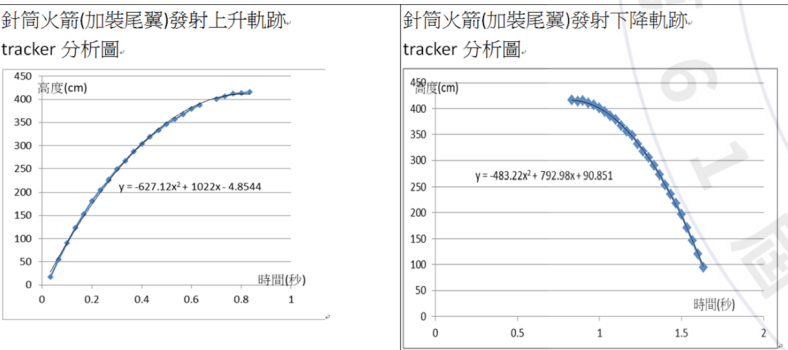
陸、討論

(一) 裝設尾翼對火箭的影響

下二張圖藍色為無裝尾翼的火箭分析

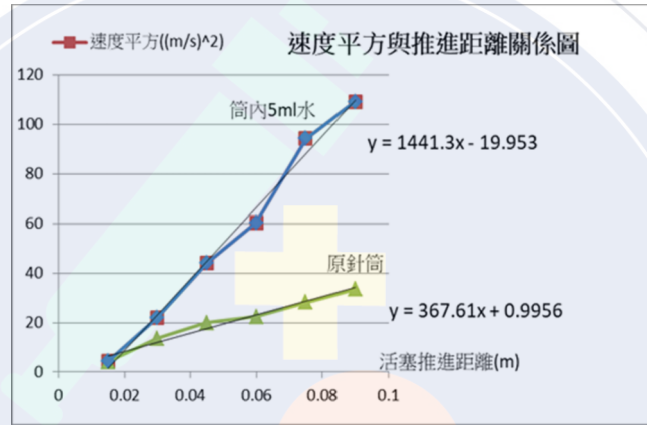


下二張圖紫色為有裝尾翼的火箭分析



結論：裝設尾翼有助於讓火箭飛行穩定，但要注意尾翼材質，重量太大會影響到空氣阻力。

(二) 針筒內吸入少量的水對針筒火箭的影響



發射初速度數據表

活塞推進距離(m)	原針筒 速度(cm/s)	原針筒 速度平方(m/s)^2	針筒內加 5ml 水 初速(cm/s)	針筒內加 5ml 水 速度平方 ((m/s)^2)
0.015	202.1	4.084441	209	4.3681
0.03	369	13.6161	470.3	22.11821
0.045	447.3	20.007729	663.4	44.00996
0.06	473.4	22.410756	777.1	60.38844
0.075	531	28.1961	970.9	94.26468
0.09	578.4	33.454656	1044.7	109.1398

活塞質量 m1	筒身質量 m2	大氣壓力 P ₀	活塞截面積 A	動摩擦力 f _k
0.017Kg	0.014Kg	1.041×10 ⁵ (N/m ²)	2.55×10 ⁻³ m ²	10.29 N
	趨勢線斜率	能量傳遞效率 α	經內動能損失修正後的 能量傳遞效率 α	
原針筒(不吸水)	367.6	4.2%	8.4%	
筒內吸水 5ml	1441.3	16.5%	33%	

上圖為修正後轉換的能量比率

結論：根據大氣壓力做功與碰撞動量守恆關係，可推出 $v_2^2 = \frac{2m_1(PA - f_k)\alpha}{(m_1 + m_2)^2} d$ 為速度平方，x 軸推進距離為 d，專遞效率修正後達到 33% 之多，具有相當大的影響力。

(三) 活塞質量對發射機制的探討

根據前文理論，碰撞後針筒整體初速的平方為：
$$v_2^2 = \frac{2m_1(PA - fk)\alpha}{(m_1 + m_2)^2} d$$

我們將活塞質量 m_1 視為變數，速度平方為應變數 y ，其他物理量視為常數 b ，並將 y 對微分求最大

$$v_2^2 = \frac{bm_1}{(m_1 + m_2)^2} \quad y = \frac{bx}{(x+m_2)^2} \quad x = m_2$$
$$y = v_2^2, \quad x = m_1 \quad \frac{dy}{dx} = \frac{b}{(x+m_2)^2} + \frac{bx(-2)}{(x+m_2)^3} = 0 \quad \text{即 } m_1 = m_2 \text{ 時，碰撞後速度會來大最大值。}$$

結論：實驗結果顯示活塞的質量較筒身質量略大時，也不能太大，會有較好的發射效果。這與理論預測雖有所差距，但質量不要相差太多的趨勢是吻合的。為何實驗與理論會有此差異呢？經過討論，我們覺得實際的碰撞過程中，能量傳遞的效果會導致實驗與理論的差異。活塞質量較大時，會適當的增加慣性，這樣有助於能量傳遞效率的增進，這可以從砝碼附著在活塞上，可以增進發射高度的實驗來佐證此想法，同時能而水的質量也具有相同效果，再加上水的流體性質與水錘效應，更是大大增進了碰撞的能量傳遞效果。

柒、結論

- (一) 我們成功地以大氣壓力來推進針筒火箭，並發現針筒內吸入少許水量會大大增強發射能力。10ml 以內的水量其發射高度可以將原本不吸水的針筒高度提升至 2 倍左右，數據顯示 3~5ml 的水量會有較佳的發射效果，最大高度約 5~6 公尺高。
- (二) 比較大針筒 100ml 與小針筒 60ml 的發射效果，以小針筒的發射高度較高，主要是因為在大氣壓力作功有限的情況下，質量不能太大，所以 60ml 的針筒發射效果較佳。
- (三) 透過活塞推進距離與初速度分析，我們推算了水的碰撞能量傳遞效率為 33%，是原本針筒傳遞效率 8.4% 的 4 倍，發現了水對發射機制的影響與幫助甚大。
- (四) 比較活塞經過不同的處理方式，對發射初速與高度的影響，實驗結果以 5ml 油 > 5ml 水 >> 5g 砝碼 > 活塞抹油 > 原包裝活塞。
- (五) 理論分析活塞質量的等於筒身會有最大的初速度，但實驗結果顯示活塞仍需多一點質量來產生足夠的慣性，以提高能量傳遞效率。大約再加 5 克的質量就能有效提升發射速度，尤其以液體水或油的效果更好，原因可能是流體性質有水錘效應的關係。
- (六) 我們裝置了尾翼在針筒火箭上，成功的發射並使其穩定飛行 9 公尺左右，並發現尾翼必須使用質輕與堅韌的材料，才不會降低其發射速度與飛行能力。
- (七) 針筒火箭除了科學原理豐富之外，實驗過程也饒富趣味，使用材料簡單、安全、節能，利用生活無處不在的大氣壓力，與關鍵少數的水量，讓我們體驗科學的奧妙與神奇，非常適合國高中學生進行探究學習的素材，可以發展成教具與科學玩具，或是需要臨時拋射的救難工具等，都是未來可以進一步探討的應用。

捌、參考資料

- 一、Fundamental of Physics，Halliday, David/ Resnick, Robert/ Walker, Jearl John Wiley & Sons Inc, 2007/08/17
- 二、普通物理(三)。余建治等著。東華書局。
- 三、維基百科，水錘作用 <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%B0%B4%E9%8C%98%E4%BD%9C%E7%94%A8>

