

中華民國第 61 屆中小學科學展覽會 作品說明書

國中組 物理科

第三名

030113

水龍搶珠 - 探討不同條件下雙水柱的交纏狀況

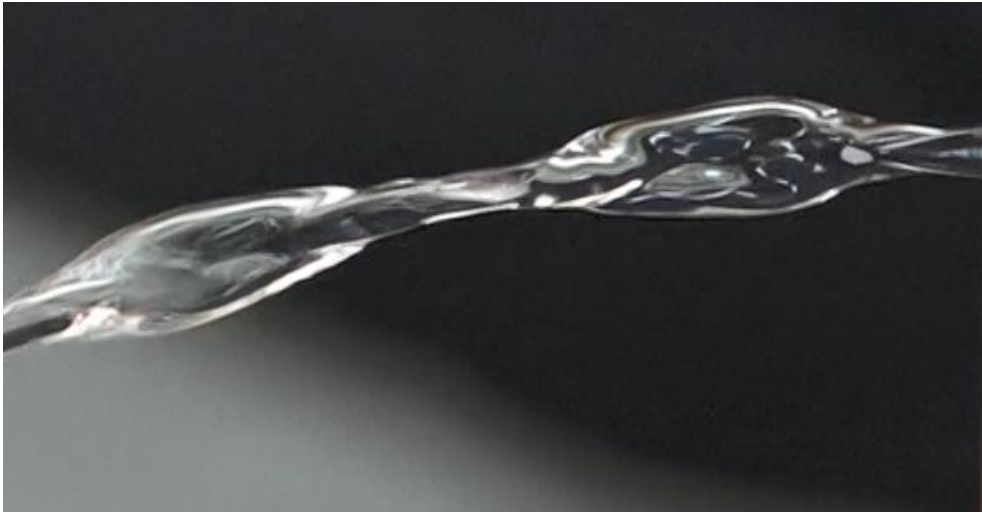
學校名稱：嘉義市立民生國民中學

作者： 國一 陳亮瑾 國一 葉宸妍 國一 蔡光栩	指導老師： 陳正雍 吳銘訓
---	-----------------------------

關鍵詞：水結、內聚力、表面張力

摘要

水池邊，看到石雕魚噴出的水柱，水面變得凹凸不平，分析文獻後，發現都沒有解釋原因的相關研究，決定深入探討。實驗發現，雙水柱所形成的水結依序為水平面、鉛直面…的呈現。我們研究顯示，因為表面張力的緣故，雙水柱會以麻花狀互相纏繞，並在水平面及鉛直面水結交接處，水柱會快速旋轉 90 度，使水結翻轉，因此會形成數個水平面及鉛直面水結，最後才結合成一道水柱。也發現，使水結振幅變大的因素為：雙水柱距離變大、水溶液的表面張力變小。讓水結波長變長的因素為：雙水柱距離變大、水溶液的表面張力變小、水柱流出的初速度愈大。而水結數量變少的因素為：雙水柱距離變大、水溶液的表面張力變小、水柱流出的初速度愈大及雙水柱的水平夾角愈大。



實驗結果 1：雙水柱所形成的水結有水平面、鉛直面(側視圖)



實驗結果 2：水柱的交纏情況(斜視圖)

壹、研究動機

有一天在公園散步，路過水池邊，石雕魚噴出的水柱，感覺在陽光的照射下水緣變得凹凸不平，再近一點看，居然是兩條水柱交纏在一起，形成一個又一個的「水結」，當下覺得真奇妙，便上網查了一些訊息，卻沒有找到理想的答案。後來在老師介紹的一個網站科學網站(NTCU)上看到水柱纏繞的小實驗，便興致勃勃地找了對這個實驗有興趣的同學及老師討論，著手進行實驗。網站上只簡單提到實驗要觀察的現象，並未提到製作詳細的方法，所以我們自行設定了幾個變因，包括瓶身形狀、水位高度、水的流速，以及改變鑽孔方式等等，一切都設計好後便著手進行此實驗，希望能透過實驗的方式，來發現水柱互相纏繞的謎因。

貳、研究目的

- 一、探討單洞孔洞大小與流速的關係
- 二、探討不同孔距對打結情形的影響
- 三、探討不同水位高度對打結情形的影響
- 四、探討不同孔洞大小對打結情形的影響
- 五、探討不同初始仰角對打結情形的影響
- 六、探討不同初始水平夾角對打結情形的影響
- 七、探討兩洞連心線角度對打結情形的影響
- 八、探討不同酒精濃度對打結情形的影響
- 九、探討水結機制

參、研究設備及器材



壓克力板



牛奶瓶



木尺



酒精燈



燒杯



壓克力出水孔



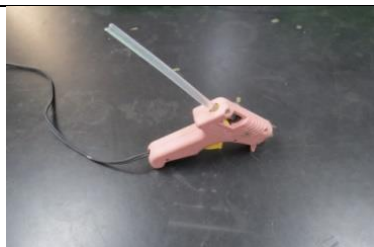
雷射雕刻機



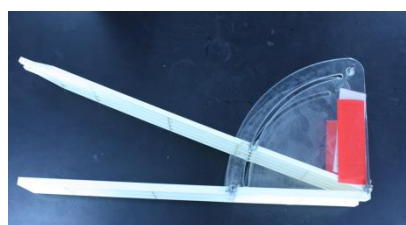
絕緣膠帶



酒精



熱熔膠



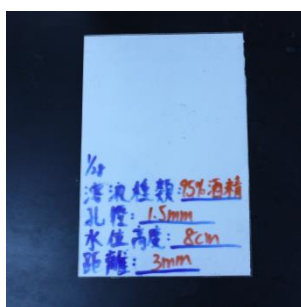
角度調整器



食用色素



白板筆



標示板



奇異筆

肆、研究過程、結果與討論

一、實驗一：探討單洞孔洞大小與流速的關係

(一) 實驗過程

1. 先在牛奶瓶的瓶身鑽一個直徑為 0.1cm 圓洞，如下圖所示。
2. 在牛奶瓶上標記距離孔洞的水位高度，如圖二。
3. 在水平方向及垂直方向各擺一個直尺。
4. 裝滿水後，讓水由圓洞射出，並利用照相機錄影。
5. 在另一個相同的牛奶瓶鑽出一個直徑為 0.2cm 圓洞，並重複步驟 2~4。
6. 重複步驟 5，但依序鑽出直徑為 0.3cm 及 0.4cm 的圓洞。

(二) 結果與討論

因為想知道流速與孔洞直徑的關係，因為由圓孔噴出的水柱一開始是水平方向，後來因為受到重力加速度的影響而開始有向下的速度

根據平拋運動

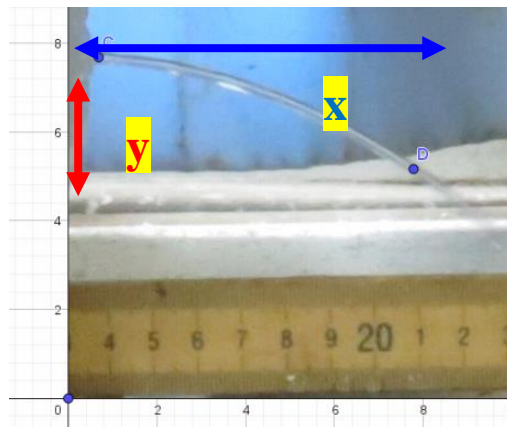
$$\text{水平方向} \quad x = vt$$

$$\text{鉛直方向} \quad y = \frac{1}{2}gt^2$$

因此可得 $v = x \sqrt{\frac{g}{2y}}$

所以，只要知道水柱由孔洞發射出的水平及垂直位移，即可算出一開始的水平出速度。我們利用 GeoGebra 軟體來分析算出水平及垂直位移，如圖所示，並藉此算出初始的水平速度(以下皆用速度代表初始的水平速度)。

我們利用錄影的方式紀錄實驗，將需要的畫面截圖，再用學校的大電視放大圖片測量數據。但是因為長度大小會隨電腦畫面放大縮小而改變，所以我們在錄影時把尺放在旁邊，再利用 Geogebra 程式調整圖片大小後，求得真實數據。



圖一 利用 GeoGebra 軟體分析數據

表一 孔洞直徑 0.1cm 與流速的關係

水位(cm)	x(cm)	y(cm)	速度(m/s)
18	7.92	1.29	1.54
16	5.63	0.89	1.32
14	5.30	0.78	1.33
12	4.73	0.89	1.11
10	4.70	1.16	0.97
8	4.87	1.95	0.77
6	2.97	1.40	0.56
4	0.97	0.68	0.26
2			

表二 孔洞直徑 0.2cm 與流速的關係

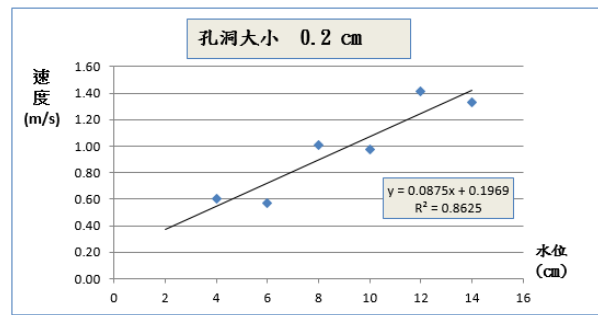
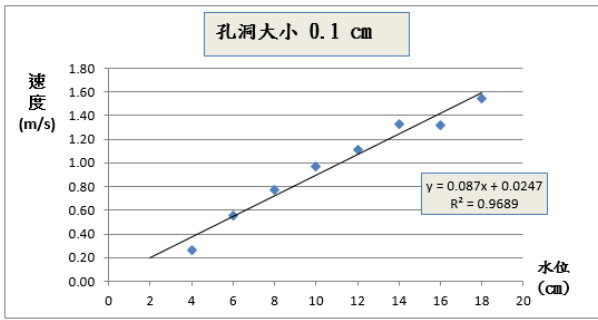
水位(cm)	x(cm)	y(cm)	速度(m/s)
14	10.45	3.04	1.33
12	6.80	1.13	1.42
10	8.86	4.03	0.98
8	9.22	4.08	1.01
6	5.18	4.03	0.57
4	4.62	2.88	0.60
2			

表三 孔洞直徑 0.3cm 與流速的關係

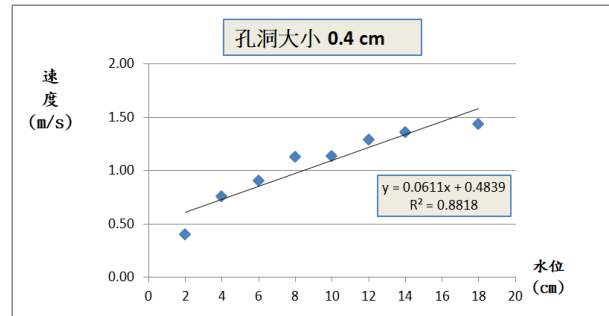
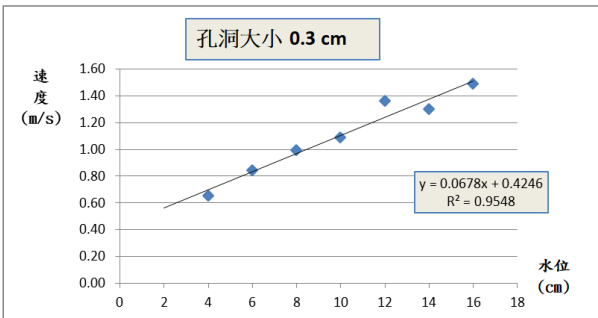
水位(cm)	x(cm)	y(cm)	速度(m/s)
16	7.50	1.24	1.49
14	6.09	1.08	1.30
12	6.39	1.08	1.36
10	5.48	1.25	1.08
8	7.11	2.52	0.99
6	6.91	3.29	0.84
4	4.74	2.60	0.65
2			

表四 孔洞直徑 0.4cm 與流速的關係

水位(cm)	x(cm)	y(cm)	速度(m/s)
18	6.86	1.12	1.43
14	6.15	1.01	1.35
12	5.87	1.02	1.29
10	5.50	1.15	1.14
8	6.10	1.44	1.13
6	6.56	2.58	0.90
4	5.88	2.96	0.76
2	3.26	3.32	0.40



圖二 孔洞直徑 0.1cm 和孔洞直徑 0.2cm 與流速的關係圖



圖三 孔洞直徑 0.3cm 和孔洞直徑 0.4cm 與流速的關係圖

由上表及圖可以發現，不同的孔洞大小在高水位(例如水位 14cm)的時候流速差異不大；但是在低水位時，孔洞大的初始流速會比較快(例如，在水位 4cm 時，流速直徑：孔洞 0.4cm>孔洞 0.3cm>孔洞 0.2cm>孔洞 0.1cm)，而水位過低，會造成孔洞較小的水流不出來，但孔洞較大卻仍流出(例如水位 2cm 時，孔洞直徑 0.1cm、0.2cm 及 0.3cm 都無法流出水，但孔洞直徑 0.4cm 仍可流出水)，推測是因為孔洞小時，表面張力會阻擋水流出；而當孔洞變大時，雖然仍有表面張力，但水柱截面積變更大，導致表面張力無法阻止水流出來。

表五 水位 14cm、4cm、2cm 時，不同孔洞直徑與流速的關係

水位 (cm)	孔洞直徑 0.1cm 的流速(m/s)	孔洞直徑 0.2cm 的流速(m/s)	孔洞直徑 0.3cm 的流速(m/s)	孔洞直徑 0.4cm 的流速(m/s)
14	1.33	1.33	1.30	1.35
4	0.26	0.60	0.65	0.76
2				0.40

二、實驗二：探討不同孔距對打結情形的影響

原本圓洞是利用鑽洞法，但在後續實驗中，因為鑽孔比較費時，所以後來我們改利用雷射切割機來挖洞，會比較精準且迅速，如圖所示。孔洞都採用直徑 2 mm 的大小，而此實驗所謂的孔距是指由圓心到圓心的連心線距離。



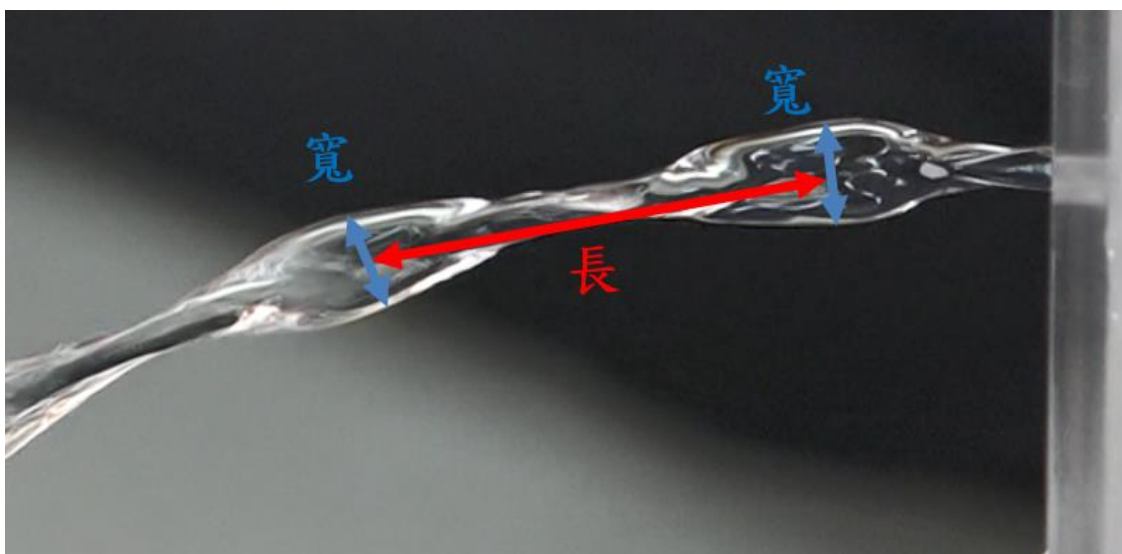
圖四 雷射設計圖

(一) 實驗過程

1. 製作兩個直徑為 2 mm 圓洞，孔距為 1mm 的壓克力片，並將其黏在牛奶瓶身上。
2. 在牛奶瓶上標記距離孔洞的水位高度。
3. 在水平方向及垂直方向各擺一個直尺。
4. 固定水位為 8 cm，讓水由圓洞射出，並利用照相機錄影紀錄。
5. 在另一個相同的牛奶瓶黏上兩個直徑為 2mm 圓洞，孔距為 2mm，並重複步驟 2~4。
6. 重複步驟 5，但孔距依序為 3mm、4mm 及 5mm。

(二) 結果與討論

因為兩水柱交纏時，觀察到會出現水平面及垂直面的兩種情況，如下圖所示。反覆出現幾次，我們覺得很有趣，想探討此一現象，討論後決定測量水結的長與寬，因為這個現象與波很像，因此我們稱水結的長為波長，水結的寬為振幅，並分為俯視圖與側視圖。(俯視圖所看到的為水平面的水結，側視圖所看到的為鉛直面的水結)



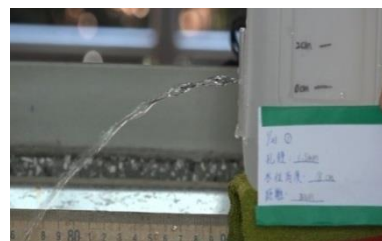
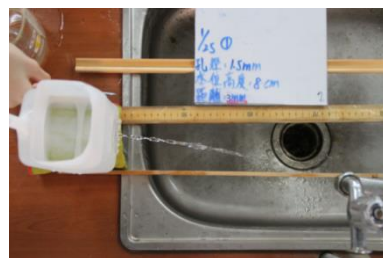
圖五 水結的長與寬之示意圖



圖六 在孔距為 1mm 時，水柱的纏繞情形(左圖俯視圖、右圖側視圖)



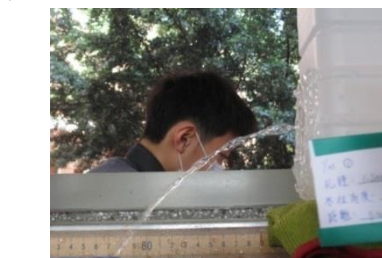
圖七 在孔距為 2mm 時，水柱的纏繞情形(左圖俯視圖、右圖側視圖)



圖八 在孔距為 3mm 時，水柱的纏繞情形(左圖俯視圖、右圖側視圖)

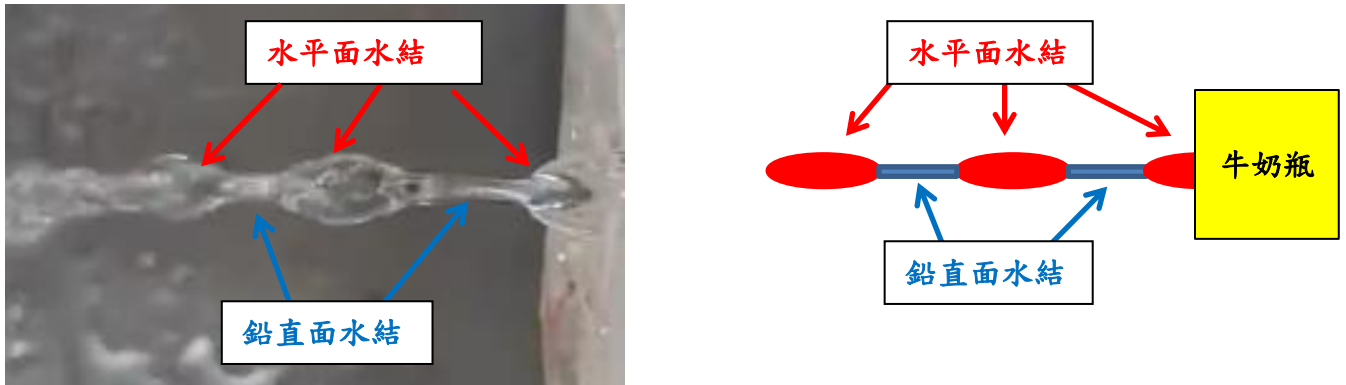


圖九 在孔距為 4mm 時，水柱的纏繞情形(左圖俯視圖、右圖側視圖)

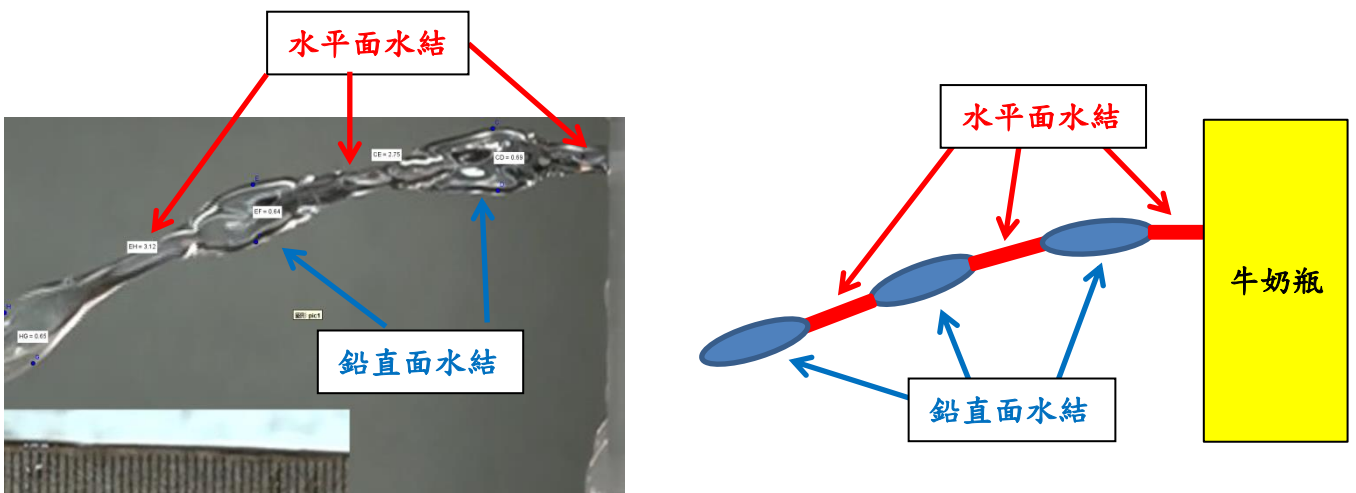


圖十 在孔距為 5mm 時，水柱的纏繞情形(左圖俯視圖、右圖側視圖)

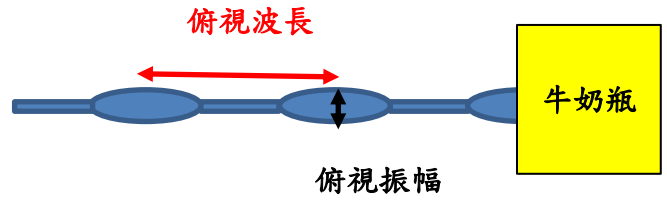
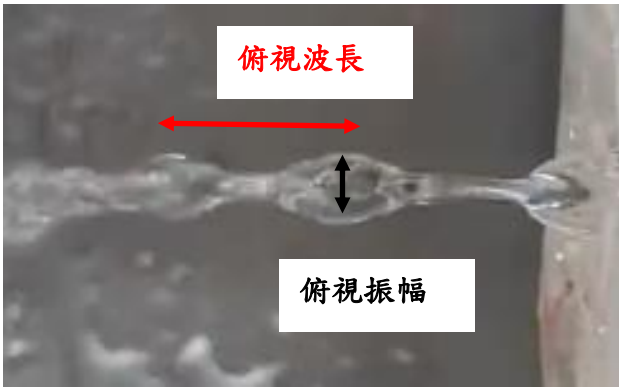
在實驗過程中，我們發現一但雙水柱離開孔洞後，兩個水柱會形成一節節的橢圓面的水面，由於雙孔洞的高度為同一水平面，所以一開始出現為半個水平面的水結，接著出現鉛直面的水結，依序再出現水平面水結、鉛直面水結…(如下圖所示)。



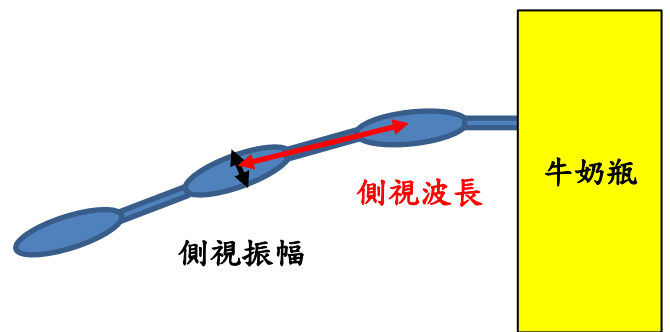
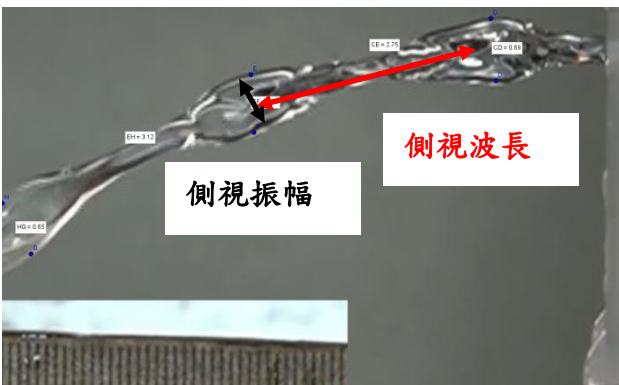
圖十一 水結的俯視圖及示意圖



圖十二 水結的側視圖及示意圖



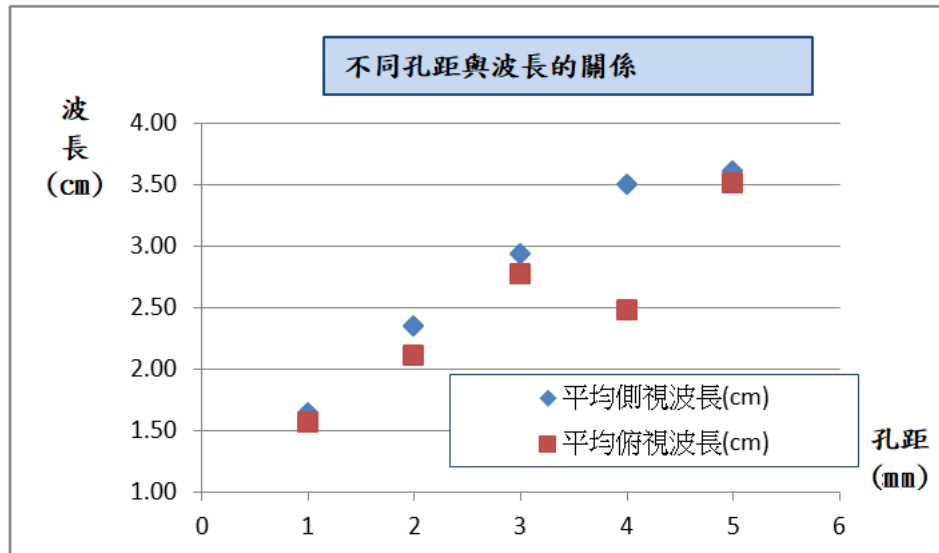
圖十三 水結的俯視圖、測量值及示意圖



圖十四 水結的側視圖、測量值及示意圖

表六 孔洞大小 2mm、水位 8cm 時，不同孔距(圓心到圓心)與波長的關係

孔距(mm)	平均側視波長(cm)	平均俯視波長(cm)
1	1.64	1.56
2	2.35	2.11
3	2.94	2.77
4	3.50	2.48
5	3.61	3.51

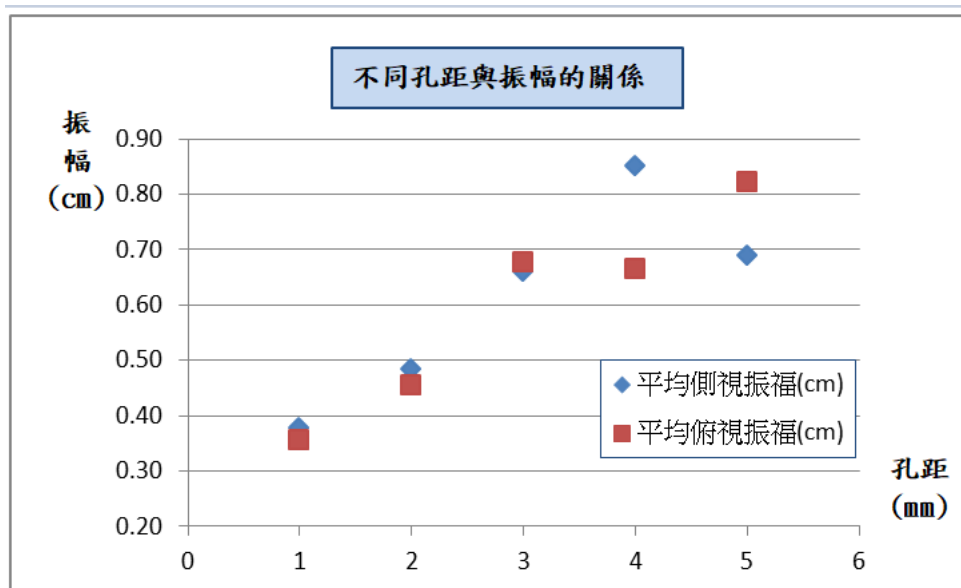


圖十五 孔洞大小 2mm、水位 8cm 時，不同孔距(圓心到圓心)與波長的關係圖

由上面的圖表可以發現，當孔距變大時，不管是由側面觀察測量得到的側視波長或是俯視波長，都會隨著變大，由趨勢線可以發現，其關係很接近線性關係。而側視波長和俯視波長的大小在固定孔距時，基本上差異不大，可以視為一致，所以之後探討波長時，將以俯視波長來判斷即可。

表七 孔洞大小 2mm、水位 8cm 時，不同孔距(圓心到圓心)與振幅的關係

孔距(mm)	平均側視振幅(cm)	平均俯視振幅(cm)
1	0.38	0.36
2	0.48	0.46
3	0.66	0.68
4	0.85	0.67
5	0.69	0.82



圖十六 孔洞大小 2mm、水位 8cm 時，不同孔距(圓心到圓心)與振幅的關係圖

由上面的圖表可以發現，當孔距變大時，不管是由側面觀察測量得到的側視振幅或是俯視振幅，都會隨著變大。

側視圖振幅會比俯視圖振幅大，推測在垂直方向上，應該是受到重力的影響的關係。但水平振幅和垂直振幅卻又沒有非常明顯的差異，這可能是受到水的表面張力拉回的影響導致的。

三、實驗三：探討不同水位高度對打結情形的影響

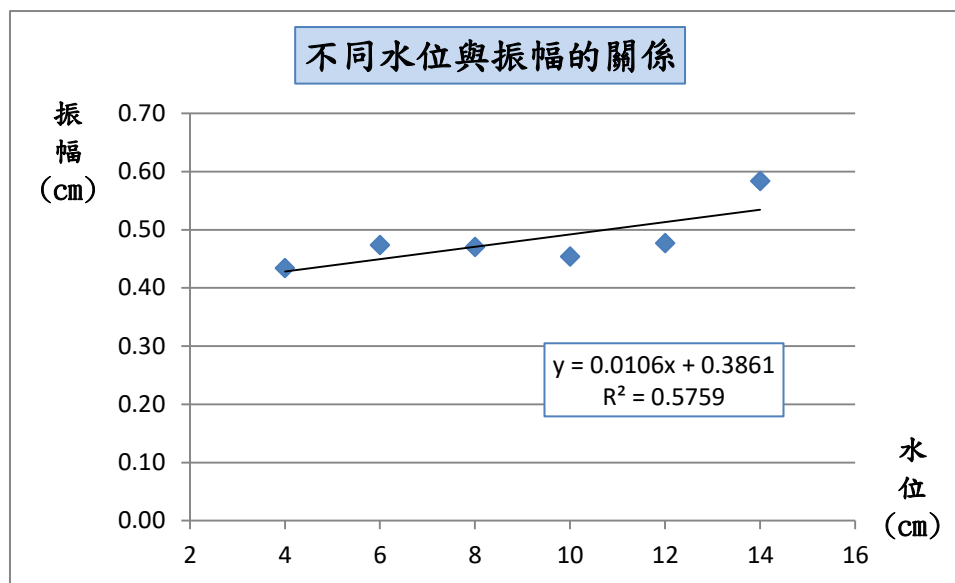
(一) 實驗過程

1. 固定孔洞直徑 2mm，相鄰圓心距離 3mm。
2. 在牛奶瓶上標記距離孔洞的水位高度。
3. 在水平方向及垂直方向各擺一個直尺。
4. 讓水位由 14cm 開始下降到 4 cm，並利用照相機錄影紀錄。

(二) 結果與討論

表八 孔洞大小 2mm、兩孔圓心距離 3mm 時，不同水位高度與振幅的關係

水位(cm)	振幅 1(cm)	振幅 2(cm)	振幅 3(cm)	平均振幅(cm)
4	0.48	0.44	0.38	0.43
6	0.45	0.51	0.46	0.47
8	0.47	0.50	0.44	0.47
10	0.49	0.47	0.40	0.45
12	0.50	0.49	0.44	0.48
14	0.56	0.58	0.61	0.58

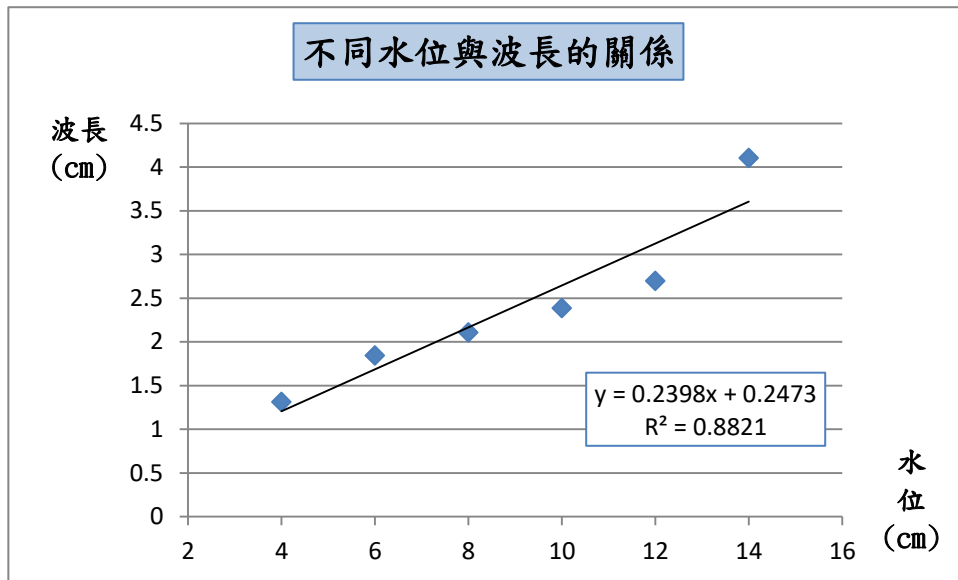


圖十七 孔洞大小 2mm、兩孔圓心距離 3mm 時，不同水位高度與振幅的關係圖

由上圖發現，雖然水位變化，但不同水位的振幅基本上變化不大，只在水位最大(水位 14cm)時，有明顯不同，可能此時流速最快，導致表面張力將水流拉回不容易，因此導致此時的振幅不同；但當水位下降，流速變慢，振幅也有變小的趨勢，但差異不明顯。

表九 孔洞大小 2mm、兩孔圓心距離 3mm 時，不同水位高度與波長的關係

水位(cm)	波長 1 (cm)	波長 2 (cm)	波長 3 (cm)	平均波長(cm)
4	1.42	1.36	1.15	1.31
6	1.81	1.76	1.95	1.84
8	2.17	2.22	1.93	2.11
10	2.37	2.51	2.27	2.38
12	2.59	2.86	2.63	2.69
14	3.81	4.35	4.14	4.10



圖十八 孔洞大小 2mm、兩孔圓心距離 3mm 時，不同水位高度與波長的關係圖

由上圖可知，當水位愈高，則波長愈長，這點可以從水位愈高，流速愈大，水平方向的位移將愈大來解釋此一現象。

表十 孔洞大小 2mm、兩孔圓心距離 3mm 時，不同水位高度與打結數量的關係

水位(cm)	水結數量(個)
4	7
6	7
8	4
10	5
12	5
14	4

由實驗三的結果分析，我們推測水結的波長與水位高度有關，也就是流速快，水柱打結後，要再度打結，需要更長的時間才能再度纏繞成水結。但實驗二也發現，孔距愈大，波長也愈長，這也是因為較大的孔距，要讓雙水柱接近、交纏而形成水結，也需要更多時間，導致此現象。

實驗三的結果分析，水結的振幅隨水位的變化不大。但實驗二中，水結的振幅與孔距則明顯相關，當孔距愈大，因為兩條水柱一開始距離就比較遠，就算表面張力將彼此吸引，也將導致形成的水結振幅有差異出現。

由上表可知，當水位愈高，不容易形成水結，而水位一旦下降，流速慢下來，而水柱就有足夠時間形成較多的水結。這也說明形成水結是需要時間，過快的水平初速，會讓水柱沒時間形成水結，但是一旦雙水柱形成水結，可是形成幾個水結後，雙水柱可能因為其他原因(猜想是重力、紊流、表面張力)就不容易再度形成水結，而合成一道水流而已。

四、實驗四：探討不同孔洞大小對打結情形的影響

(一) 實驗過程

1. 利用雷射切割機，設計出孔洞直徑為 1mm 的模板(固定相鄰兩邊的距離為 1mm)
2. 將模板固定在牛奶瓶上。
3. 固定水位高度(8cm)，並在旁放上直尺。
4. 用相機拍下水柱的打結情形。
5. 依序更換孔徑為 2mm、3mm 及 4mm，重複步驟 1~4，並記錄分析。

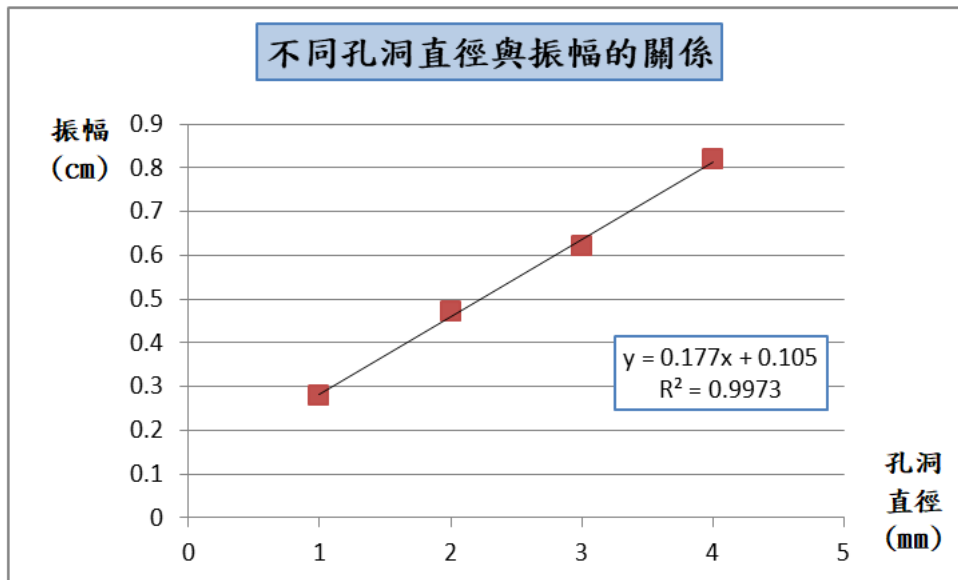
(二) 結果與討論

表十一 水位高度 8cm、兩孔洞相鄰邊 1mm，不同孔洞大小與波長、振幅的關係

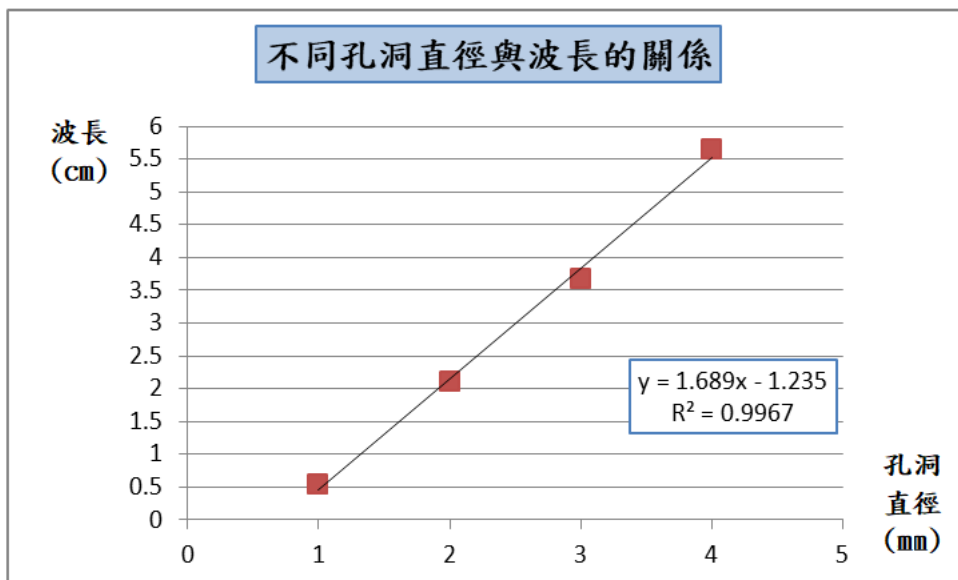
孔洞直徑(mm)	平均振幅(cm)	平均波長(cm)
1	0.28	0.53
2	0.47	2.11
3	0.62	3.67
4	0.82	5.64

表十二 水位高度 8cm、兩孔洞相鄰邊 1mm，不同孔洞大小與打結數量的關係

孔洞直徑(mm)	水結數量(個)
1	6
2	4
3	3
4	2



圖十九 不同孔洞大小與波長的關係圖



圖二十 不同孔洞大小與波長的關係圖

由這個實驗發現，孔洞直徑愈大，振幅也愈大，這是因為雖然我們有控制兩孔洞相鄰邊維持固定距離，但是孔洞直徑大小變大，雙水柱的最遠兩邊隨著變大，導致形成的水結振幅也跟著變大。

孔洞愈大，波長也變大，這應該是因為當振幅大，水的表面張力要拉回需更長時間，導致波長也變大。

孔洞直徑愈大，形成水結的數量將變少。之前我們就猜測，水結的形成應該與表面張力有關(後面實驗有討論)，水柱所增加的重量，將大於表面張力給予水柱的力量，導致形成水結變的更不容易。

五、實驗五：探討不同初始仰角對打結情形的影響

(一) 實驗過程

1. 使用孔洞直徑為 2mm、相鄰兩邊的距離為 1mm 的模板。
2. 將模板固定在牛奶瓶上，並在旁放上直尺，固定垂直水位高度(8cm)。
3. 將模組擺設在角度調整器上，將傾斜角度調成 10 度。
4. 用相機拍下水柱的打結情形，並記錄分析。
5. 重複步驟 1~4，遞增傾斜角度為 20 度及 30 度。

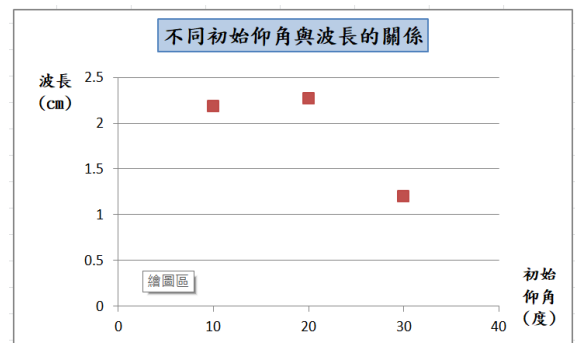
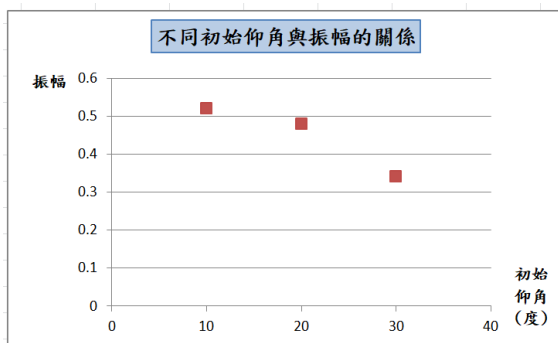
(二) 結果與討論

表十三 不同初始仰角與波長、振幅的關係

初始仰角(度)	平均振幅(cm)	平均波長(cm)
10	0.52	2.18
20	0.48	2.27
30	0.34	1.20

表十四 不同初始仰角與打結數量的關係

初始仰角(度)	水結數量(個)
10	2
20	3
30	4



圖二十一 不同初始仰角與振幅、波長的關係圖

由上表發現，**初始仰角增大則水結的振幅變小**，這個結果和改變水位(實驗三)的結果很類似，但改變的幅度變更大，與實驗三不同的是，實驗三的水位僅影響水平方向的初速度，但實驗五，**改變初始仰角會同時改變水平及垂直方向的初速度**。

波長部分也會隨初始仰角增大則變小。

發現，**初始仰角愈大，形成的水結數量將變多**。這個結果也與實驗三的結果很類似。因為，改變初始仰角，也使水柱一開始的速度隨著下降，所以雙水柱也有足夠時間形成較多的水結產生。

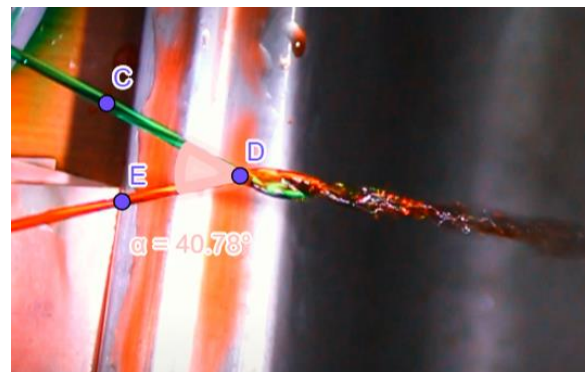
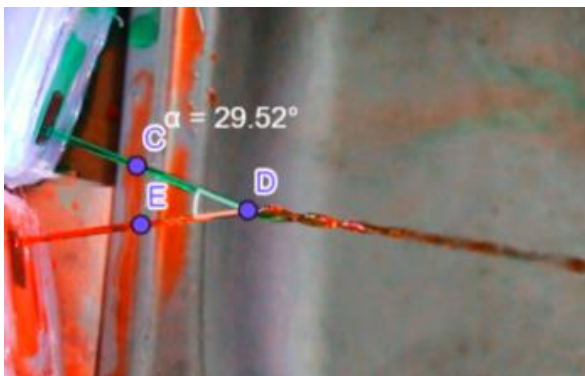
六、實驗六：探討不同初始水平夾角對打結情形的影響

因為想探討兩水柱若水平夾角不同，則打的水結會有什麼變化，但不容易在壓克力板上製作此模板。因此，決定製作兩個單孔的孔洞在牛奶瓶上，再來調整水平夾角來進行此次實驗。

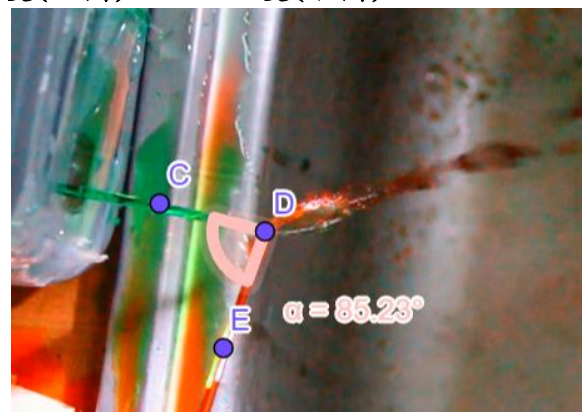
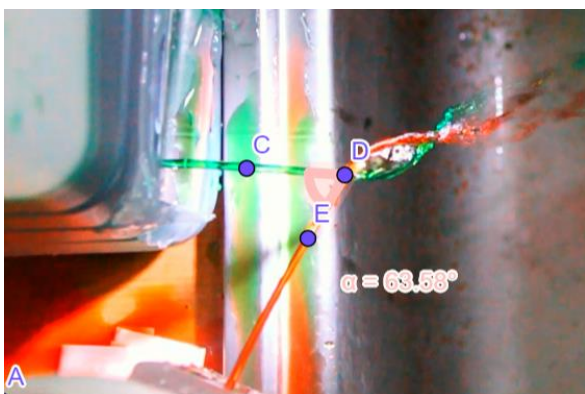
(一) 實驗過程

1. 使用兩個孔洞直徑為 2mm 的模板。
2. 分別將模板固定在兩個相同牛奶瓶上，並在兩個牛奶瓶內各加入不同顏色的食用色素。
3. 固定垂直水位高度(8cm)。
4. 調整角度，使兩個水柱能碰撞在一起。
5. 用相機拍下水柱的打結情形，並記錄分析。
6. 重複步驟 1~4，遞增水平角度紀錄為角度 2、角度 3 及角度 4。

(二) 結果與討論



圖二十二 水平夾角角度為 29.52 度(左圖)及 40.78 度(右圖)

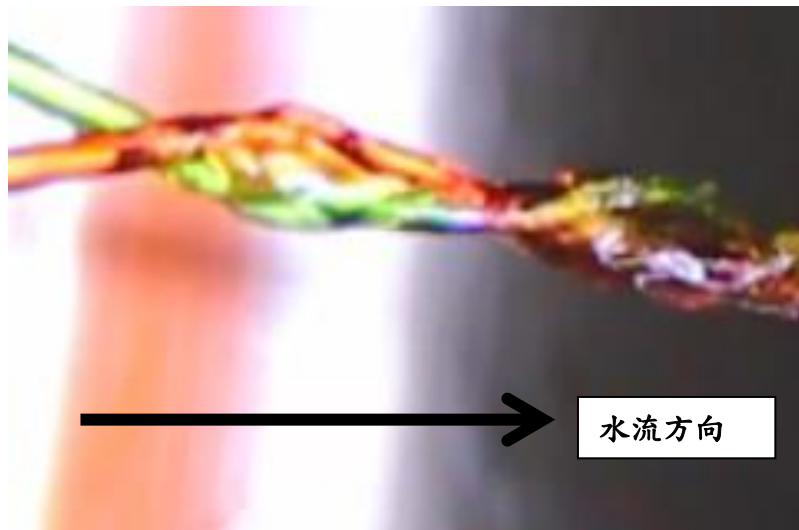


圖二十三 水平夾角角度為 63.58 度(左圖)及 85.23 度(右圖)

表十五 不同初始水平夾角與打結數量的關係

不同初始水平夾角 (度)	水結數量(個)
29.75	7
40.78	4
63.58	2
85.23	1

由實驗結果發現，當隨著水平夾角變大，形成的水結數量將變少。這是因為雙水柱在水平角度變大時，彼此不只有表面張力和重力這些因素影響水結的形成，還在有對撞的情況發生，使得水平角度角度大，對撞而使水結數量下降。

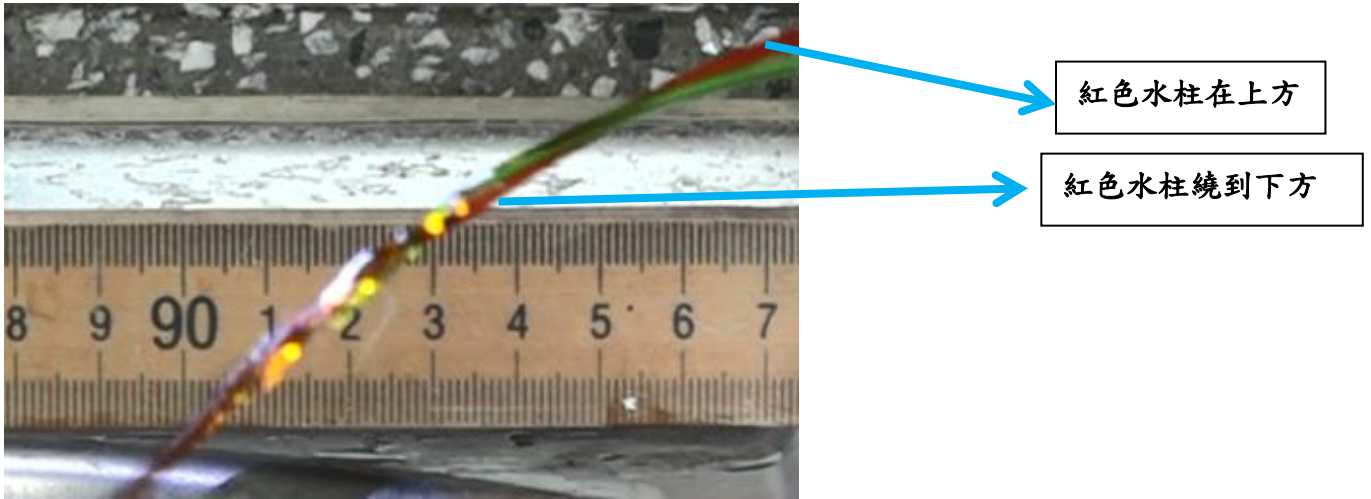


圖二十四 水柱的交纏情況(斜視圖)

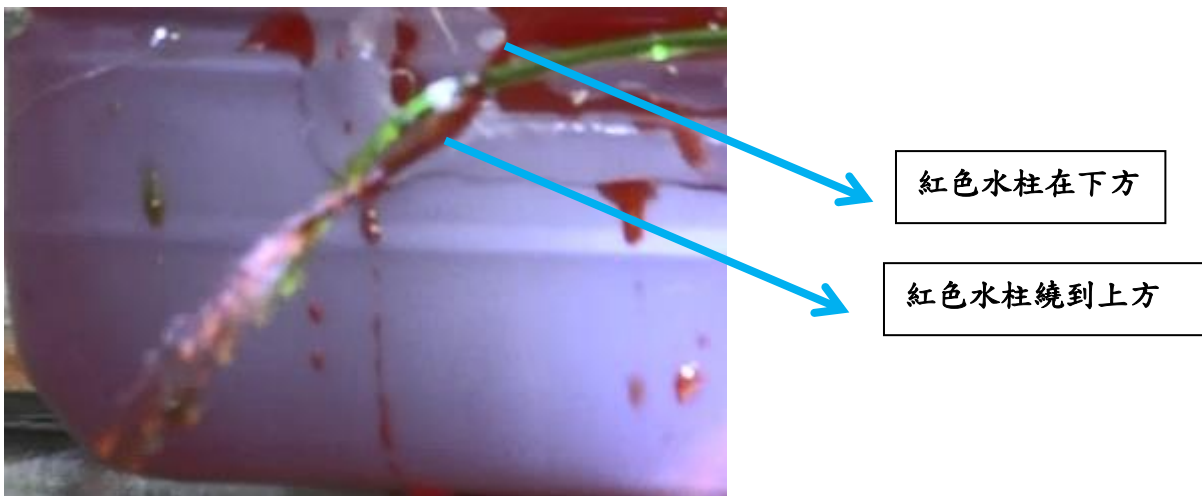
由於此實驗，兩個牛奶瓶內的水加了不同的食用色素，雙水柱的顏色不同，觀察到在俯視方向，由上圖發現，在水柱形成的過程中，綠水柱將由在第一個水結的右方(以水流的前進方向判斷左右)，在形成第二個水結時，方向將改變成在水結左方；紅水柱也有也有相同現象，從第一個水結的左方，變到第二個水結的右方。因此我們推測，雙水柱在形成水結的方式，是因為表面張力將彼此吸引，而雙水柱也會像麻花捲方式，彼此交纏而形成水結。

實驗六，不同水平夾角的實驗中，我們也嘗試將雙水柱改變高度，發現

- (1) 當紅水柱的水流方向為右上，綠水柱的水流方向為左下方時，形成的水結在水平方向分別右紅左綠再右綠左紅、垂直方向為上紅下綠再上綠下紅，反覆出現。
- (2) 當紅水柱的水流方向為右下，綠水柱的水流方向為左上方時，形成的水結在水平方向分別右紅左綠再右綠左紅、垂直方向為上綠下紅再上紅下綠，反覆出現。



圖二十五 紅水柱先上再轉往下(斜視圖)



圖二十六 紅水柱先下再轉往上(斜視圖)

七、實驗七：探討兩洞連心線角度對打結情形的影響

(一) 實驗過程

1. 利用雷射切割機，設計出兩洞連心線角度不同的模板，固定孔徑直徑 2mm、相鄰邊距離 1mm，角度分別為 0 度、30 度、60 度及 90 度。
2. 將 0 度的模板固定在牛奶瓶上。
3. 固定水位高度(8cm)。
4. 用相機拍下水柱的打結情形。
5. 更換 30 度的模板，並重複步驟 2~4。
6. 依序更換 60 度及 90 度的模板，並重複步驟 2~4。



圖二十七 不同連心線角度的雷射圖(由左至右為 0 度、30 度、60 度及 90 度)

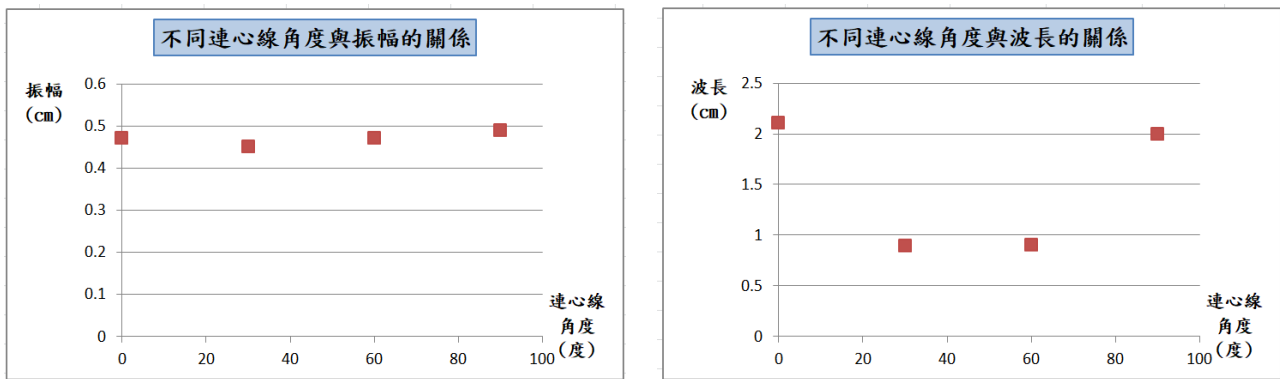
(二) 結果與討論

表十六 不同連心線角度與波長、振幅的關係

連心線角度(度)	平均振幅(cm)	平均波長(cm)
0	0.47	2.11
30	0.45	0.89
60	0.47	0.90
90	0.49	2.00

表十七 不同連心線角度與打結數量的關係

連心線角度(度)	水結數量(個)
0	4
30	4
60	4
90	3



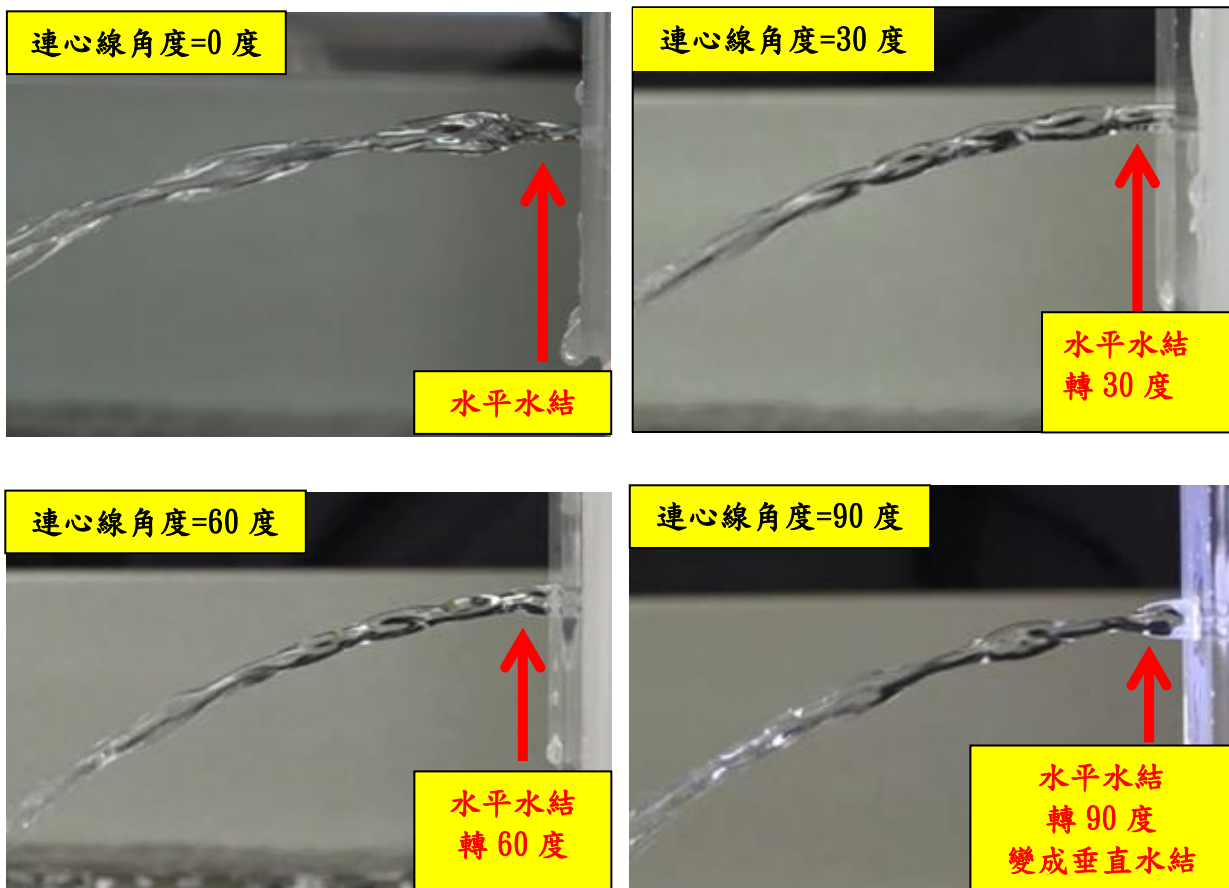
圖二十八 不同連心線角度與振幅、波長的關係圖

由實驗可以發現，雖然兩洞的相對位置改變，但是因為沒有改變兩洞間的距離，也就是雙水柱的距離固定，此時振幅的變化也幾乎一樣，得到不同連心線角度不同，水結振幅不變的結果。

但是改變連心線角度，波長的變化就比較特殊，在兩洞為水平或垂直關係時，波長最大，其餘情況，則會使波長變短。

連心線角度對水結數量的影響，則是在兩水柱為垂直時，所產生的水結數量最少，可能是因為水柱為上下，流速不一樣，產生彼此碰撞，而影響水結數量。其他角度所產生的水結都一樣是4個，沒有變化。

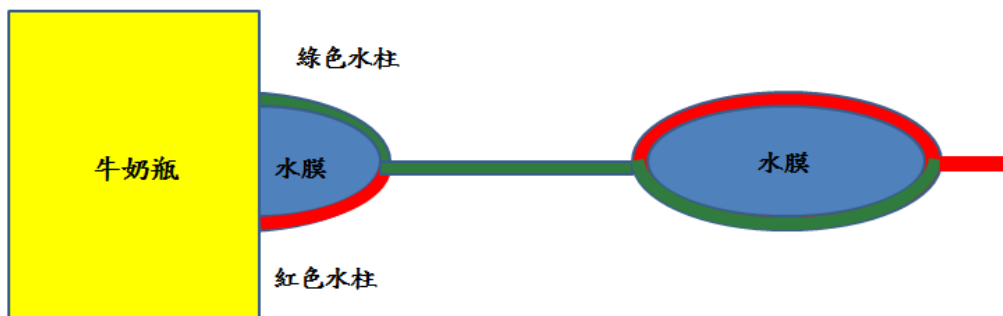
實驗六的結果發現，雙水柱的高度應該要有些微差距，兩個水柱才回開始纏繞而形成水結的現象，但實驗七也發現雙水柱的高度差也不可以太大，否則反而會破壞水結的形成。



圖二十九 不同連心線角度的水結情況

在改變孔洞連新線角度時，也發現一個有趣的現象，當兩孔洞為同一高度(連心線角度=0度)時，第一個水結面為水平面；當連心線角度=30度時，第一個水結面也會跟着轉30度；當連心線角度=60度時，第一個水結面也會跟着轉60度；當兩孔洞為一上一下時(連心線角度90度)時，第一個水結面會變成垂直面，因此判斷，這種離開孔洞所形成的第一個水結，會和第二個水結互相垂直，第三個水節又與第二個水結垂直，以此類推...

再根據之前實驗六(探討不同初始水平夾角對打結情形的影響)的探討，我們認為雙水柱應該是互相纏繞進行螺旋運度，而水柱間的距離近，在兩水柱的中間處會因為表面張力的關係，形成一片的水膜，也就是我們觀察到的水結。



圖三十 水結形成原因示意圖(俯視圖)

八、實驗八：探討不同酒精濃度對打結情形的影響

(一) 實驗過程

1. 使用孔徑直徑 2mm、相鄰邊距離為 1mm 的模板。
2. 牛奶瓶內裝入 95 % 的酒精溶液。
3. 調整水位至 8cm，旁邊放上直尺。
4. 用相機拍下水柱的纏繞情形。
5. 重複步驟 2~4，將牛奶瓶內裝入配置好的 17 % 的酒精溶液



圖三十一 泡製 17% 的酒精溶液

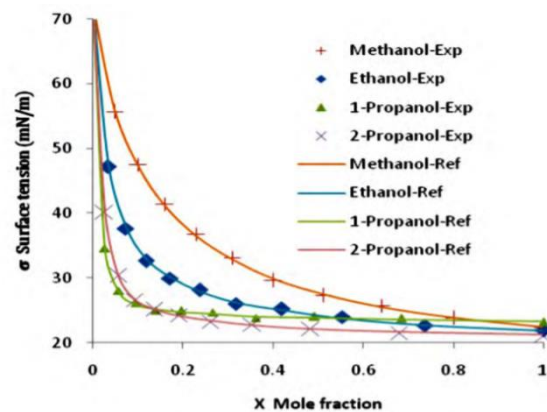
(二) 結果與討論

表十八 不同濃度的酒精與波長、振幅的關係

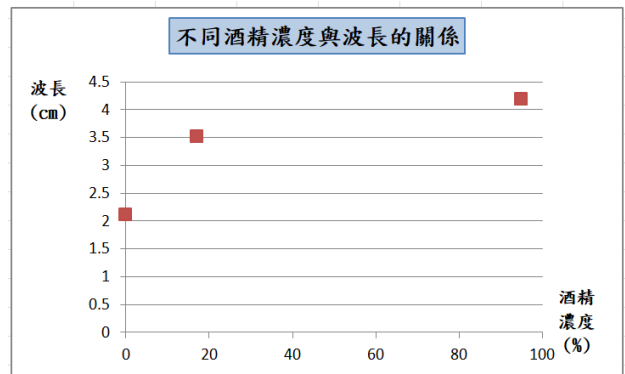
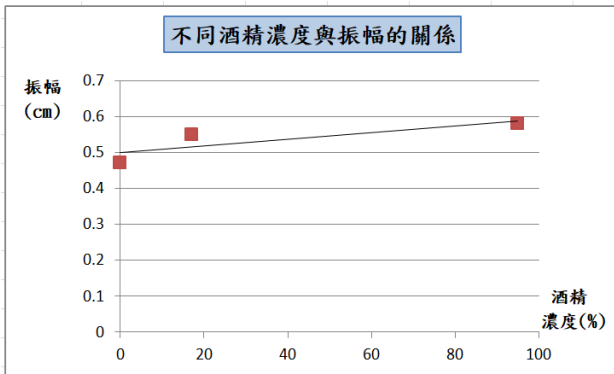
酒精濃度(%)	表面張力(mN/m)	平均振幅(cm)	平均波長(cm)
0	70	0.47	2.11
17	41	0.55	3.51
95	22	0.58	4.19

表十九 不同濃度的酒精與打結數量的關係

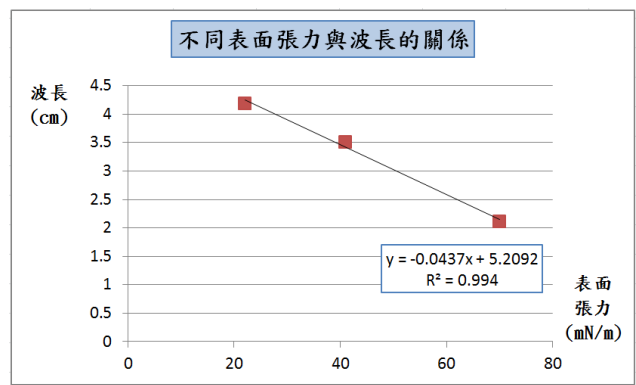
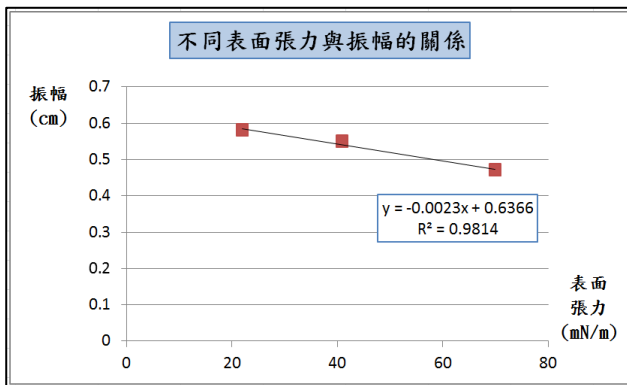
酒精濃度(%)	表面張力(mN/m)	水結數量(個)
0	70	4
17	41	4
95	22	3



圖三十二 酒精在不同濃度的表面張力



圖三十三 不同酒精濃度與振幅、波長的關係圖



圖三十四 不同表面張力與振幅、波長的關係圖

當酒精濃度變大，也就是表面張力變小，此時水結振幅變大，這與我們之前的推測結果相同。因為形成水結與水的表現張力有關，當表面張力不夠，雙水柱將彼此拉回的力量減弱，導致水結的振幅也會跟著變大。

隨著酒精濃度變大，也就是表面張力變小，波長變大。

在水結數量上，也可以發現酒精濃度增加，也就是表面張力變小，水結數量也稍微變少，但變化並沒有很明顯。但這個結果也證明我們的推測。

九、探討水結機制

綜合以上實驗，可以歸納出水結的三個部分

(1) 影響水結的振幅、波長、水結數量的因素

	水結的振幅	水結的波長	水結數量
影響的因素	1. 雙水柱距離 變大 → 振幅變大 2. 水溶液的 表面張力 變大 → 振幅變小	1. 雙水柱距離 變大 → 波長變長 2. 水溶液的 表面張力 變大 → 波長變短 3. 水柱流出的 初速度 愈大 → 波長就變長	1. 雙水柱距離 變大 → 水結數量變少 2. 水溶液的 表面張力 變大 → 水結數量變多 3. 水平夾角 大 → 水結數量變少 4. 水柱流出的 初速度 愈大 → 水結數量變少
備註	兩水柱最兩邊的距離變大，則振幅都會變大	水結振幅變大，則波長變長	水結振幅變大或波長變長，則水結數量變少

(2) 雙水柱旋轉的原因

雙水柱離開孔洞後，會彼此交纏形成水結，但經過幾個水結後，雙水柱則又會直接結合，形成只有一道水柱，此時水結的情況就消失了。而**水柱作圓周運動(或是說螺旋運動)**，此**向心力應該由內聚力提供，而內聚力和表面張力存在著一定比例的關係**。我們認為雙水柱形成水結應該要符合下列公式。

$$\text{向心力 } F = \frac{mv^2}{r} = \text{內聚力} \times \text{接觸長度}$$

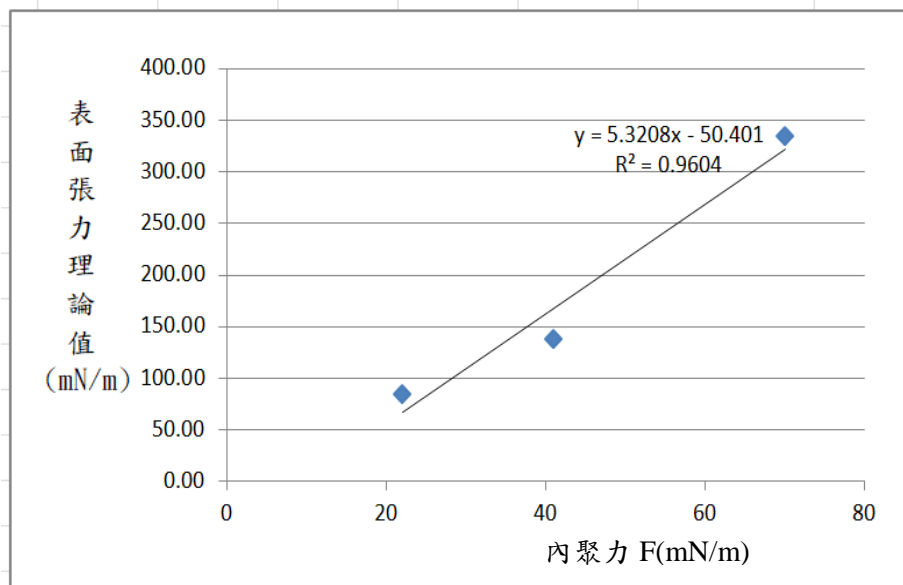
($m = \text{水柱截面積} \times \text{接觸長度} \times \text{密度}$)



圖三十五 模擬一(俯視圖)：雙水柱(右上紅、左下綠)的交纏示意圖

表二十 表面張力理論值與內聚力的關係

表面張力 T 理論值 (mN/m)	半徑 r (cm)	波長 (cm)	週期 T (s)	切線流速 (cm/s)	密度 D (g/cm ³)	截面積 A (cm ²)	內聚力 F (mN/m)
70	0.24	4.2	0.04	35.3	1.000	0.063	333.91
41	0.28	7.0	0.07	24.9	0.976	0.063	137.81
22	0.29	8.4	0.08	22.0	0.811	0.063	84.74

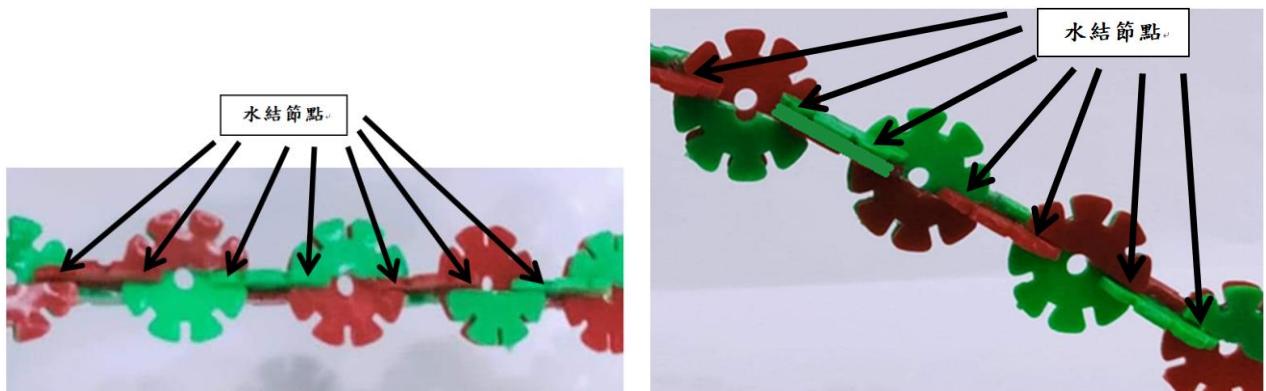


圖三十六 表面張力理論值與內聚力的關係圖

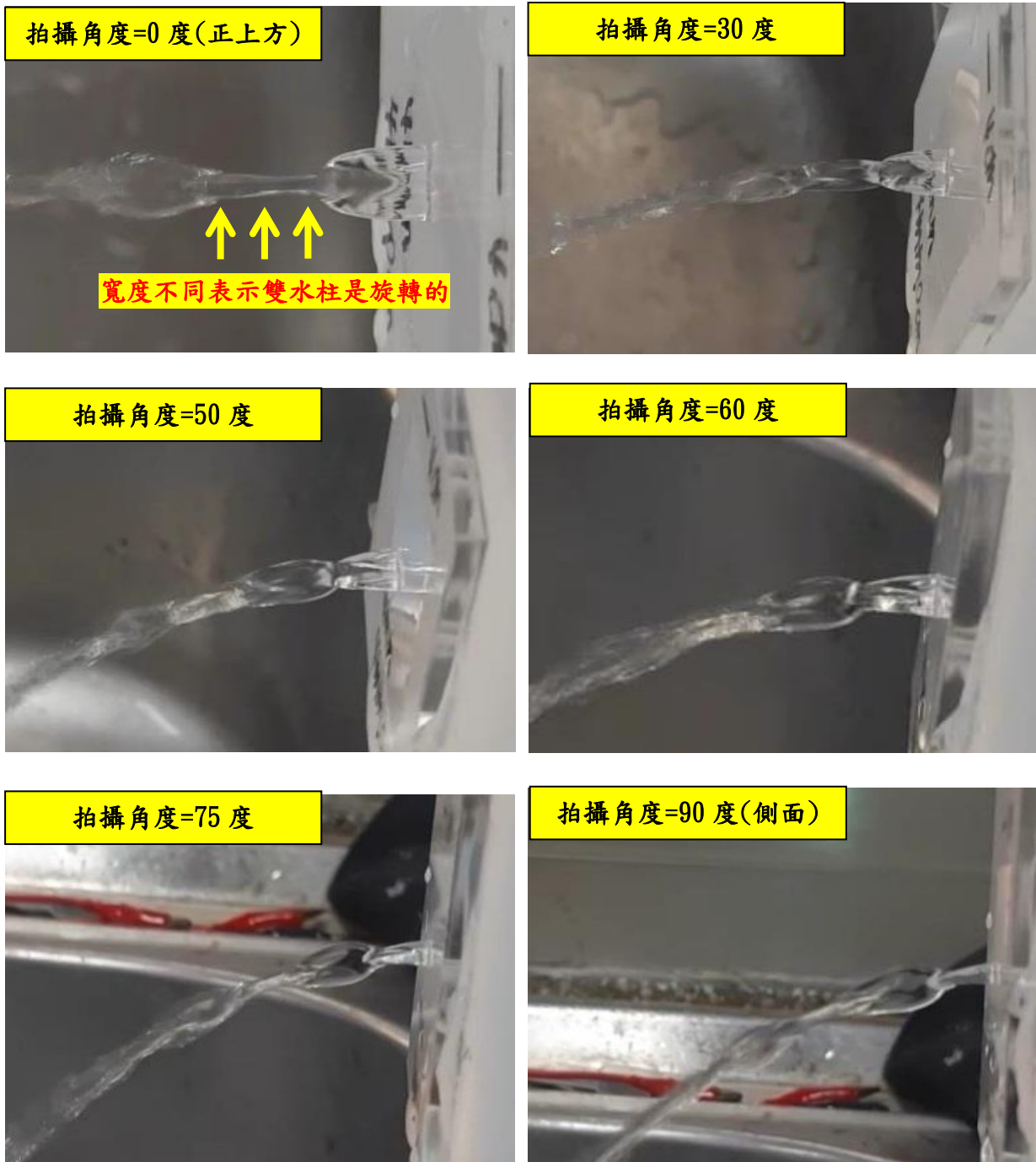
由於表面張力和內聚力存在一定比例的關係，我們可以確定形成水柱的原因即是液體的內聚力提供水柱做螺旋運動所需的向心力。

(3) 形成水平面水結及鉛直面水結的原因：

我們由不同角度的觀察，可以發現，水結有分為水平面水結及鉛直面水結，模擬圖如下所示。



圖三十七 模擬二：雙水柱的水結示意圖（左圖為俯視圖）(右圖為側視圖)



圖三十八 不同拍攝角度的水結情況

因為兩孔洞水平高度差不多，所以一開始形成的水結為水平面，接著為鉛直面、水平面、鉛直面…，而我們由不同拍攝角度可以發現，由正方及側面可以明顯觀察到這個現象，但其他的拍攝角度，觀察到的是水柱有旋轉的現象。因此，我們認為應該在水平面水結與鉛直面水結的交接處(水結節點)，水柱有快速旋轉的現象，使水柱旋轉90度，再度形成下一個水結；但為何會快速旋轉，推測這樣會使所形成的水結更穩定，但我們對於為何會有90度快速旋轉的原因並不知道，需要作更進一步的研究。

伍、結論

- 一、由實驗一可知，高水位的流速大於低水位的流速。當孔洞愈小，低水位愈不容易流出。
- 二、由實驗二可知，孔距愈大，水結的振幅愈大，但水結波長變化不大。雙孔洞所形成的水結，依序為水平面、垂直面、水平面...的水結。
- 三、由實驗三可知，水位愈高，水結波長愈長，但水結振幅變化不大；產生的水結數量變少。
- 四、由實驗四可知，孔洞愈大，水結的波長和振幅都會一起變大。
- 五、由實驗五可知，初始仰角愈大，水結波長和振幅都變小；但產生的水結數量變多。
- 六、由實驗六可知，水平夾角愈大，產生的水結數量愈少。也發現雙水柱是以麻花狀捲成水結。
- 七、由實驗七可知，不同連心線角度會影響水結波長，不影響水結振幅。雙水柱垂直的狀態最不容易形成水結。當雙孔洞相對位置改變，一開始的水結面也會跟著改變，但一樣依序旋轉 90 度。
- 八、由實驗八可知，表面張力愈小，水結的振幅和波長都變大，但形成的水結將變少。
- 九、由討論水結機制可知，形成水節的原因是因為液體的內聚力，並觀察到垂直水結與水平水結間有 90 度快速旋轉的現象。

陸、參考文獻

- 一. 郭重吉等編著(民國 107 年)，自然與生活科技二上 2-2 水溶液，南一出版。
- 二. 卓靜哲等(1996)，物理化學，第九章界面化學，三民出版社。
- 三. 會打結的水，國立台中教育大學 NTCU 科學教育與應用學系科學遊戲實驗室，2020/10/16 取自 <http://scigame.ntcu.edu.tw/water/water-003.html>。
- 四. 黃聖雯等(2002)，水柱會打結，2020/11/20 取自 <https://www.ntsec.edu.tw/Science-Content.aspx?cat=&a=0&fld=&key=&isd=1&icop=10&p=560&sid=549>

【評語】 030113

本作品透過實驗設計與簡單的理論分析得到了水結與表面張力、旋轉的向心力間的關係。結論清晰易懂，是一件良好的作品。

作品簡報

水龍搶珠

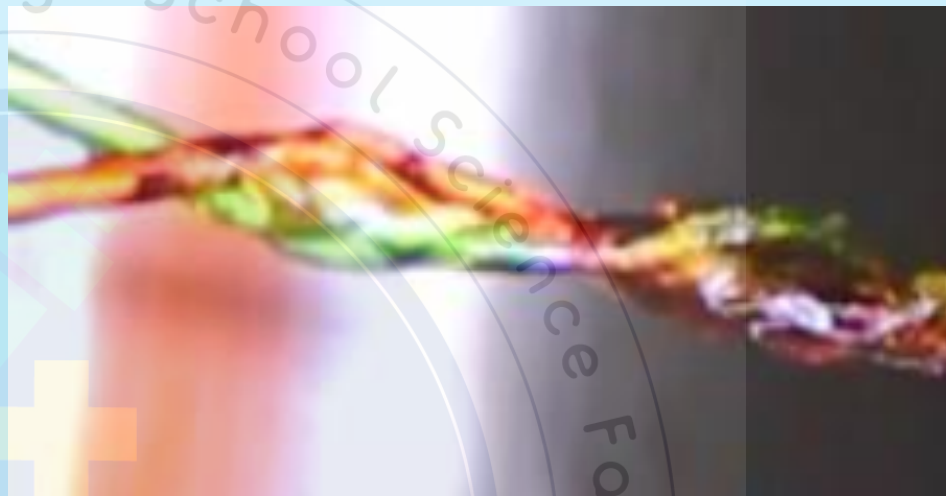
- 探討不同條件下雙水柱的交纏狀況

國中組
物理科

關鍵詞：水結、內聚力、表面張力

研究動機

水池邊，看到石雕魚噴出的水柱，水面變得凹凸不平，分析文獻後，發現都沒有解釋原因的相關研究，決定深入探討。

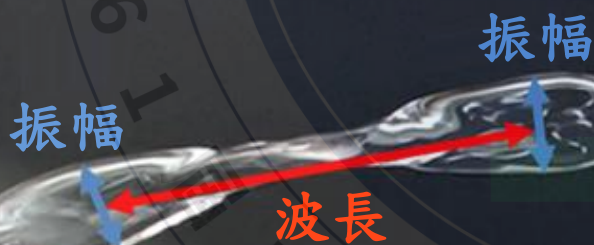


圖一 實驗結果：水柱的交纏情況(斜視圖)

名詞定義

因為這個現象與波很像，因此我們稱水結的長為波長，水結的寬為振幅，並分為俯視圖與側視圖。

(俯視圖所看到的為水平面的水結，側視圖所看到的為鉛直面的水結)



圖二 實驗結果：雙水柱所形成的水結有水平面、鉛直面(側視圖)

研究目的



分析流速方式

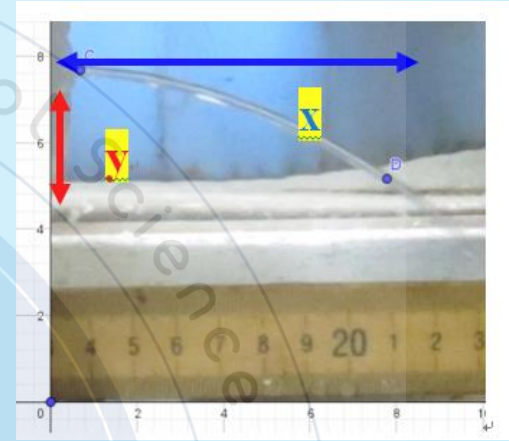
- 根據平拋運動

水平方向 $x = vt$; 鉛直方向 $y = \frac{1}{2}gt^2$

可得水平方向初始流速

$$v = x \sqrt{\frac{g}{2y}}$$

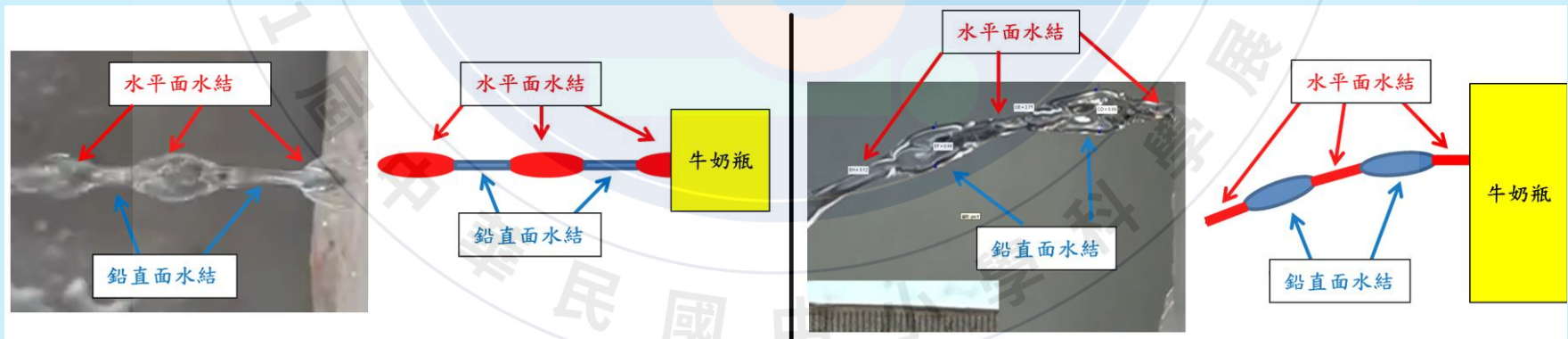
- 利用GeoGebra軟體來分析算出水平及垂直位移，並藉此算出初始的水平速度。



圖三 利用GeoGebra軟體分析數據

實驗觀察

- 雙水柱離開孔洞後，兩個水柱會形成一節節的橢圓面的水面，一開始出現為半個水平面的水結，接著出現鉛直面的水結，反覆出現。

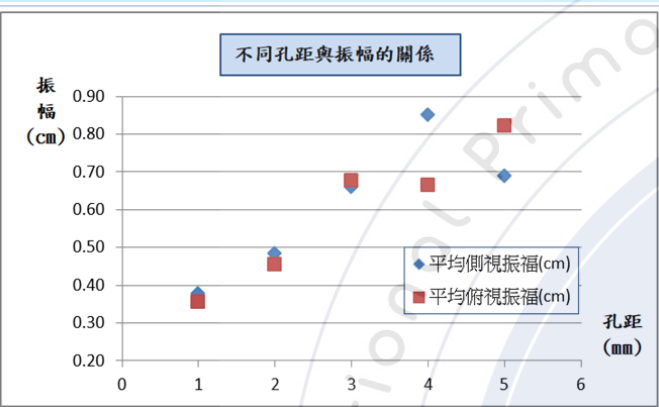


圖四 水結的俯視圖及示意圖

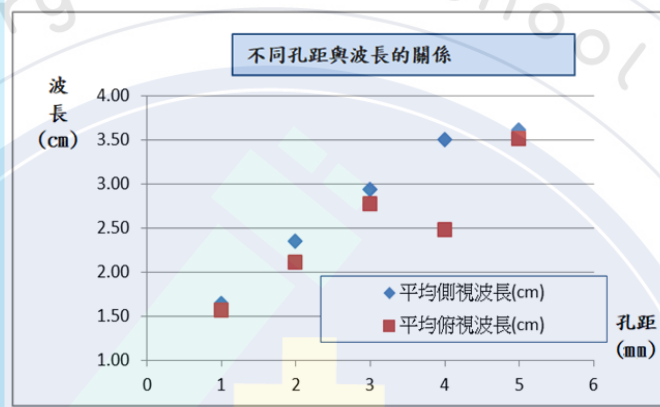
圖五 水結的側視圖及示意圖

探討不同孔距對打結情形的影響

當孔距變大時
→ 波長變大
→ 振幅變大



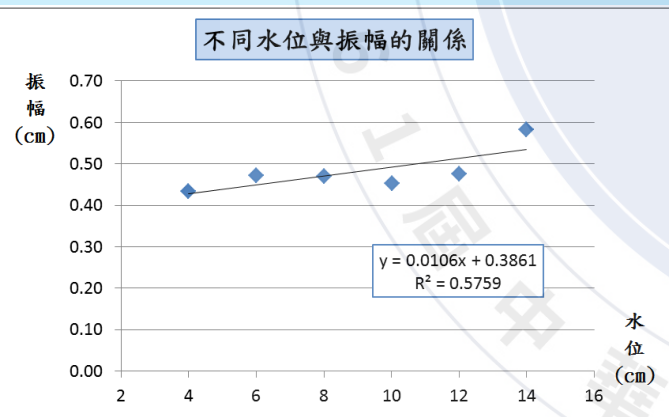
圖六 不同孔距(圓心到圓心)與振幅的關係圖



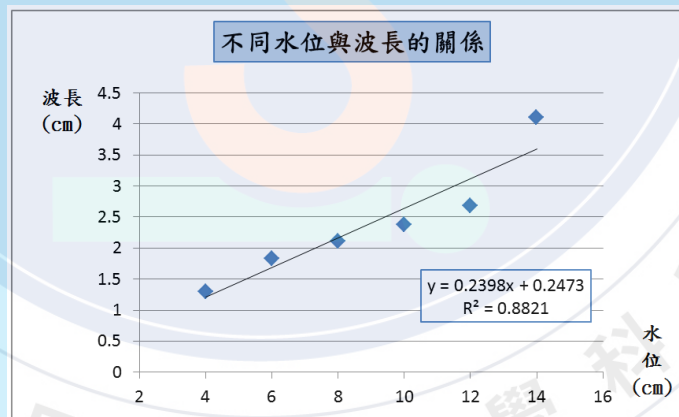
圖七 不同孔距(圓心到圓心)與波長的關係圖

探討不同水位高度對打結情形的影響

- 不同水位的振幅基本上變化不大
- 水位愈高，則波長愈長，這點可以從水位愈高，流速愈大，水平方向的位移將愈大

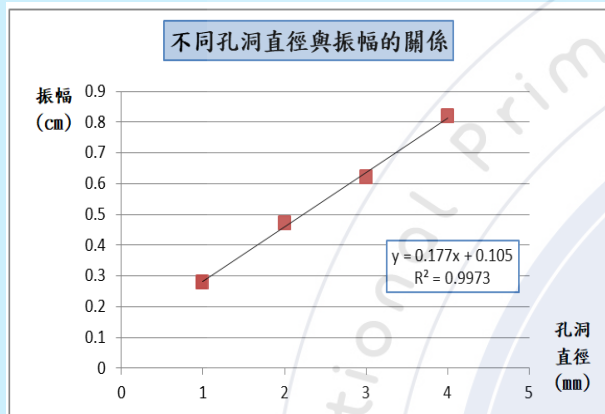


圖八 不同水位高度與振幅的關係圖

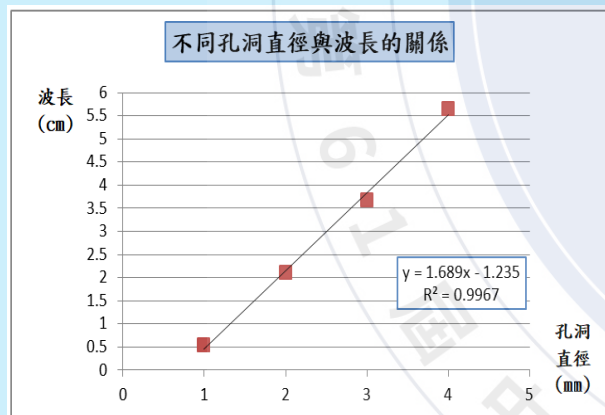


圖九 不同水位高度與波長的關係圖

探討不同孔洞大小對打結情形的影響



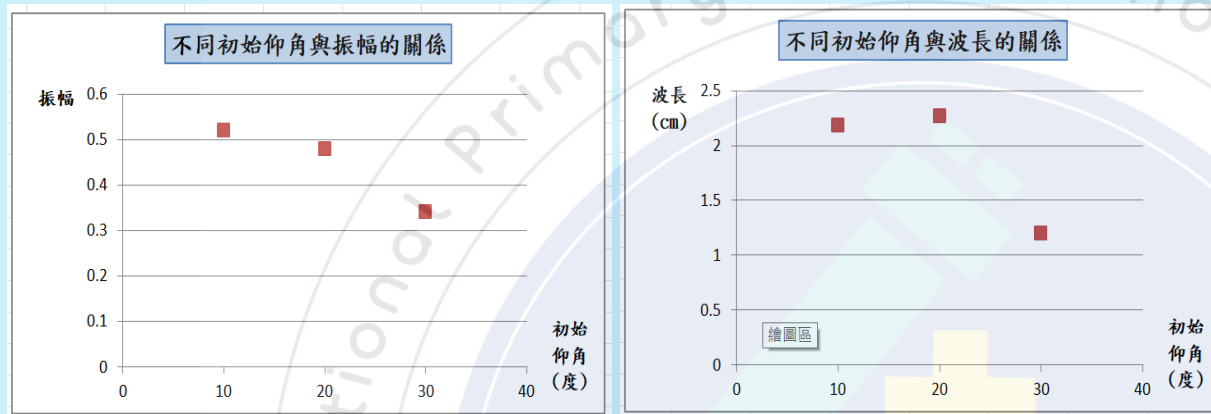
圖十 不同孔洞大小與振幅的關係圖



圖十一 不同孔洞大小與波長的關係圖

- 孔洞直徑愈大，振幅也愈大，雙水柱的最遠兩邊隨著變大，導致形成的水結振幅也跟著變大。
- 孔洞愈大，波長也變大，這應該是因為當振幅大，水的表面張力要拉回需更長時間，導致波長也變大。
- 孔洞直徑愈大，形成水結的數量將變少。之前我們就猜測，水結的形成應該與表面張力有關(後面實驗有討論)，水柱所增加的重量，將大於表面張力給予水柱的力量，導致形成水結變的更不容易。

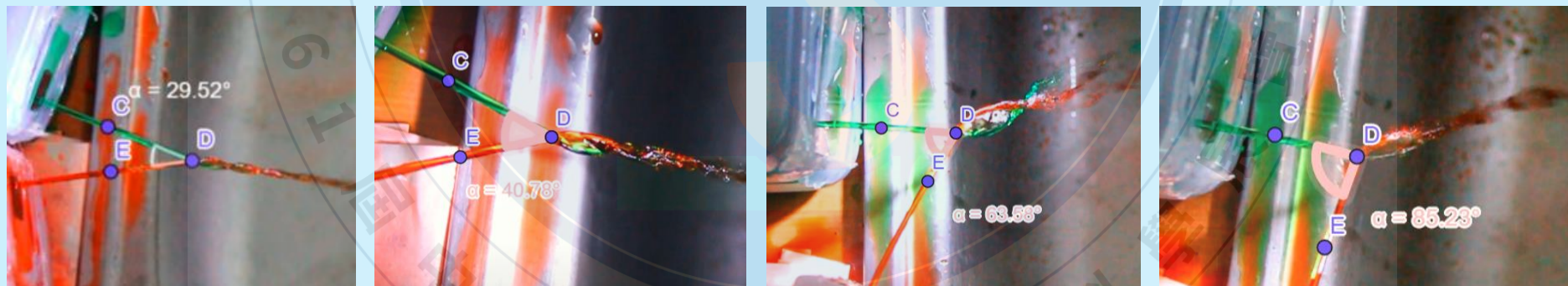
探討不同初始仰角對打結情形的影響



圖十二 不同初始仰角與振幅、波長的關係圖

當仰角變大時
→ 波長變小
→ 振幅變小
→ 水結數量將變多

探討不同初始水平夾角對打結情形的影響



圖十三 不同水平夾角的水柱交纏 (1)29.52度 (2)40.78度 (3)63.58度 (4)85.23度(由左到右)

隨著水平夾角變大，因為有水流對撞的情況發生，造成表面張力無法拉回，而使得水結數量下降。

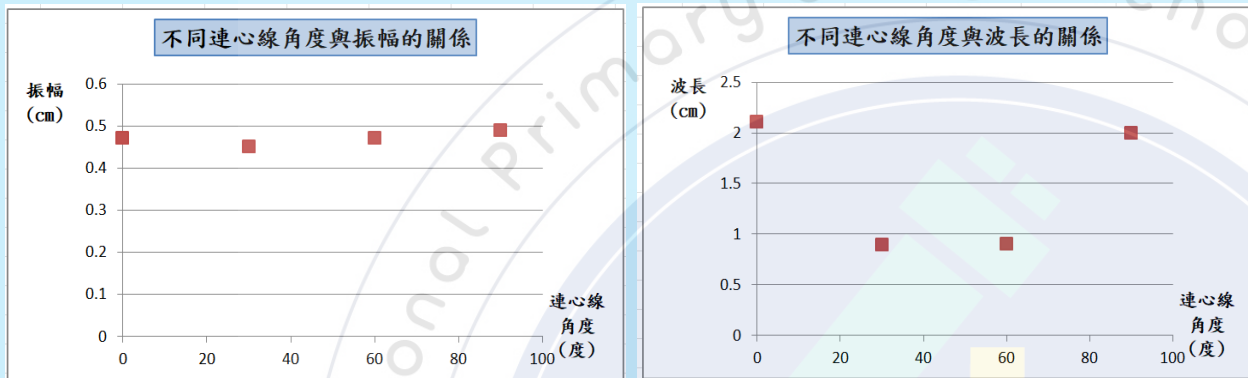
探討不同初始水平夾角對打結情形的影響



圖十四 水柱的交纏情況(斜視圖)

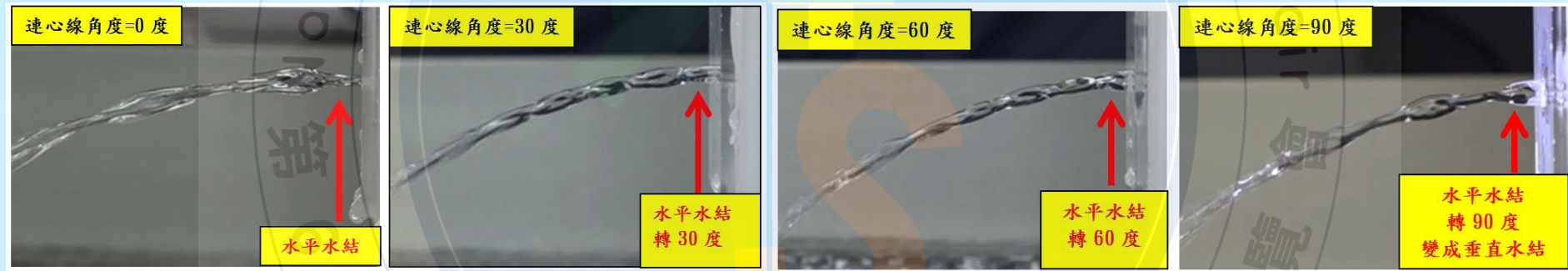
- 由上圖發現，在水柱形成的過程中，綠水柱將由在第一個水結的右方(以水流的前進方向判斷左右)，在形成第二個水結時，方向將改變成在水結左方；紅水柱也有也有相同現象，從第一個水結的左方，變到第二個水結的右方。
- 因此我們推測，雙水柱在形成水結的方式，是因為表面張力將彼此吸引，而雙水柱也會像麻花捲方式，彼此交纏而形成水結。

探討兩洞連心線角度對打結情形的影響



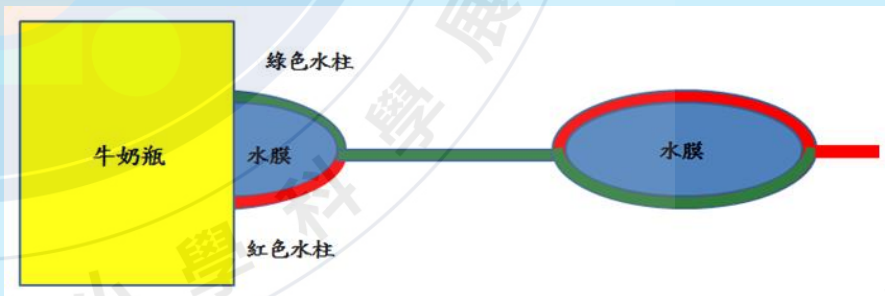
- 改變兩洞連心線角度
 - 振幅變化小
 - 波長在兩洞為水平或垂直時最大

圖十五 不同連心線角度與振幅、波長的關係圖



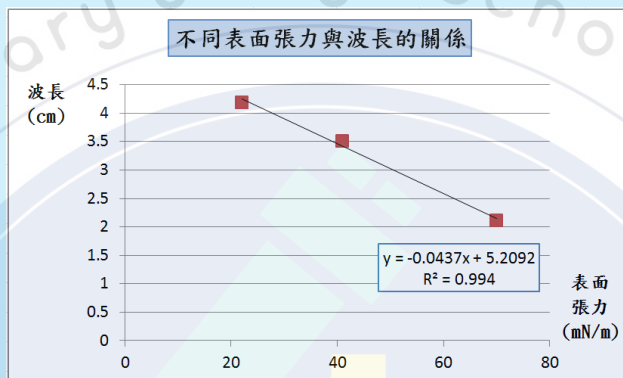
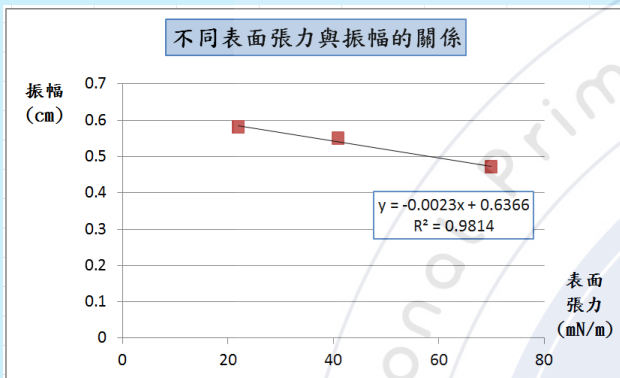
圖十六 不同連心線角度的水結情況

由實驗結果我們推測，雙水柱的高度應該要有些微差距，兩個水柱才會開始纏繞而形成水結的現象，但也發現雙水柱的高度差也不可以太大，否則反而會破壞水結的形成。



圖十七 水結形成示意圖(俯視圖)

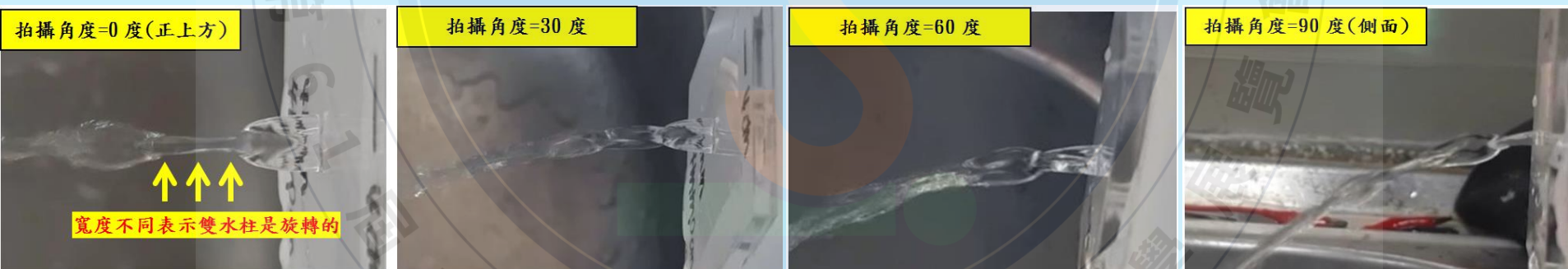
探討不同酒精濃度(表面張力)對打結情形的影響



- 表面張力大
→ 振幅變小
→ 波長變短
- 當表面張力大，雙水柱將彼此拉回的力量較大，導致水結的振幅波長跟著變小。

圖十八 不同表面張力與振幅、波長的關係圖

形成水平面水結及鉛直面水結的探討



圖二十 不同拍攝角度的水結情形

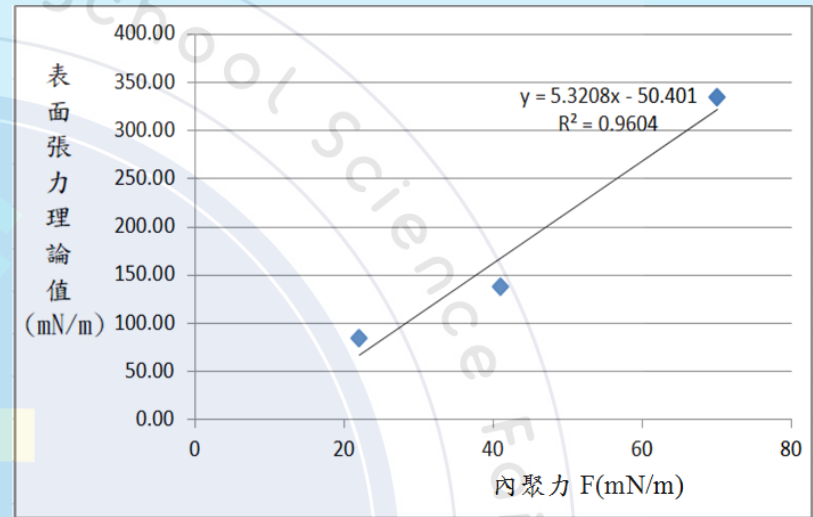
我們認為應該在水平面水結與鉛直面水結的交接處(水結節點)，水柱有快速旋轉的現象，使水柱旋轉90度，再度形成下一個水結；但為何會快速旋轉，推測這樣會使所形成的水結更穩定。

探討雙水柱旋轉的原因

水柱作圓周運動(或是說螺旋運動)，
此向心力應該由內聚力提供，而內聚力和表面張力存在著一定比例的關係。我們認為雙水柱形成水結應該要符合下列公式。

$$\text{向心力 } F = \frac{mv^2}{r} = \text{內聚力} \times \text{接觸長度}$$

($m = \text{水柱截面積} \times \text{接觸長度} \times \text{密度}$)



圖十九 表面張力理論值與內聚力的關係圖

表面張力的成因(摘自維基百科)

- 液體的內聚力是形成表面張力的原因。
- 在液體內部，分子受到鄰近分子的吸引力，液體內部分子受到的分子力合力為零。
- 在液體與氣體的分界面上的表面層中的分子受到指向液體內部的吸引力，並且有一些分子被「拉」到液體內部。
- 液體會有縮小液面面積的趨勢，在宏觀上的表現即為表面張力現象。



圖二十 表面張力與內聚力的示意圖
(摘自維基百科)

結論

	孔洞距離 ↑	孔洞大小 ↑	孔洞連心線角度 ↑	水平夾角 ↑	水位高度 ↑	表面張力 ↑
水結的 振幅	↑	↑	不變	↓	不變	↓
水結的 波長	↑	↑	水平或 鉛直時最大	↓	↑	↓
水結 數量	↓	↓	鉛直時最小	↓	↓	↑

參考文獻

- 一. 郭重吉等編著(民國 107 年)，自然與生活科技二上2-2水溶液，南一出版。
- 二. 卓靜哲等(1996)，物理化學，第九章界面化學，三民出版社。
- 三. 會打結的水，國立台中教育大學 NTCU科學教育與應用學系科學遊戲實驗室，2020/10/16取自<http://scigame.ntcu.edu.tw/water/water-003.html>。
- 四. 黃聖雯等(2002)，水柱會打結，2020/11/20取自<https://www.ntsec.edu.tw/Science-Content.aspx?cat=&a=0&fld=&key=&isd=1&icop=10&p=560&sid=549>
- 五. 表面張力，維基百科，2020/12/6取自<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E8%A1%A8%E9%9D%A2%E5%BC%A0%E5%8A%9B>