

中華民國第 61 屆中小學科學展覽會  
作品說明書

---

國中組 物理科

第二名

030112

反泡泡空氣層厚度測量之探究

學校名稱：臺北市立天母國民中學

作者： 國二 林煒翔	指導老師： 王禮章 曹晉穎
---------------	---------------------

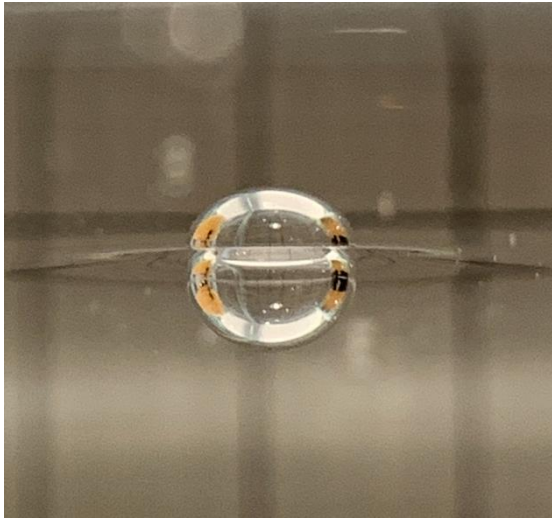
關鍵詞：反泡泡、影像追蹤、泡泡破滅瞬時影像

## 摘要

反泡泡是由一層空氣包裹著液體的泡泡，存在於液體之中，由於有不同於一般空氣泡泡的結構與運動行為，反泡泡的現象吸引了不少人對它進行研究，然而卻鮮少有人對反泡泡的空氣層厚度進行準確的測量。在這個研究中，我們提出一種測量方式，利用影像追蹤軟體 Tracker 對反泡泡在水中的運動軌跡進行記錄，並根據阿基米德原理，獲得空氣層在反泡泡中佔據的體積百分比。另一方面，由影片分析比較反泡泡破滅前後的影像，也可以測量估計空氣層包裹的液體大小與空氣層的體積百分比。比較兩種方法，我們得到相當一致的結果，說明反泡泡的空氣層厚度應在  $10^{-4}$ - $10^{-3}$ cm 的數量級，這與單一照片的測量結果有極大的差距，說明光的折射與反射效應對空氣層厚度的誤判有很大的影響。

## 壹、研究動機

對在液體中產生的泡泡做仔細觀察，可以發現經由不同的產生方式，出現的泡泡會具有不同的特性。當在水中打入氣體，可以產生常見的空氣泡泡，若將氣泡錄影，在影片慢速撥放的過程中，可以觀察到氣泡並非對稱的圓形，而運動的模式則是在泡泡產生之後，快速的向上運動，當泡泡移動到液體的表面時，我們可以觀察到泡泡經由水面的鏡像反射，上下倒影之間結合成一近似圓形的結構（如圖一）；另一方面，若是將水與沙拉脫或肥皂等介面活性劑混合，再以點滴方式注入水中，則可以產生相對完美對稱的圓形泡泡，同時，運動軌跡的模式是先下沉至某一深度之後，再緩慢上升至水平面之下，此時，透過水面的鏡像反射，形成了兩個球形泡泡上下相連的倒影，每一個泡泡都是完美的球形對稱，在光線折射反射的作用下，顯得特別明亮，好似一顆晶瑩剔透的彈珠，格外引人注目（如圖二），這種與常見氣泡相異的泡泡即是所謂的反泡泡。



圖一 空氣泡泡與倒影

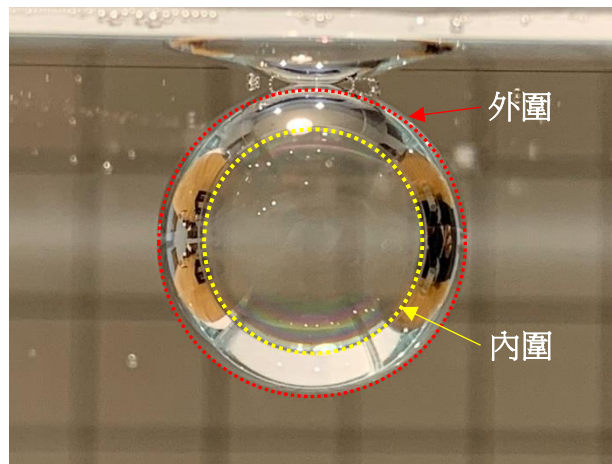


圖二 反泡泡與倒影

反泡泡之所以稱為反泡泡，主要是因為氣體層包裹液體於其中的結構與常見空氣泡泡為液體薄膜包裹氣體的形式完全相反而得名，在以往相關主題的研究當中，反泡泡的形成機制以及存在時間的長短是研究的重點，例如，中華民國第四十六屆中小學科學展覽會的作品，「泡泡造反了 - 反泡泡之形成、存活與破滅之物理特性探討」<sup>1</sup>，分析了濃度與產生反泡泡的成功率及存活時間之間的關聯；而嘉義市第三十七屆中小學科學展覽會的作品，「水中的魔法泡泡」<sup>2</sup>，則是針對反泡泡的生成條件與生成機率之間的關係進行了深入的討論。在「泡泡造反了」的研究中，是目前唯一已知對反泡泡的空氣層厚度進行測量的研究，在不同濃度的測量結果中，反泡泡的氣體層體積大多佔整體反泡泡體積的 50% 上下，甚至可以到 60% 與 70% 之間，根據此結果，我們合理猜測反泡泡受到的浮力應該不小，換句話說，反泡泡在水中的上升速度應不會太慢，然而，在我們實際觀測反泡泡上浮的過程中，明顯看到反泡泡以近乎等速度緩慢的上升，讓我們不禁懷疑反泡泡空氣層的厚度是否真有如此之厚？因此，如何針對反泡泡的空氣層進行厚度與體積百分比的準確測量，便成為激發我們這次研究的最主要動機。

## 貳、研究目的

目前產生反泡泡的常見作法是將混和沙拉脫或肥皂的水溶液滴入水中，在液滴進入水面的瞬間，將空氣一起帶入水中，在水裡形成一個被空氣層包圍的反泡泡，換句話說，反泡泡是一個空氣層包裹著液體的泡泡，而不像一般常見的泡泡是由沙拉脫或肥皂的液體薄膜包圍著氣體的空氣泡泡。所以面對反泡泡，第一個產生的問題便是如何確知反泡泡是由空氣層包圍液體形成的？如果是，那形成所謂反泡泡的空氣層厚度又是多少？為了解答以上的問題，我們必須能夠對空氣層的大小進行準確測量，目前已知的實驗測量方法是利用照相方式，直接測量相片中反泡泡的外圍半徑與內圍半徑的大小（如圖三），再以此估算空氣層厚度與體積百分比，這一方式明顯將光在反泡泡表面經由折射與反射造成的影像與光輝，誤認為是空氣層邊界，因此高估了空氣層的大小。



圖三 反泡泡的內外圍

為了能夠精準地測量空氣層的厚度，我們設計了兩種反泡泡的測量方法，一種是「影像追蹤法」，利用反泡泡在液體中運動的軌跡數據，加上反泡泡受到的作用力進行分析，此方法的重點在於我們有效避免了水中阻力對測量造成的影響，並由反泡泡的加速度大小，準確獲得空氣層的體積百分比。另一種方法是「泡泡破滅瞬時影像法」，透過反泡泡破滅前後的影像（影格之間相差約 0.033 秒），直接進行反泡泡內外半徑的測量與比較，由於泡泡破滅瞬間，內層液體不再被空氣層包覆，因此在滴入液體事先染色的幫助下，較容易獲得清晰的



反泡泡內徑輪廓，增加對反泡泡內半徑測量的準確度。透過以下幾個實驗的測量與結果的分析，我們希望確認提出的反泡泡空氣層測量方法是準確有效，可以幫助對反泡泡的結構組成有更清楚的認識。

- 一、利用「影像追蹤法」，針對不同液體濃度產生的反泡泡，測量其運動軌跡的位置變化，進而得到反泡泡的速度與加速度訊息，根據適當的加速度訊息、牛頓第二定律以及阿基米德的浮力原理，我們可以獲得準確的空氣層體積百分比大小。
- 二、利用「泡泡破滅瞬時影像法」，針對不同液體濃度產生的反泡泡，透過滴入液染的色體與手機錄影，記錄反泡泡破滅瞬間的變化影像，再由變化影像分析，測量反泡泡破滅前的外半徑，以及破滅後被染色標記的內半徑。
- 三、根據早期「泡泡造反了」研究中所採用的方式，測量照片中反泡泡的外半徑與內半徑（如圖三所示），獲得的結果將與我們提出的兩種測量方法一起比較。

### 參、研究設備及器材

 <p>魚缸</p>	 <p>沙拉脫</p>	 <p>滴管、吸管</p>
---	--	--



電子秤



量杯、針筒



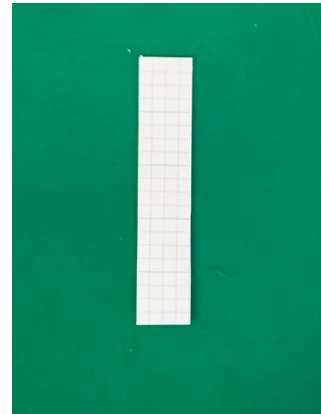
量筒



手機



食用紅色素

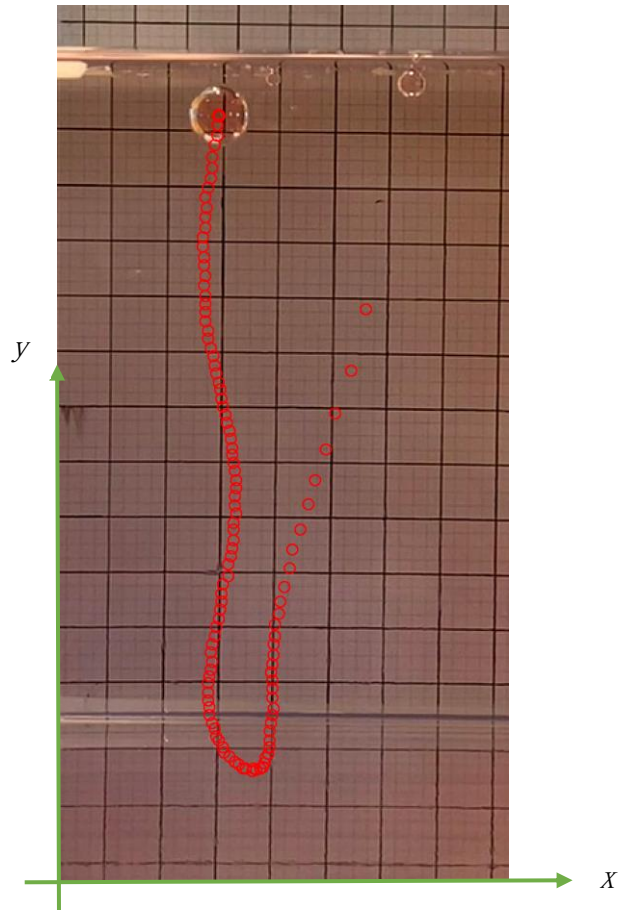


比例尺紙板

## 肆、研究過程或方法

### 實驗一：影像追蹤法

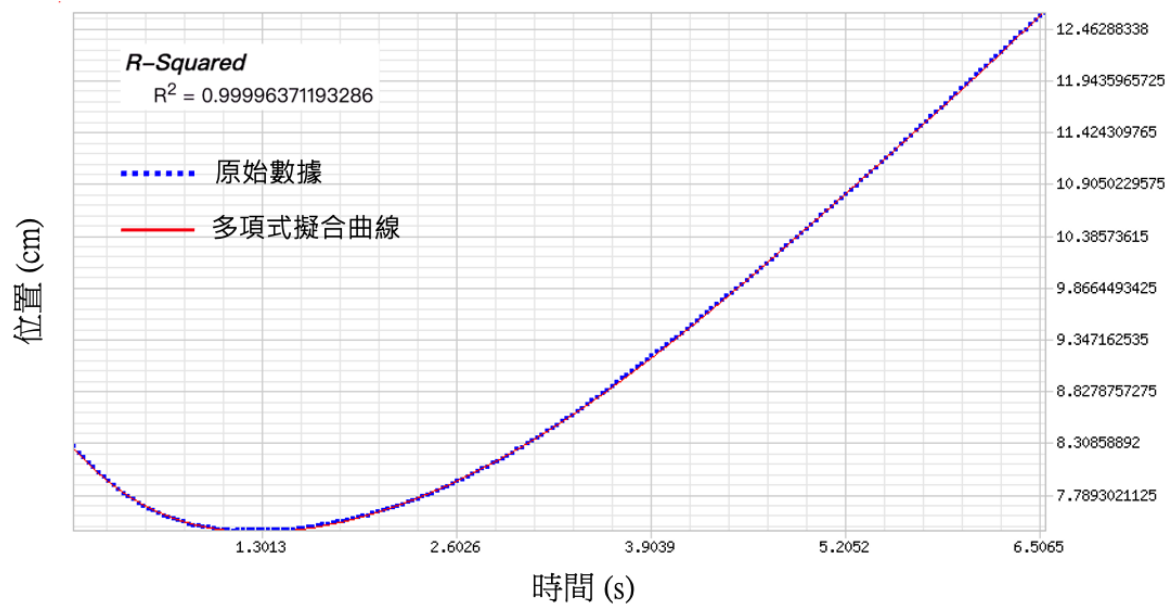
- 一、將沙拉脫與水以一定比例混合，作為滴入水中產生反泡泡的溶液，在這個研究中，我們分別以體積比 200:2 與 200:10（水:沙拉脫）的兩種比例進行實驗。
- 二、將透明魚缸裝水，並在水中放置作為比例尺的方格紙板，同時架設手機，使手機鏡頭保持置中以及與魚缸玻璃平行的位置，準備之後的影像紀錄。
- 三、將適量混合沙拉脫與水的溶液加入少許紅色食用色素，再以吸管或滴管吸取，滴入裝水的魚缸中產生反泡泡，同時全程以手機錄影紀錄反泡泡在水中的運動軌跡（如圖四）。



圖四 反泡泡的運動軌跡

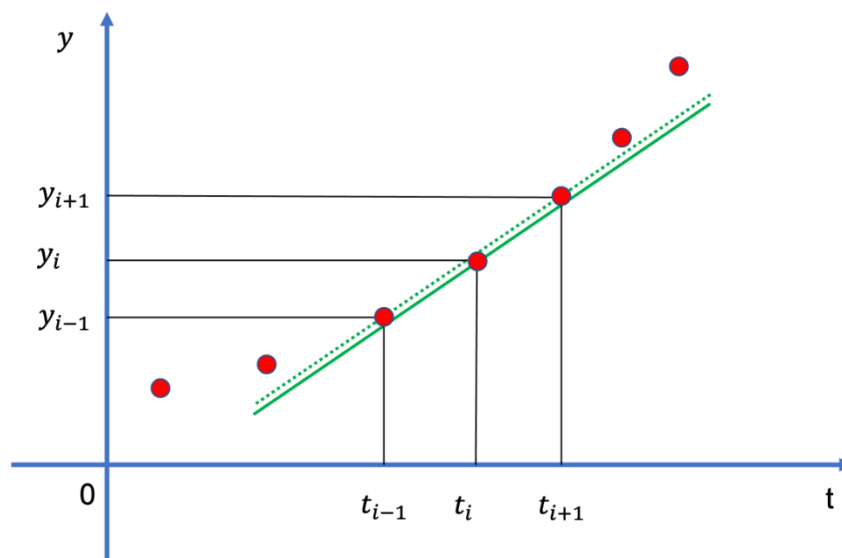
四、藉由影像軌跡追蹤軟體 Tracker<sup>3</sup> 分析獲得的反泡泡影像，利用 Tracker 設定的座標系統，將魚缸底部左下角設為原點，透過 Tracker 可以將反泡泡在 XY 平面上的位置與時間關係做詳細的紀錄，影格與影格之間的時間間隔約為 0.033 秒，我們將利用 Y 方向的位置與時間關係分析反泡泡的運動速度與加速度。

五、將取得的位置與時間關係，先經過多項式的擬合<sup>4</sup>，使位置的微小抖動可以消除，避免在稍後做速度與加速度的計算時，造成抖動的進一步放大，影響數據的分析。我們要強調，擬合皆取足夠多的多項式，因此結果與原始位置數據的一致性都達到  $R^2 > 0.9999$  的標準，可以說擬合的結果與原始數據幾乎沒有差別，圖五為參考例子。



圖五 反泡泡位置與時間數據的擬合

六、透過 Microsoft Excel 以差分法進行速度與加速度的計算。速度是單位時間位置的變化量，也就是位置對時間函數曲線的斜率，由於時間間隔相當短，只有 0.033 秒，因此在某一個時間點的斜率，可以由前後兩個時間點來近似（圖六），



圖六 差分法

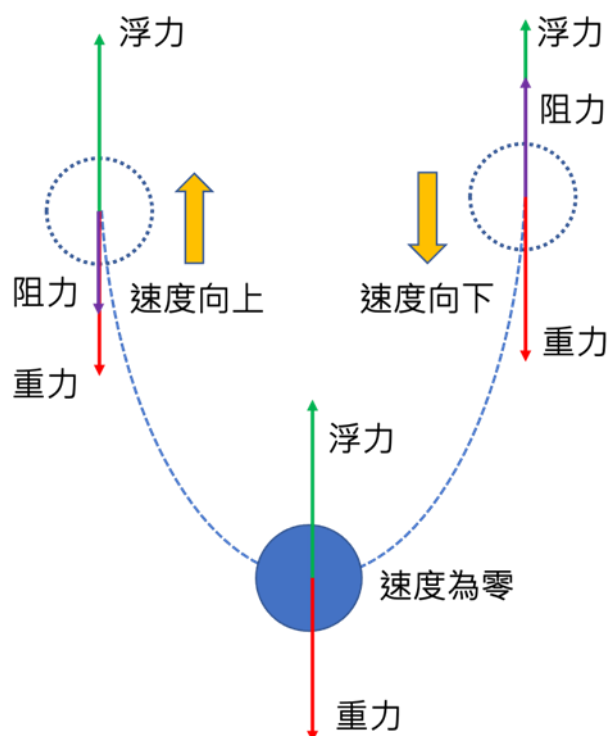
在時間 $t_i$ 的速度計算公式如下：

$$v_i = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$

同理，加速度是單位時間速度的變化量，也就是速度對時間函數曲線的斜率，因此，在時間 $t_i$ 的加速度計算公式如下：

$$a_i = \frac{v_{i+1} - v_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$

七、分析反泡泡在水中運動時的受力（圖七），在有空氣層存在的條件下，由於空氣密度遠小於水，使得反泡泡會受到浮力的作用，此外，反泡泡運動帶有速度，所以也受到與運動方向相反的阻力作用，最後還有一項重力作用。因為阻力的大小與速度有關，而作用方向又與運動速度方向相反，所以在反泡泡下沉與上升的過程中，受到的阻力方向不同，力的大小也隨速度大小不同而改變，但是觀察反泡泡運動軌跡可以發現，當反泡泡下沉到最低點時速度會為零，這時阻力的作用為零，因此只剩下浮力與重力的作用，



圖七 反泡泡受力分析

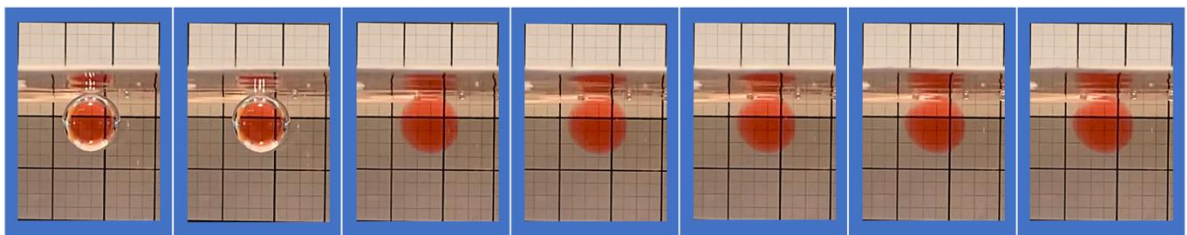
由於浮力大小可以由阿基米德原理得知，重力大小則是可以根據反泡泡體積以及氣體與反泡泡溶液的密度求得，所以根據此一阻力為零時的反泡泡加速度，我們可以由牛頓第二定律分析得到反泡泡的液體以及氣體體積百分比。

浮力： $F_b = \rho_w V g$	$x$ ：反泡泡液體體積百分比
重力： $F_g = m g$	$1 - x$ ：反泡泡氣體體積百分比
反泡泡質量： $m = \rho_a(1 - x)V + \rho_b x V$	$V$ ：反泡泡體積
牛頓第二定律： $F = F_b - F_g = m a$	$a$ ：反泡泡加速度
反泡泡液體體積百分比與加速度的關係：	$g$ ：重力加速度（980 cm/s <sup>2</sup> ）
$x = \frac{\left(1 + \frac{a}{g}\right) - \frac{\rho_w}{\rho_a}}{\left(1 + \frac{a}{g}\right)\left(1 - \frac{\rho_b}{\rho_a}\right)}$	$\rho_w$ ：水密度（1.0 g/cm <sup>3</sup> ）
	$\rho_a$ ：空氣密度（0.0013 g/cm <sup>3</sup> ）
	$\rho_b$ ：反泡泡溶液密度（體積濃度比 200:2 的密度為 1.0045 g/cm <sup>3</sup> ；體積濃度比 200:10 的密度為 1.0048 g/cm <sup>3</sup> ）

表一 反泡泡液體體積百分比與加速度的關係式，以及相關的物理定律與參數

## 實驗二：泡泡破滅瞬時影像法

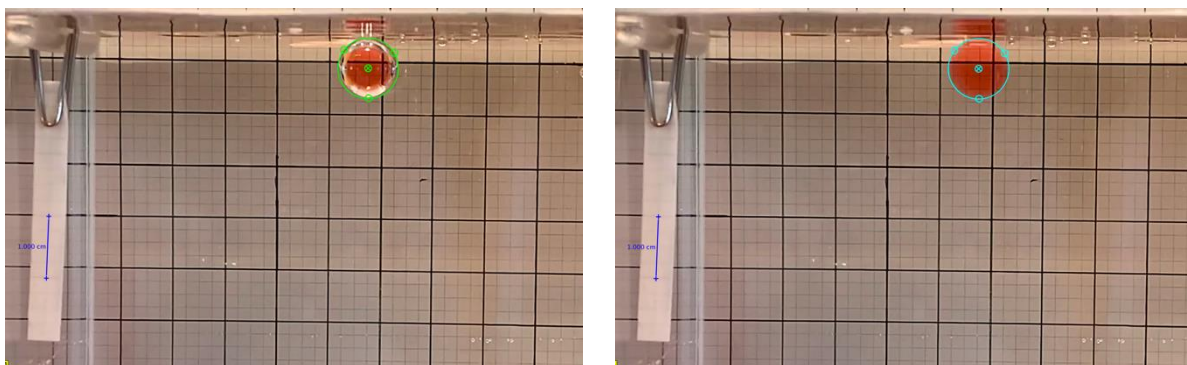
- 根據實驗一獲得的反泡泡影像尋找反泡泡破滅瞬間的影格，在 0.033 秒的影格間隔，可以清楚看到反泡泡破滅前與剛破滅瞬間的不同影像（圖八）。



圖八 反泡泡破滅過程的瞬時影像



二、利用 Tracker 的圓周測量功能，我們可以從反泡泡破滅前的影像圈出反泡泡的圓周，再以破滅瞬間的影像，圈選出反泡泡液體部分的圓周，由於事前染色的效果，反泡泡液體部分呈現紅色，與周圍的水形成對比，可以有效幫助確認反泡泡液體部分的圓周範圍。



圖九 反泡泡圓周長（左）與反泡泡液體部分圓周長（右）的測量

三、Tracker 會依據圈選的圓周大小，計算出圓的半徑，圖九（左）可以得到反泡泡的外半徑，圖九（右）可以得到反泡泡的內半徑，兩者相減即是空氣層的厚度，Tracker 能測量到的精確度是 0.001 公分，由於外半徑與內半徑非常接近，所以能分辨的厚度範圍最小只能達到 0.001 公分。

四、根據圓的體積為  $\frac{4}{3}\pi r^3$  的關係式，我們可以由內外半徑比的三次方得到反泡泡液體體積百分比，由此也可以得到反泡泡的氣體體積百分比。

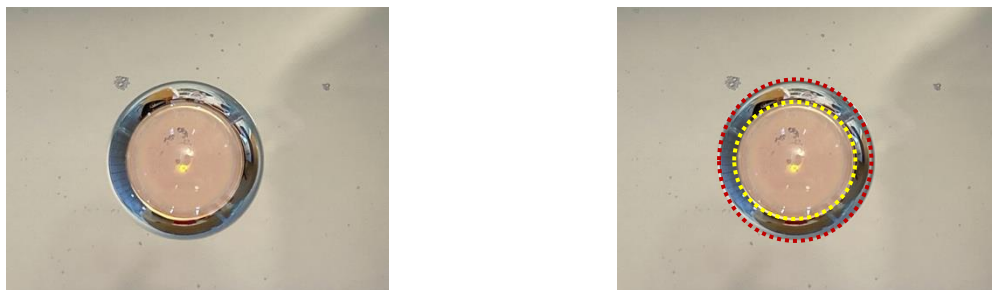
五、利用表一裡反泡泡液體體積百分比與加速度的關係式，我們也可以由測量得到的液體體積百分比，反過來獲得反泡泡的加速度。

### 實驗三：照相法

一、以實驗一獲得的反泡泡影像，擷取其中一影格的影像為照片，仿照早期「泡泡造反了」的研究，測量反泡泡的內外半徑。



二、因為反泡泡液體染色的效果，我們得到的反泡泡有更加明顯的內圈，而外圍則有一圈明顯由光線折射與反射造成的影像，利用 Tracker 的圓周測量工具，我們可以測量圈選的內外圓半徑。



圖十 左：內部液體染色的反泡泡有明顯的內外圈之分。右：被圈選出的內外圓。

三、由內外半徑比的三次方得到反泡泡的液體體積百分比，同時以此獲得氣體體積百分比。

四、利用反泡泡液體體積百分比與加速度的關係式，我們可以由測量得到的液體體積百分比，獲得反泡泡的加速度。

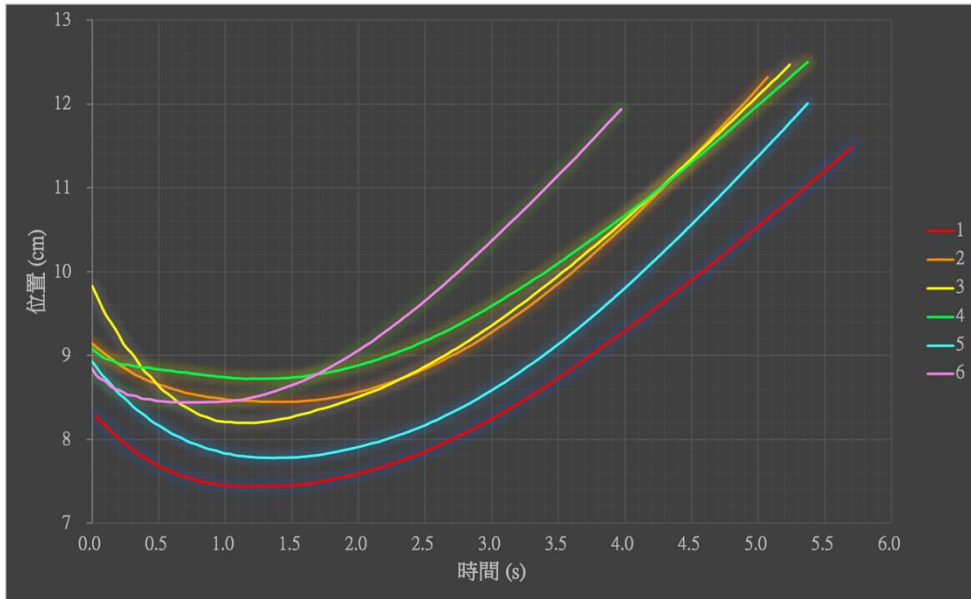
## 伍、研究結果

實驗一：「影像追蹤法」的結果。

一、由反泡泡軌跡獲得位置、速度與加速度隨時間的變化。

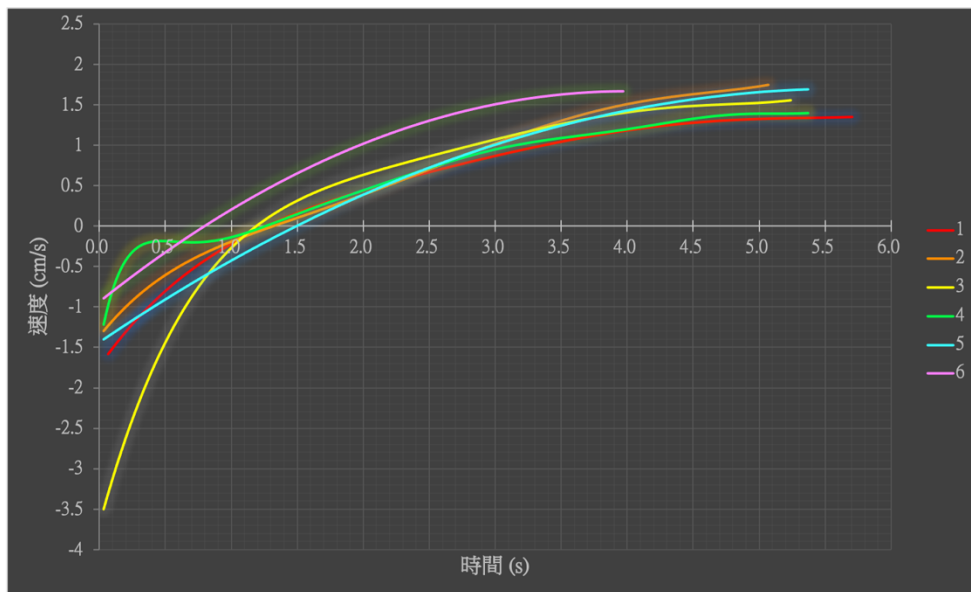
(一) 液體濃度 200:2 的 6 個反泡泡：

1. 反泡泡剛進入水中時，一開始並非完全穩定，形狀不是完整的圓形，會有較大的震動產生，所以軌跡追蹤是從反泡泡形狀穩定之後才開始記錄位置的變化，因此圖十一中的位置起點是在水面之下，而反泡泡上升至水面時會因為碰撞水的表面而反彈，為了避開反彈的部分，所以終點位置的紀錄大多是剛到達水面下或是在水面下方一點的地方。



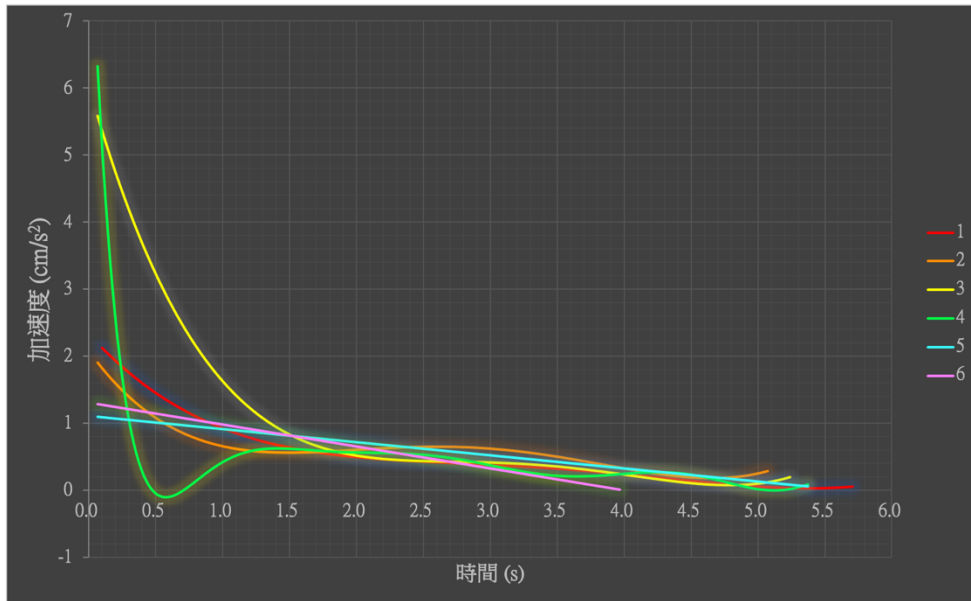
圖十一 位置與時間的關係

2. 根據圖十一的位置，以差分法計算反泡泡的速度值。



圖十二 速度與時間的關係

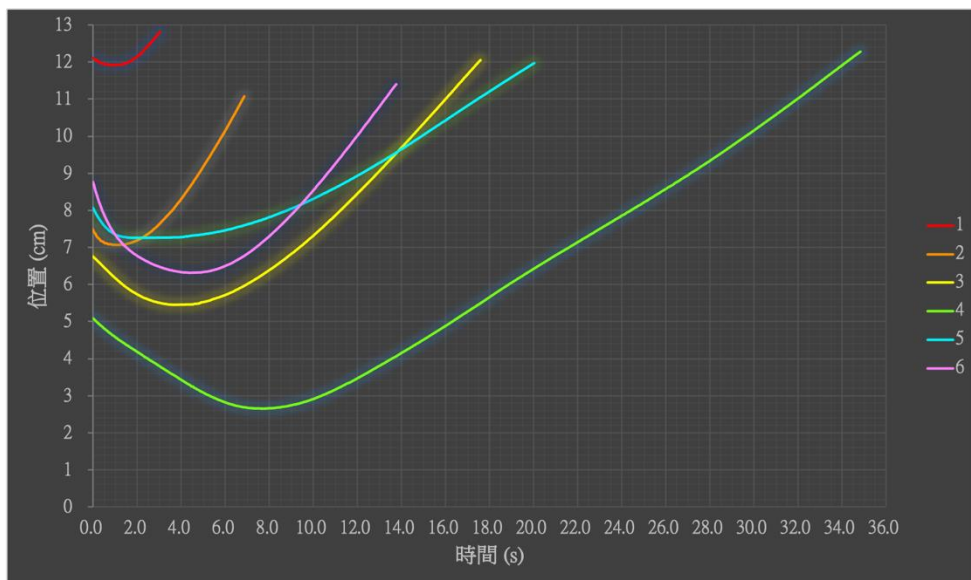
3. 根據圖十二的速度，以差分法計算反泡泡的加速度。



圖十三 加速度與時間的關係

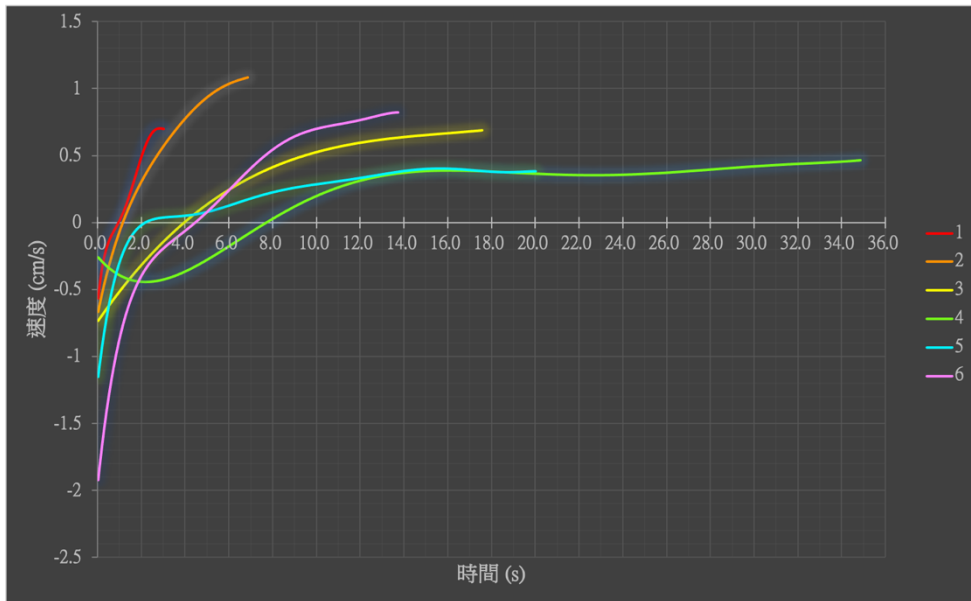
(二) 液體濃度 200:10 的 6 個反泡泡：

1. 液體濃度大的反泡泡觀察到一個下沉特別淺與另一特別深的例子，分別是圖十四中編號 1（紅線）與 4（綠線）的反泡泡。



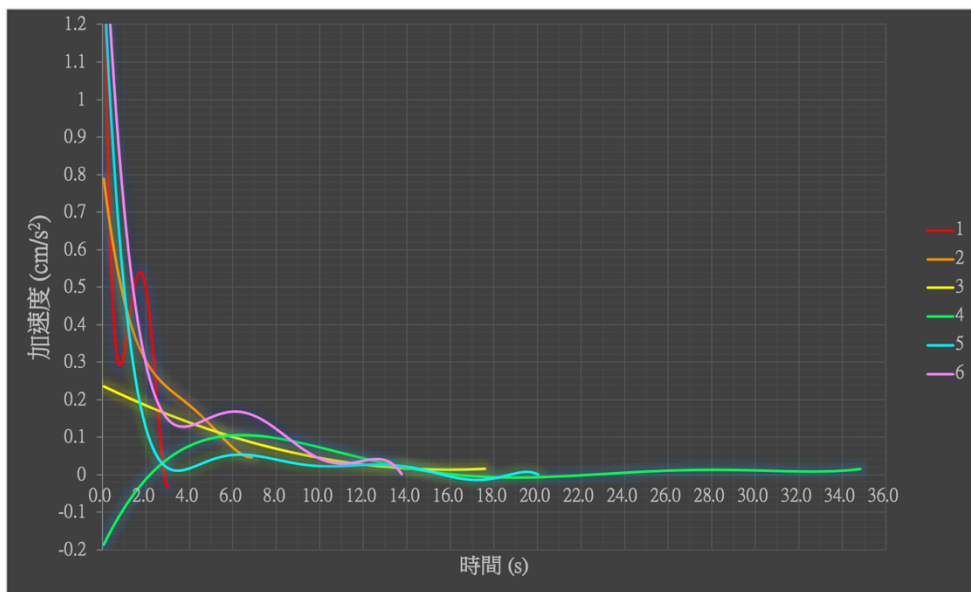
圖十四 位置與時間的關係

2. 根據圖十四的位置，以差分法計算反泡泡的速度值。



圖十五 速度與時間的關係

3. 根據圖十五的速度，以差分法計算反泡泡的加速度。



圖十六 加速度與時間的關係

二、根據牛頓第二運動定律與阿基米德原理獲得反泡泡液體與氣體體積百分比、內外半徑，以及氣體厚度。

(一) 液體濃度 200:2 的 6 個反泡泡：

編號	加速度 ( $\text{cm/s}^2$ )	液體體積 百分比 (%)	氣體體積 百分比 (%)	外半徑 ( $\text{cm}$ )	內半徑 ( $\text{cm}$ )	氣體厚度 ( $\text{cm}$ )
1	0.74	99.476	0.524	0.4870	0.4861	0.0009
2	0.57	99.493	0.507	0.5000	0.4992	0.0008
3	1.24	99.425	0.575	0.4870	0.4861	0.0009
4	0.60	99.490	0.510	0.4980	0.4972	0.0008
5	0.81	99.469	0.531	0.4970	0.4961	0.0009
6	1.04	99.446	0.554	0.4310	0.4302	0.0008
平均	0.833	99.467	0.533	0.4833	0.4825	0.00085

表二

(二) 液體濃度 200:10 的 6 個反泡泡：

編號	加速度 ( $\text{cm/s}^2$ )	液體體積 百分比 (%)	氣體體積 百分比 (%)	外半徑 ( $\text{cm}$ )	內半徑 ( $\text{cm}$ )	氣體厚度 ( $\text{cm}$ )
1	0.28	99.493	0.507	0.457	0.4562	0.0008
2	0.43	99.478	0.522	0.593	0.5920	0.0010

3	0.14	99.507	0.493	0.484	0.4832	0.0008
4	0.099	99.512	0.488	0.422	0.4213	0.0007
5	0.088	99.513	0.487	0.460	0.4593	0.0007
6	0.14	99.507	0.493	0.480	0.4792	0.0008
平均	0.196	99.502	0.498	0.4827	0.4819	0.0008

表三

實驗二：「泡泡破滅瞬時影像法」的結果。

一、液體濃度 200:2 的 6 個反泡泡：

編號	外半徑 (cm)	內半徑 (cm)	氣體厚度 (cm)	$\left(\frac{\text{內半徑}}{\text{外半徑}}\right)^3$ (%)	氣體體積 百分比 (%)	加速度 (cm/s <sup>2</sup> )
1	0.487	0.486	0.001	99.385	0.615	1.64
2	0.500	0.499	0.001	99.401	0.599	1.48
3	0.487	0.486	0.001	99.385	0.615	1.64
4	0.498	0.497	0.001	99.399	0.601	1.50
5	0.497	0.496	0.001	99.398	0.602	1.51
6	0.431	0.430	0.001	99.306	0.694	2.42

平均	0.483	0.482	0.001	99.379	0.621	1.70
----	-------	-------	-------	--------	-------	------

表四

二、液體濃度 200:10 的 6 個反泡泡：

編號	外半徑 (cm)	內半徑 (cm)	氣體厚度 (cm)	$\left(\frac{\text{內半徑}}{\text{外半徑}}\right)^3$ (%)	氣體體積 百分比 (%)	加速度 (cm/s <sup>2</sup> )
1	0.457	0.456	0.001	99.345	0.655	1.74
2	0.593	0.592	0.001	99.495	0.505	0.26
3	0.484	0.483	0.001	99.381	0.619	1.38
4	0.422	0.421	0.001	99.291	0.709	2.28
5	0.460	0.459	0.001	99.349	0.651	1.70
6	0.480	0.479	0.001	99.376	0.624	1.43
平均	0.483	0.482	0.001	99.373	0.627	1.47

表五

實驗三：「照相法」的結果。

一、液體濃度 200:2 的 6 個反泡泡：



編號	外半徑 (cm)	內半徑 (cm)	氣體厚度 (cm)	$\left(\frac{\text{內半徑}}{\text{外半徑}}\right)^3$ (%)	氣體體積 百分比 (%)	加速度 (cm/s <sup>2</sup> )
1	0.487	0.363	0.124	41.413	58.587	1372
2	0.500	0.375	0.125	42.188	57.813	1328
3	0.487	0.363	0.124	41.413	58.587	1372
4	0.498	0.372	0.126	41.681	58.319	1356
5	0.497	0.372	0.125	41.933	58.067	1342
6	0.431	0.318	0.113	40.165	59.835	1444
平均	0.483	0.361	0.123	41.465	58.535	1369

表六

二、液體濃度 200:10 的 6 個反泡泡：

編號	外半徑 (cm)	內半徑 (cm)	氣體厚度 (cm)	$\left(\frac{\text{內半徑}}{\text{外半徑}}\right)^3$ (%)	氣體體積 百分比 (%)	加速度 (cm/s <sup>2</sup> )
1	0.487	0.358	0.099	48.073	51.927	1046
2	0.500	0.470	0.123	49.789	50.211	976.4

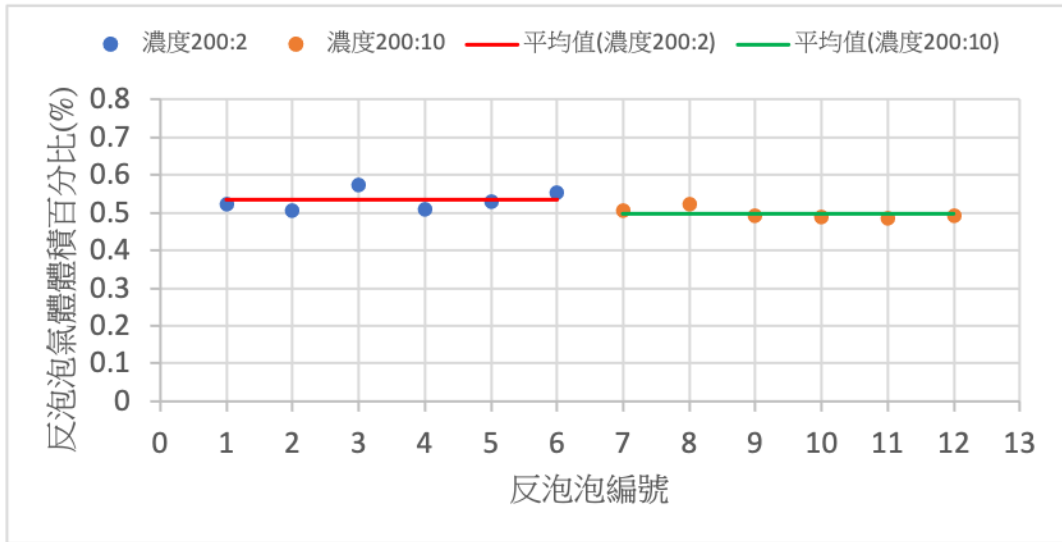
3	0.487	0.374	0.110	46.140	53.860	1131
4	0.498	0.302	0.120	36.651	63.349	1675
5	0.497	0.335	0.125	38.624	61.376	1540
6	0.431	0.390	0.090	53.638	46.362	836.3
平均	0.483	0.358	0.111	45.486	54.514	1201

表七

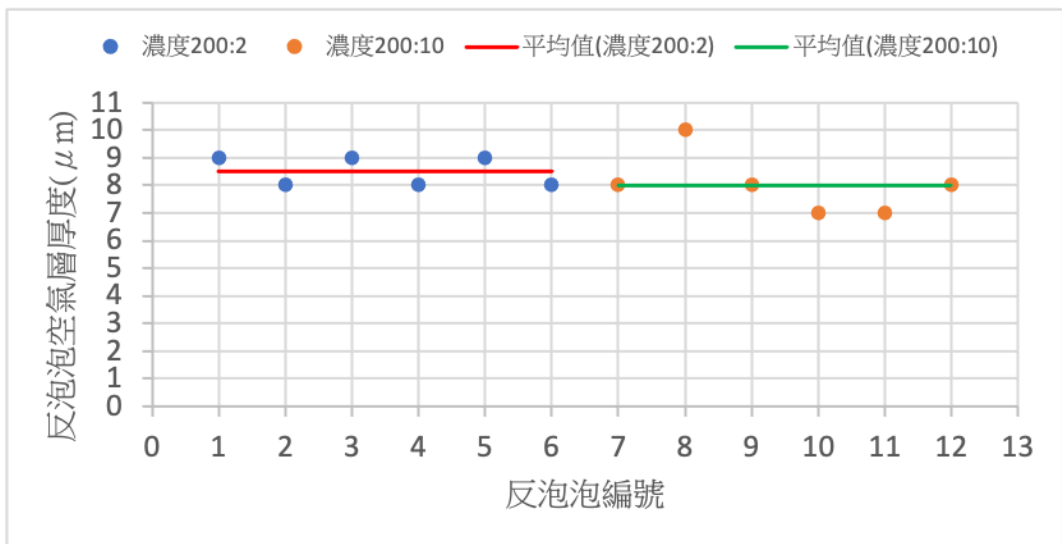
## 陸、討論

### 實驗一：影像追蹤法

- 一、圖十一~圖十三以及圖十四~圖十六分別呈現濃度 200:2 與 200:10 的反泡泡在垂直方向的位置、速度以及加速度的變化，兩種濃度相異的反泡泡在運動模式上差別不大，速度的變化都是先為負值（向下）的速度，逐漸接近零速度，在抵達最低點達到零速度後轉為正值（向上）的速度；加速度部分則是一開始有較大的加速度，隨時間增加加速度逐漸趨近於零，這也反應在上升過程中，速度逐漸趨於固定大小的特性上。不同濃度產生的差異主要表現在上升過程所耗費時間的不同，濃度 200:10 的反泡泡相較濃度 200:2 下沉較深，所以平均花費較多時間在上升過程，因此可以更明顯看到速度在上升過程趨近於固定值的趨勢。
- 二、比較兩種濃度反泡泡的氣體體積百分比與空氣層厚度，可以清楚發現氣體體積百分比大約都在 0.5% 上下，濃度低的氣體體積百分比稍微大一些（圖十七），而比較兩者空氣層的厚度，也可以看到厚度相差不大，平均都在 8 微米左右的範圍（圖十八）。

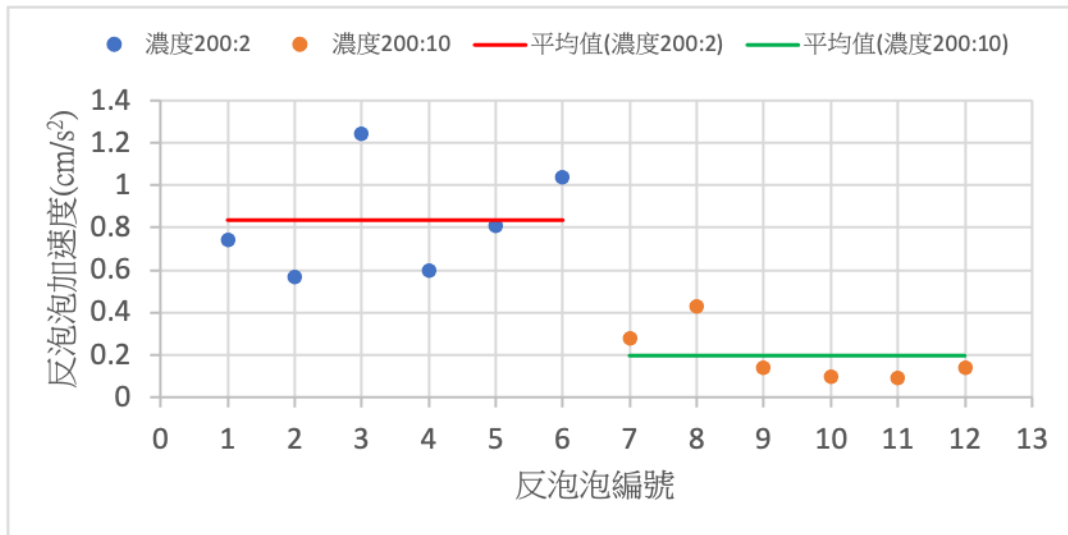


圖十七 比較兩種不同濃度反泡泡的氣體體積百分比



圖十八 比較兩種不同濃度反泡泡的空氣層厚度

三、比較兩種濃度反泡泡在最低點時的加速度（圖十九），雖然兩者氣體體積百分比與厚度的差別不大，但在加速度的表現上卻有顯著的區別，低濃度反泡泡的加速度明顯大於高濃度反泡泡有 4 倍以上，因此在最低點的加速度是一個判斷反泡泡濃度很好的指標，換句話說，以反泡泡軌跡取得加速度的方法，是一個測量反泡泡空氣層的靈敏方法。



圖十九 比較兩種不同濃度反泡泡在最低點的加速度

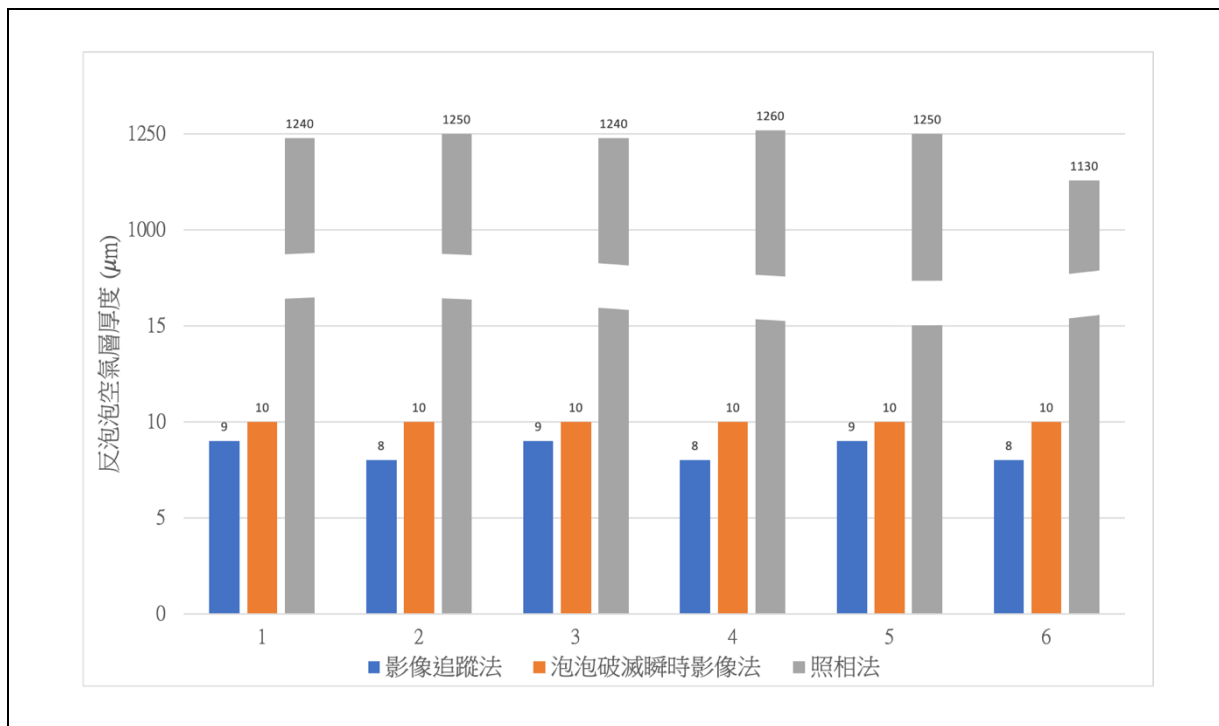
### 實驗二：泡泡破滅瞬時影像法

- 一、依據反泡泡破滅瞬間的影像，可以最直接地測量反泡泡的液體體積百分比，由圖八的影像例子可以發現，透過將反泡泡液體染色的方式，可以明顯分辨反泡泡的液體與水，使測量不受到反泡泡對光線折射與反射造成的影響。
- 二、由於反泡泡空氣層相當薄，因此破滅前整體反泡泡的周長與反泡泡液體部分的周長相當接近，受限於測量的精確度，在目前的測量中只能分辨至 0.001 公分的差別，所以有稍微高估了反泡泡氣體層的厚度，導致加速度值也被高估。
- 三、雖然「泡泡破滅瞬時影像法」在目前的實驗中並無法提供最精確的空氣層厚度資訊，但是空氣層厚度在 10 微米以內的論點是可以確認的，支持了「影像追蹤法」的結果，也使我們確信影像追蹤法在測量反泡泡空氣層厚度上的優勢。

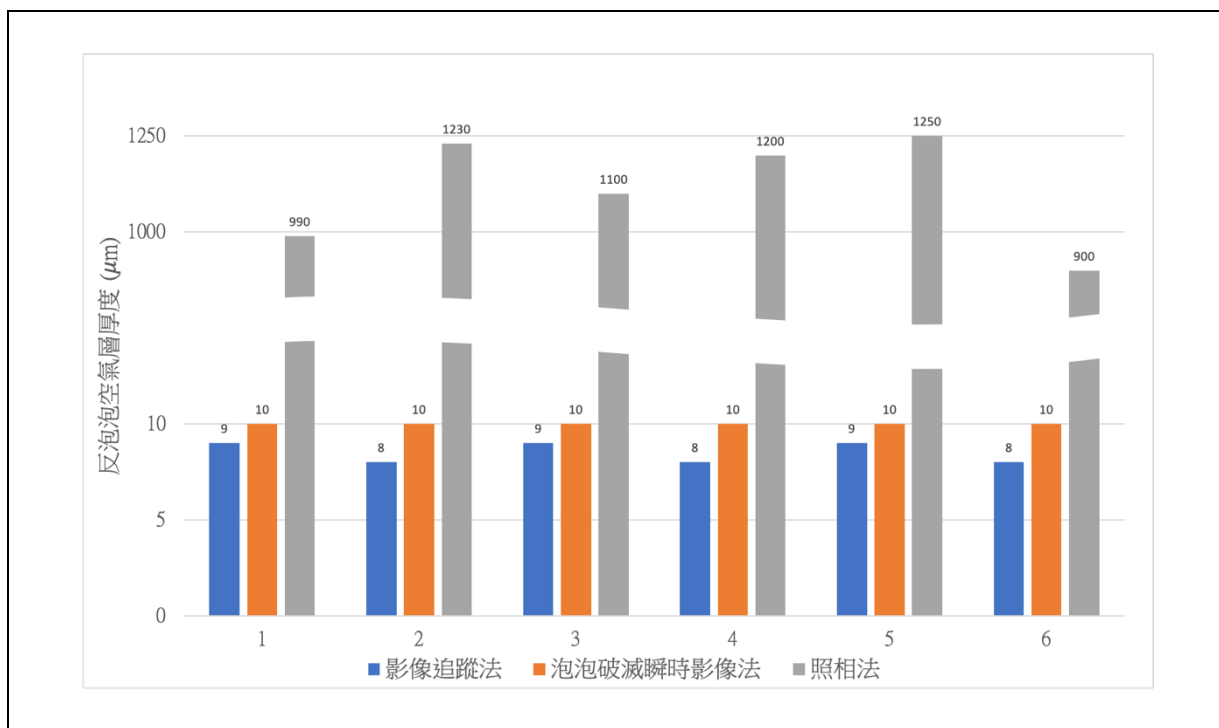
### 實驗三：照相法

- 一、照片中的反泡泡，在食用色素染色的效果下，看似有明顯的氣體與液體交界（見圖十），因此也能定義出反泡泡的內外圓半徑，此方式測量得到的內半徑明顯小於前面兩種測量方法。針對濃度 200:2 的反泡泡，圖二十比較了三種不同測量方式得到的空氣層

厚度，結果顯示「照相法」得到的厚度遠高過其他兩種方法 100 倍以上。圖二十一則是針對濃度 200:10 的反泡泡所做的比較，亦獲得同樣的結論。

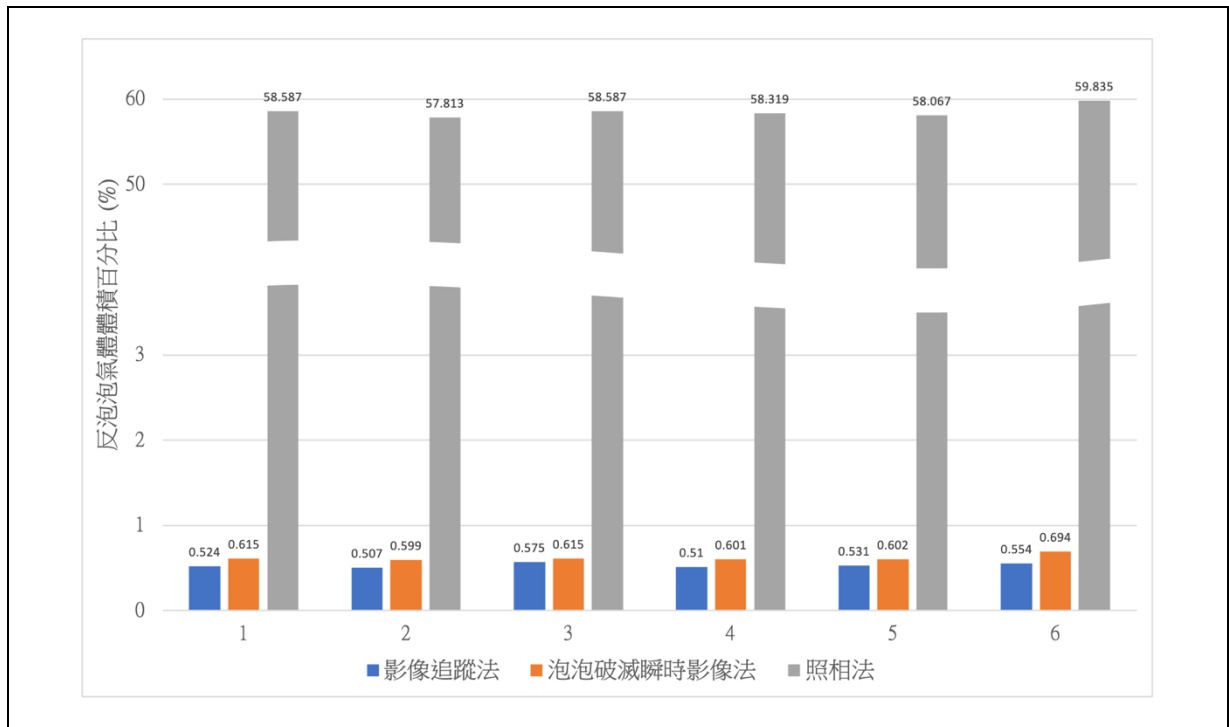


圖二十 比較三種不同方式獲得的反泡泡空氣層厚度 (濃度 200:2)

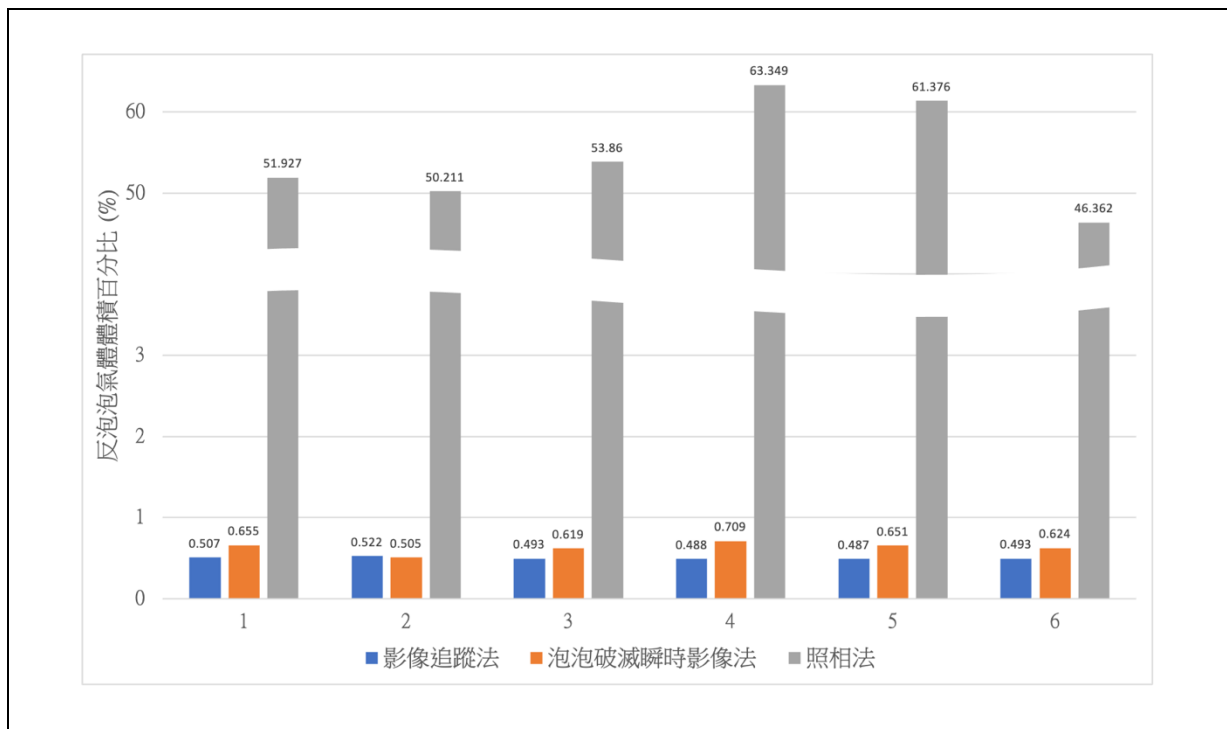


圖二十一 比較三種不同方式獲得的反泡泡空氣層厚度 (濃度 200:10)

二、由內外半徑比的三次方可以得到反泡泡的氣體體積百分比，當進一步將三種方式獲得的結果加以比較，同樣可以清楚看到「影像追蹤法」與「泡泡破滅瞬時影像法」的結果相當，大約在 0.5~0.6% 上下，但是「照相法」得到的結果卻可高達 60% 以上。圖二十二針對濃度 200:2 的反泡泡進行三種方法的比較，而圖二十三則是針對濃度 200:10 的反泡泡進行三種方法的比較。



圖二十二 比較三種不同方式獲得的反泡泡氣體體積百分比（濃度 200:2）



圖二十三 比較三種不同方式獲得的反泡泡氣體體積百分比（濃度 200:10）

三、由於「照相法」測得的氣體體積百分比高達 50~60%，可以預期反泡泡受到的浮力應該相對較大，這也反映在估計的加速度值上面，由表六與表七可以看到加速度值約在 1000  $\text{cm/s}^2$  上下，這明顯與反泡泡在水中低點處的緩慢運動事實不符。

## 柒、結論與未來展望

在這個研究中，我們試圖了解反泡泡的幾個基本物理問題，包括：反泡泡空氣層的厚度，氣體佔據反泡泡的體積百分比，反泡泡在水中的運動軌跡，垂直方向的運動速度與加速度等，並且比較不同濃度的反泡泡之差異。我們提出兩種測量反泡泡空氣層體積百分比的方法，分別是「影像追蹤法」與「泡泡破滅瞬時影像法」，並與先前研究者所採用的「照相法」進行了比較。我們將結論重點整理如下：

一、「影像追蹤法」利用 Tracker 軟體追蹤物體影像位置的功能，以及反泡泡向下運動到最低點時速度為零的特性，根據牛頓第二定律與阿基米德浮力原理，由最低點時的加速度可以獲得反泡泡的氣體體積百分比，此方法有效確認氣體厚度平均都在 8 微米左右，只佔有反泡泡體積的 0.5% 上下，而不同的液體濃度對空氣層的厚度與所佔體積百分比也



只造成些微差別，但對於水中最低點處的反泡泡加速度，卻可以看出明顯的差異，低濃度反泡泡的加速度是高濃度反泡泡的 4 倍以上，因此加速度的大小是判斷反泡泡液體濃度的絕佳指標。另一方面，細微的氣體體積差別，可以顯著表現在加速度上，代表「影像追蹤法」對測量氣體體積百分比的有效與精確性。

二、「泡泡破滅瞬時影像法」提供直觀簡單的測量方式，在 0.033 秒時間間隔的影片裡，透過對反泡泡液體的染色，提高了分辨反泡泡液體與周遭水溶液的能力，並可以清楚比較反泡泡破滅前後的影像，但受限於影像解析度與分析軟體的精確度，對於反泡泡空氣層厚度的分辨率只能達到 10 微米的大小，儘管如此，這一方法的結果提供支持反泡泡空氣層厚度為微米等級的依據，得到與「影像追蹤法」一致的結論。

三、「照相机法」獲得的反泡泡厚度平均約 0.1 公分（1 毫米），與我們提出的兩種測量方式比較，明顯高估了 100 倍以上，進一步根據最低點加速度的推論，厚度 0.1 公分的反泡泡應有  $1000 \text{ cm/s}^2$  以上的加速度，這與實際觀察到反泡泡的緩慢運動相違背。造成此高估的結果可能歸因於反泡泡表面的反射或折射光線與影像，使觀察者誤以為是空氣層的範圍，若比較圖一與圖二，空氣泡泡與反泡泡的影像外圍都有類似的一圈亮帶夾雜著影像，但已知的空氣泡泡薄膜厚度<sup>5</sup>大約也是微米的厚度，並非毫米等級。我們仔細分析反泡泡外圈影像與周遭特定物體的關係，發現外圈的影像其實是水面下物體的鏡面反射，所以反泡泡在水中彷彿一個球面鏡，將光線與影像反射入我們眼中，使我們誤以為這些光線與影像形成的亮帶是反泡泡的空氣層邊界，同樣的結論也可以藉由碳奈米塗層的疏水特性得到驗證，將表面覆蓋奈米塗層的金屬球至於水中時，因疏水性造成碳奈米塗層與水之間形成一微薄的空氣層，當處於光線發生全反射的角度時，相似的一圈亮帶同樣可以在表面被觀察到。

四、最後由反泡泡速度與加速度的分析，可以發現在足夠時間與距離的上升過程中，反泡泡速度會逐漸趨向一穩定的速度，對照加速度的變化就是加速度逐漸趨近於零，主要原因是上升過程產生的阻力逐漸變大，使得浮力與重力漸漸與它達到平衡，這也是為何觀察

到的反泡泡可以在最低點停留一段相對長的時間，並且以較緩慢的速度上升至水面，而不像一般的空氣泡泡是快速的上升至水面。

在這個研究中，我們建立了一個有效測量反泡泡空氣層厚度的方法，以此方法作為工具將可以廣泛應用於更多反泡泡相關的研究，例如反泡泡液體濃度與空氣層厚度之間關係的定量研究，甚至是探究溫度對空氣層厚度的影響，不同的水溫與不同的反泡泡液體溫度都可能造成對空氣層厚度的變化，這些研究將可以讓我們對反泡泡的認識由運動學與力學的層面拓展至熱物理的層面。

## 捌、參考文獻資料

1. 李夢筑、黃晴（2006）。泡泡造反了—反泡泡之形成、存活與破滅之物理特性探討。中華民國第四十六屆中小學科學展覽會作品說明書（高中組物理科）。
2. 嘉義市博愛國小（2019）。水中的魔法泡泡。嘉義市第三十七屆中小學科學展覽會作品說明書（國小組物理科）。
3. Brown, D. (2020). Tracker Video Analysis and Modeling Tool (Version 5.1.4) [Computer software]. Retrieved from <https://physlets.org/tracker/>
4. Que, A. (2015). Online Polynomial Regression calculator. Retrieved from <http://polynomialregression.drque.net/online.php>
5. 許良榮（2010），泡泡光學。取自 <http://scigame.ntcu.edu.tw/bubble/bubble-015.html>

## 【評語】 030112

本作品透過多個精良的設計實驗與交叉比對，正確地得出了反泡泡的空氣厚度，打破了過去傳統的認知，是一個相當精緻研究。

## 作品簡報

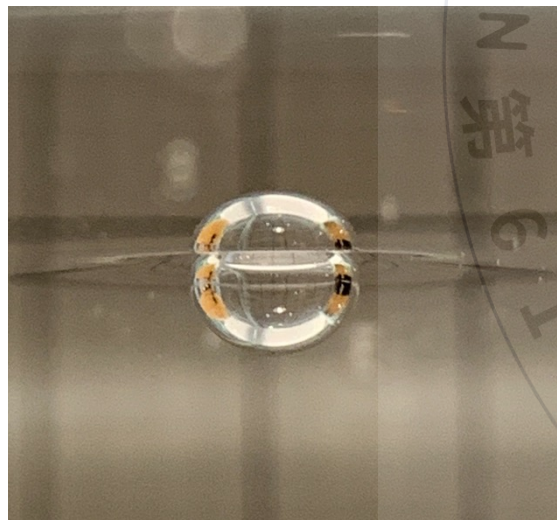


# 反泡泡空氣層厚度測量之探究

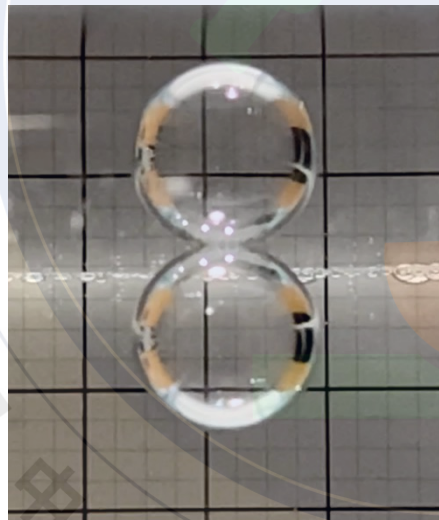
國中組 物理科

# 前言

- 動機：觀察反泡泡的形成，並與空氣泡泡比較。
  - 在水中形狀明顯不同：空氣泡泡扁平，反泡泡圓形對稱。
  - 在水中上升速度不同：空氣泡泡快速，反泡泡緩慢。
  - 在水面上形成倒影不同：

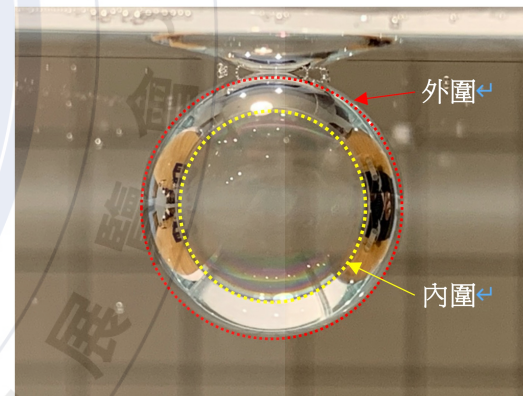


圖一 空氣泡泡與倒影



圖二 反泡泡與倒影

- 前人的研究：
  - 嘉義市第三十七屆中小學科學展覽會的作品，「水中的魔法泡泡」
  - 中華民國第四十六屆中小學科學展覽會的作品，「泡泡造反了－反泡泡之形成、存活與破滅之物理特性探討」



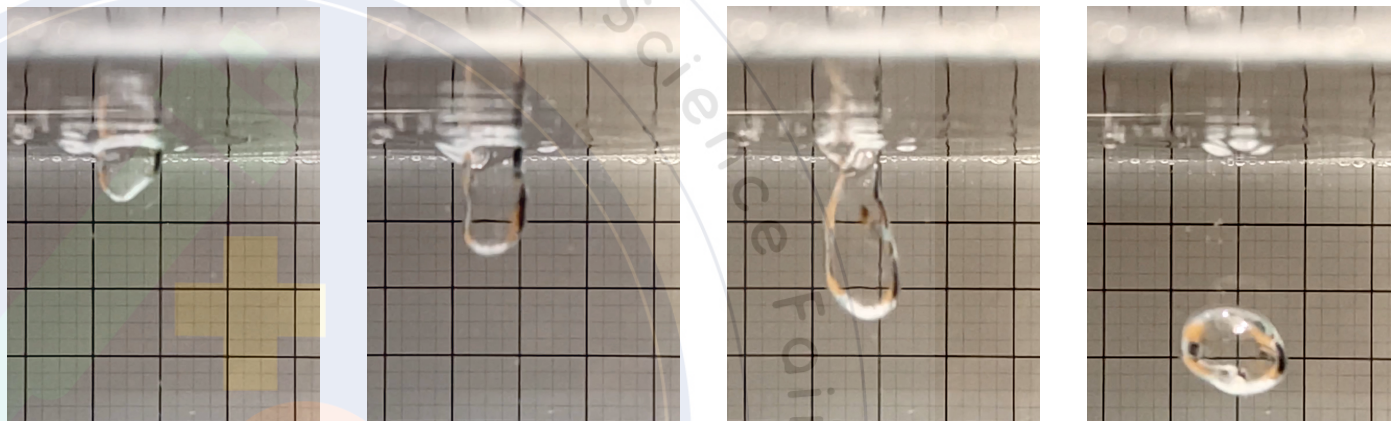
圖三 反泡泡的內外圍

- 反泡泡的氣體層體積大多佔整體反泡泡體積的50%上下，甚至可以到60%與70%之間。



# 研究目的

- 反泡泡生成：將混和沙拉脫或肥皂的水溶液滴入水中，在液滴進入水面的瞬間，將空氣一起帶入水中，在水裡形成一個被空氣層包圍的反泡泡。
- 問題：反泡泡空氣層的厚度是多少？



圖四 反泡泡的形成過程

- 觀察水中的碳黑金屬球：碳微粒的疏水性使得碳黑球進入水中時，與水之間形成一空氣薄膜，在光線產生全反射的效應下，水中的碳黑球呈現出一圈亮帶，與色筆塗黑的金屬球形成強烈對比。



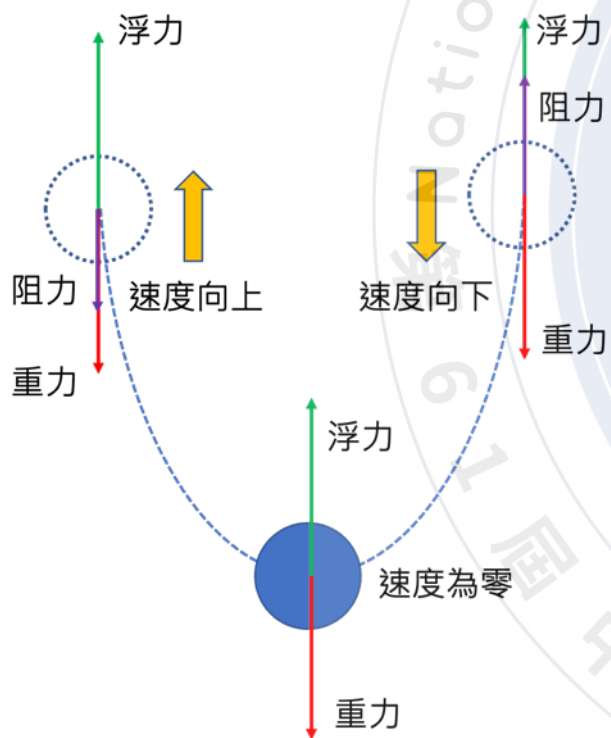
明顯亮帶

圖五 水中的碳黑金屬球與色筆塗黑金屬球的比較



# 研究方法

- 影像追蹤法：針對不同液體濃度產生的反泡泡，測量其運動軌跡的位置變化，進而得到反泡泡的速度與加速度訊息，根據適當的加速度訊息、牛頓第二定律以及阿基米德的浮力原理，我們可以獲得準確的空氣層體積百分比大小。



$$\text{浮力: } F_b = \rho_w V g$$

$$\text{重力: } F_g = m g$$

$$\text{反泡泡質量: } m = \rho_a (1 - x) V + \rho_b x V$$

$$\text{牛頓第二定律: } F = F_b - F_g = m a$$

反泡泡液體體積百分比與加速度的關係：

$$x = \frac{\left(1 + \frac{a}{g}\right) - \frac{\rho_w}{\rho_a}}{\left(1 + \frac{a}{g}\right) \left(1 - \frac{\rho_b}{\rho_a}\right)}$$

$x$ ：反泡泡液體體積百分比

$1 - x$ ：反泡泡氣體體積百分比

$V$ ：反泡泡體積

$a$ ：反泡泡加速度

$g$ ：重力加速度 ( $980 \text{ cm/s}^2$ )

$\rho_w$ ：水密度 ( $1.0 \text{ g/cm}^3$ )

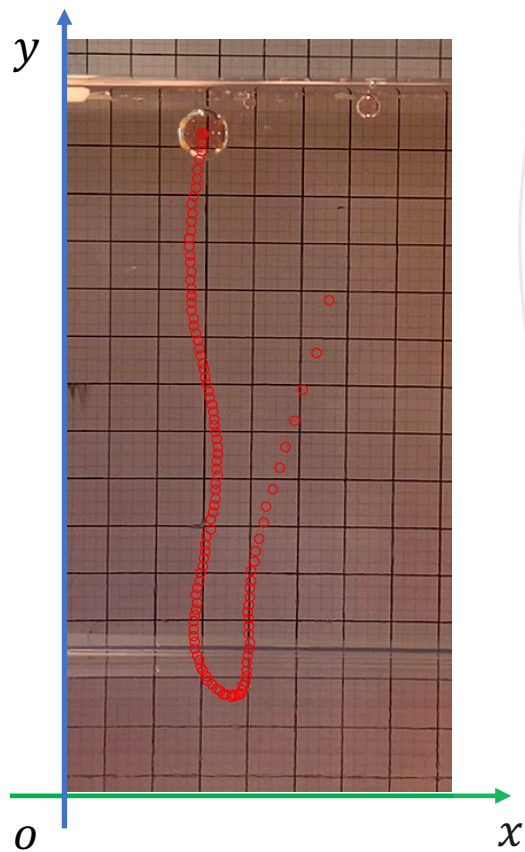
$\rho_a$ ：空氣密度 ( $0.0013 \text{ g/cm}^3$ )

$\rho_b$ ：反泡泡溶液密度 (體積濃度比 200:2 的密度為  $1.0045 \text{ g/cm}^3$ ；體積濃度比 200:10 的密度為  $1.0048 \text{ g/cm}^3$ )

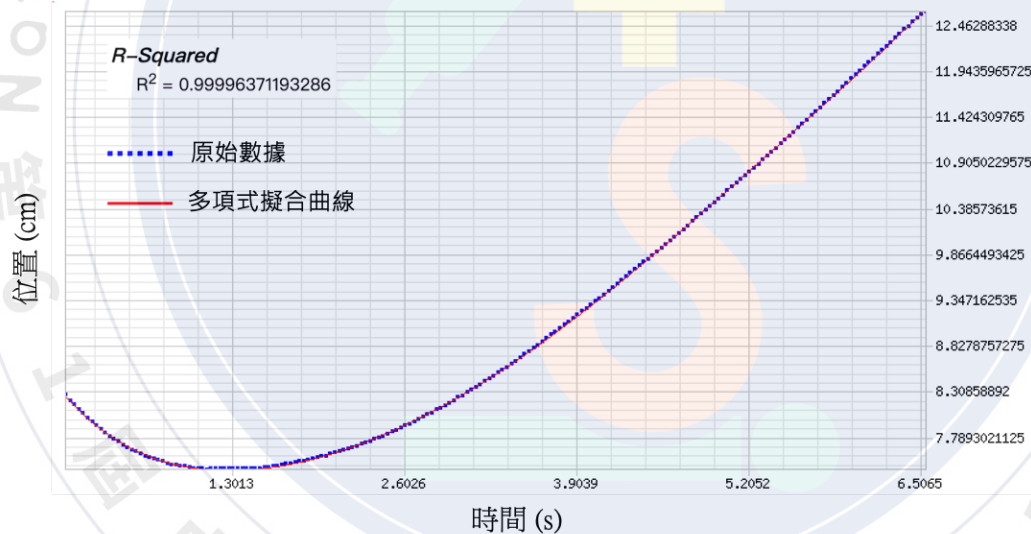
圖六 反泡泡受力分析

# 研究方法

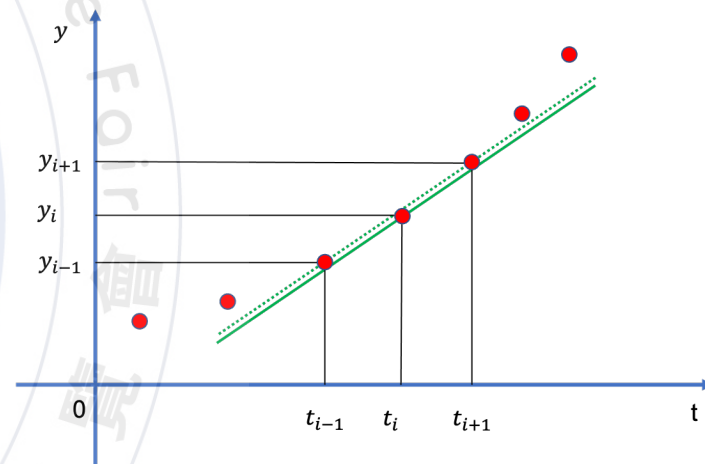
- 由影像追蹤軟體Tracker分析反泡泡影像，獲得反泡泡在XY平面上的位置與時間關係，時間間隔約為0.033秒。
- 將取得的位置與時間關係，先經過多項式的擬合，使位置的微小抖動可以消除，避免影響數據的分析。
- 透過Microsoft Excel以差分法進行速度與加速度的計算。



圖七 反泡泡的運動軌跡



圖八 反泡泡位置與時間數據的擬合



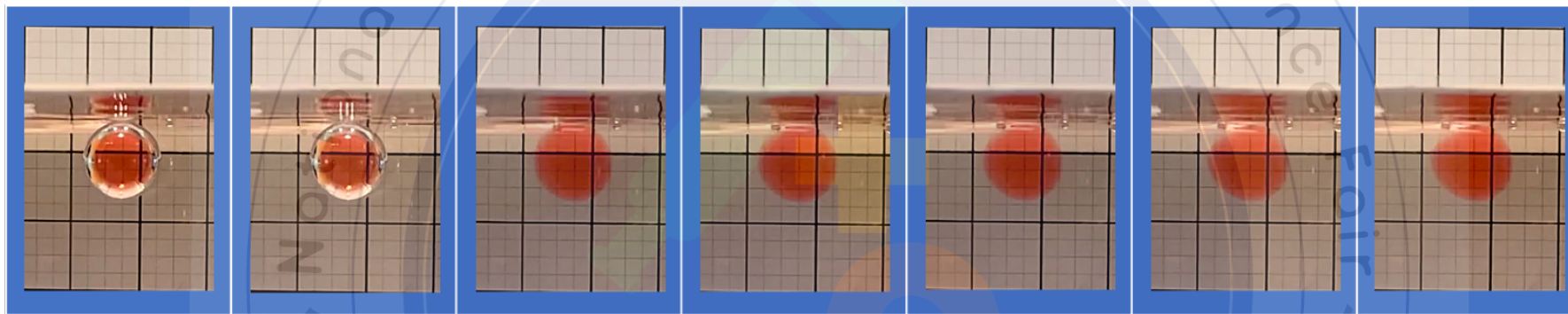
圖九 差分法

$$\text{速度: } v_i = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$

$$\text{加速度: } a_i = \frac{v_{i+1} - v_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$

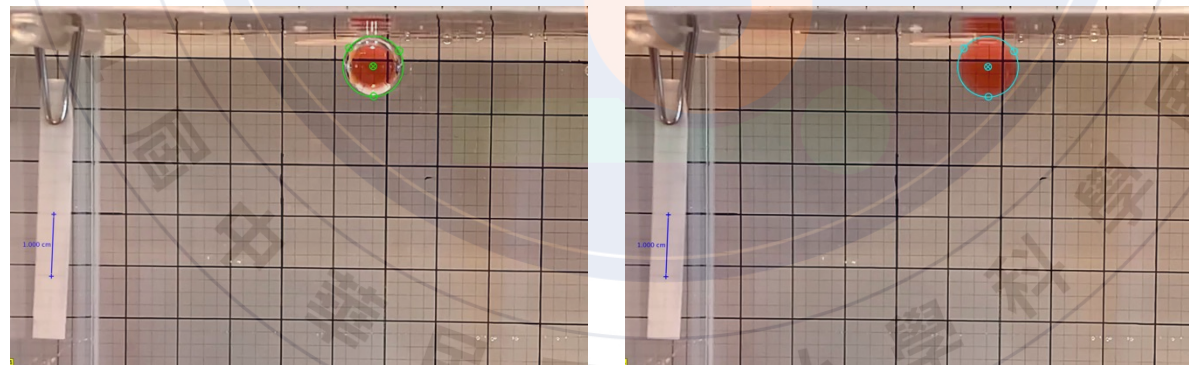
# 研究方法

- 泡泡破滅瞬時影像法：以加入色素的沙拉脫液體生成反泡泡，並錄影記錄反泡泡破滅瞬間的變化影像，再由變化影像分析，測量反泡泡破滅前的外半徑，以及破滅後被染色標記的內半徑。



圖十 反泡泡破滅過程的瞬時影像

- 利用Tracker的圓周測量功能，計算出圓的半徑，再由反泡泡的外半徑與內半徑，得到空氣層的厚度。

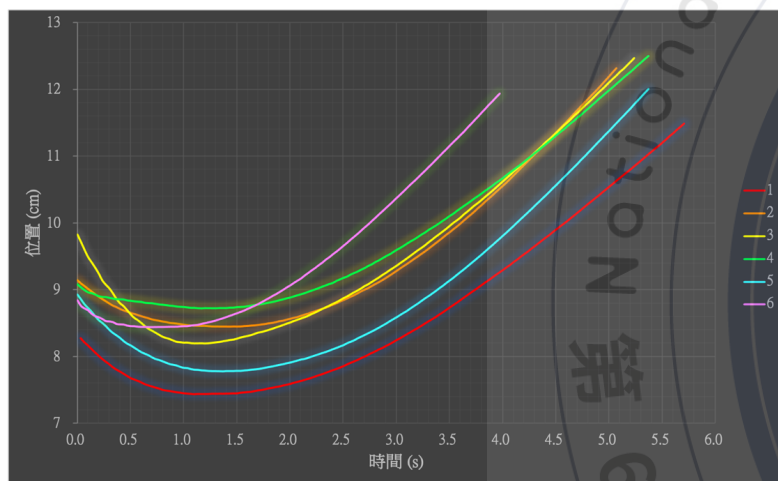


圖十一 反泡泡圓周長（左）與反泡泡液體部分圓周長（右）的測量

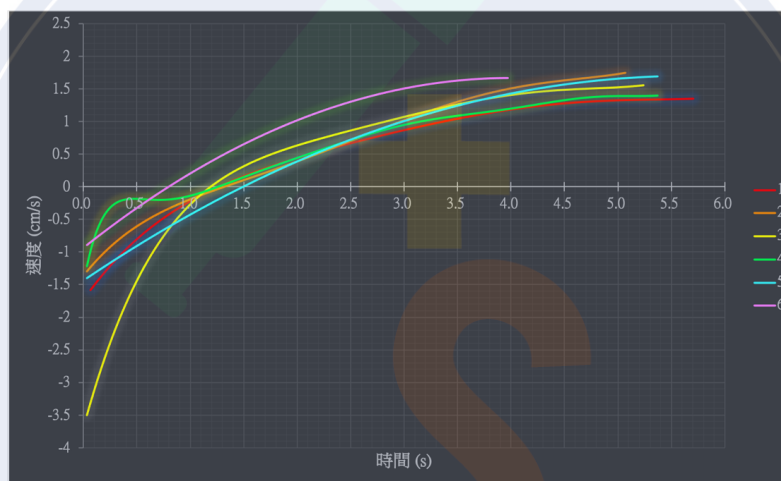


# 研究結果

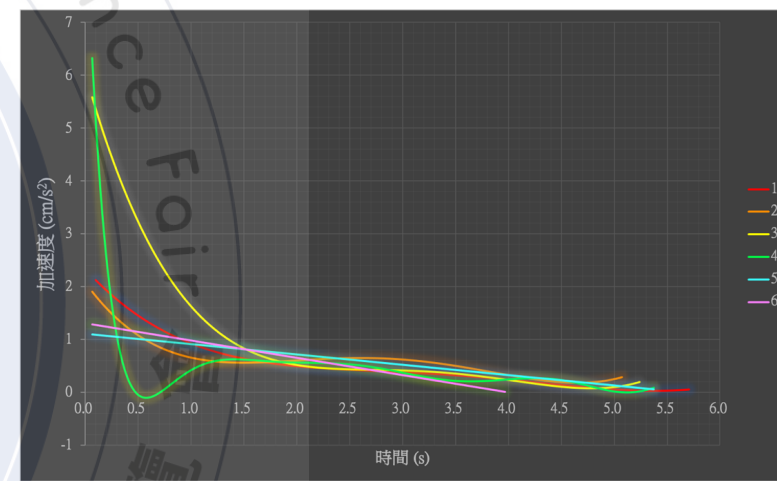
- 影像追蹤法結果：液體濃度200:2（200 ml的水加 2 ml的沙拉脫）的6個反泡泡，其位置、速度與加速度隨時間的變化。



圖十二 位置與時間關係



圖十三 速度與時間關係



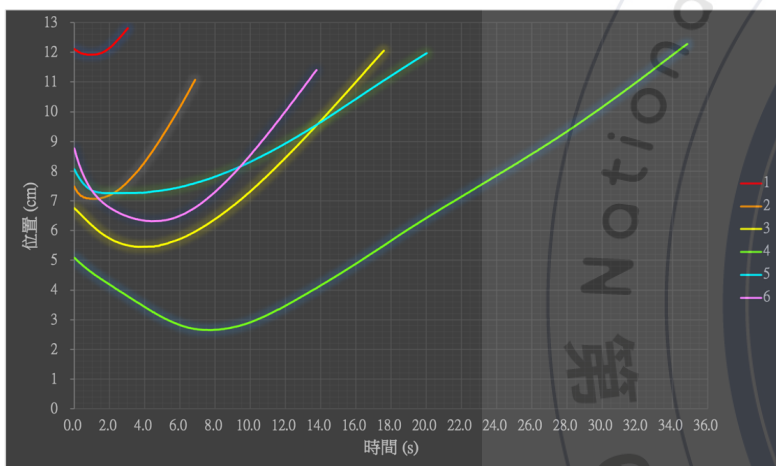
圖十四 加速度與時間關係

- 影像追蹤法結果：反泡泡的最低點加速度與外半徑大小。

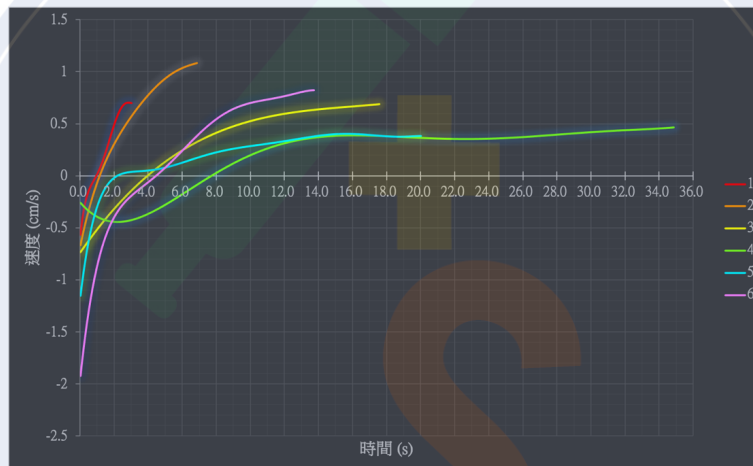
	1	2	3	4	5	6	平均
加速度(cm/s <sup>2</sup> )	0.74	0.57	1.2	0.60	0.81	1.0	0.83
外半徑(cm)	0.487	0.500	0.487	0.498	0.497	0.431	0.483

# 研究結果

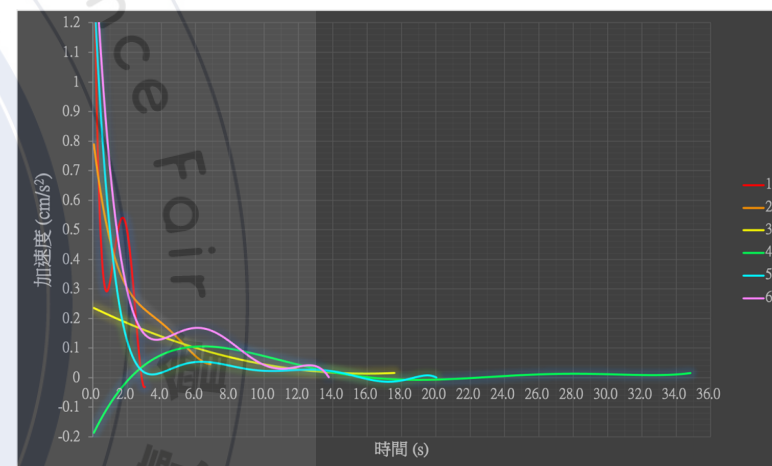
- 影像追蹤法結果：液體濃度200:10（200 ml的水加 10 ml的沙拉脫）的6個反泡泡，其位置、速度與加速度隨時間的變化。



圖十五 位置與時間關係



圖十六 速度與時間關係



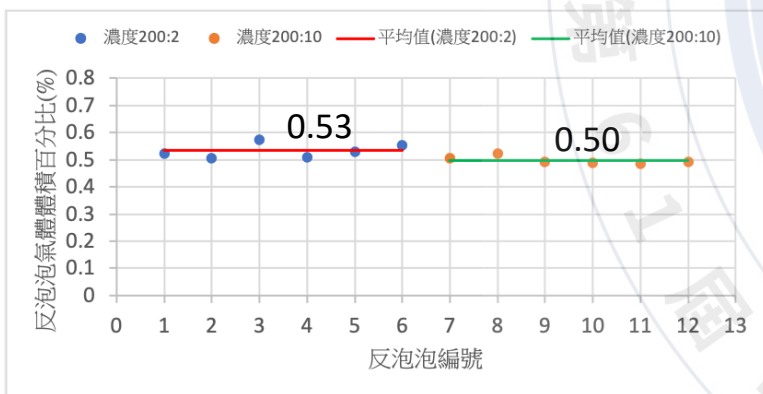
圖十七 加速度與時間關係

- 影像追蹤法結果：反泡泡的最低點加速度與外半徑大小。

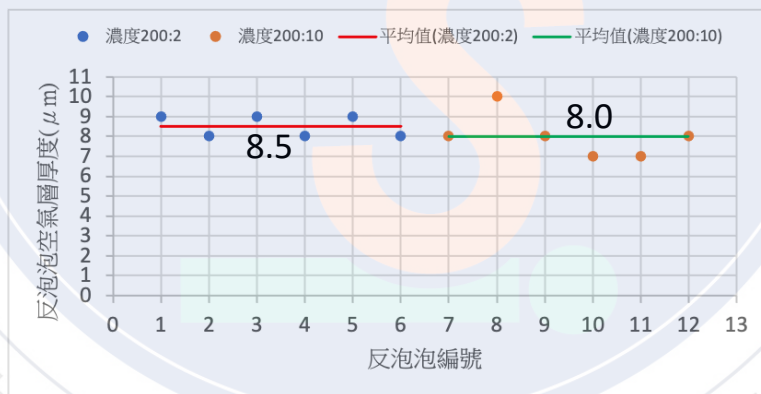
	1	2	3	4	5	6	平均
加速度(cm/s <sup>2</sup> )	0.28	0.43	0.14	0.099	0.088	0.14	0.20
外半徑(cm)	0.457	0.593	0.484	0.422	0.460	0.480	0.483

# 研究結果

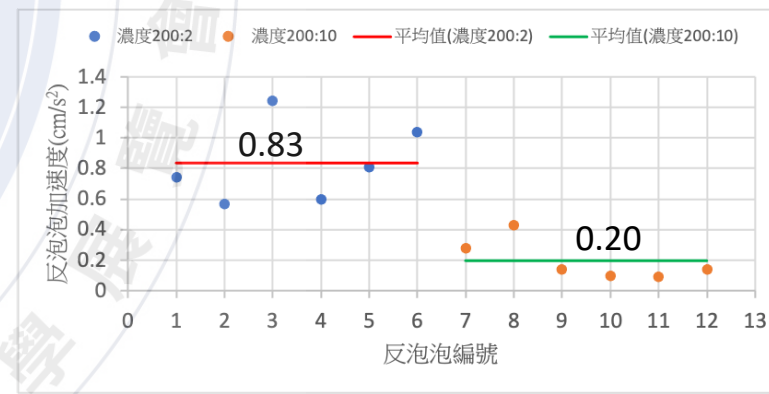
- 影像追蹤法結果：液體濃度200:2與200:10結果的比較。
  - 比較兩種濃度反泡泡的氣體體積百分比，可以清楚發現氣體體積百分比大約都在0.5%上下，濃度低的氣體體積百分比稍微大一些。
  - 比較兩種濃度反泡泡的空氣層的厚度，可以看到厚度相差不大，平均都在8微米左右的範圍。
  - 比較兩種濃度反泡泡在最低點時的加速度，低濃度反泡泡的加速度明顯大於高濃度反泡泡有4倍以上，因此在最低點的加速度是一個判斷反泡泡濃度的靈敏指標。



圖十八 氣體體積百分比的比較



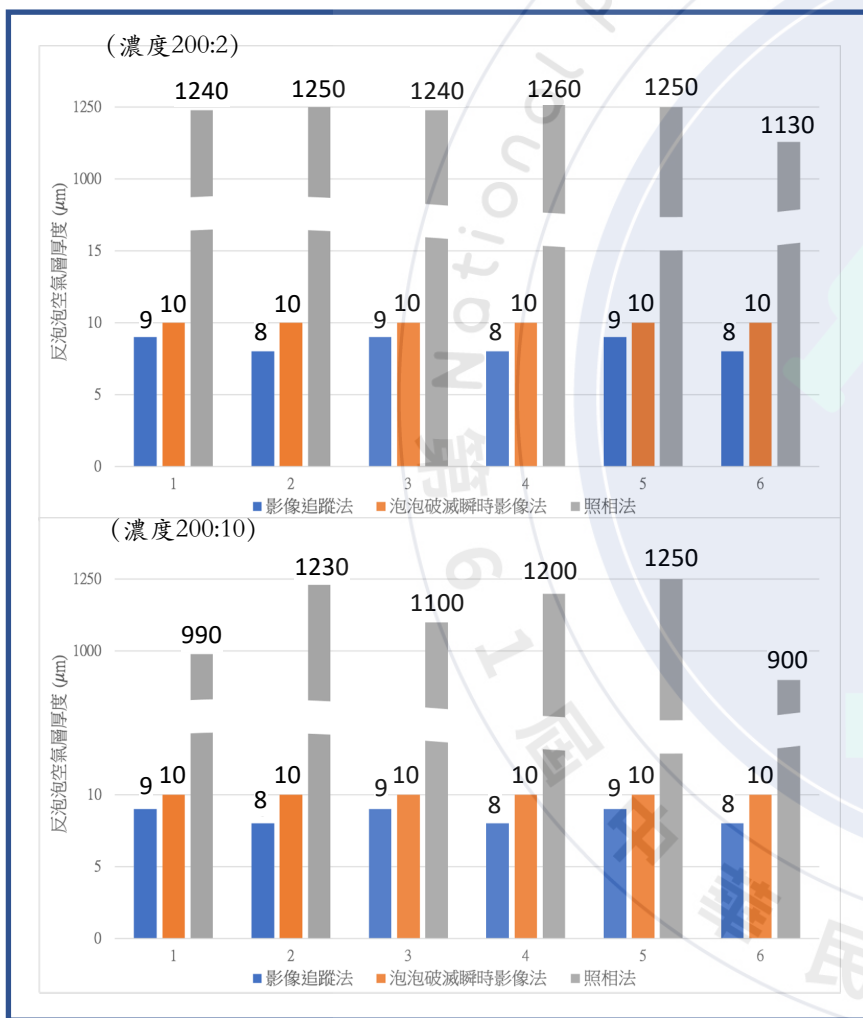
圖十九 空氣層厚度的比較



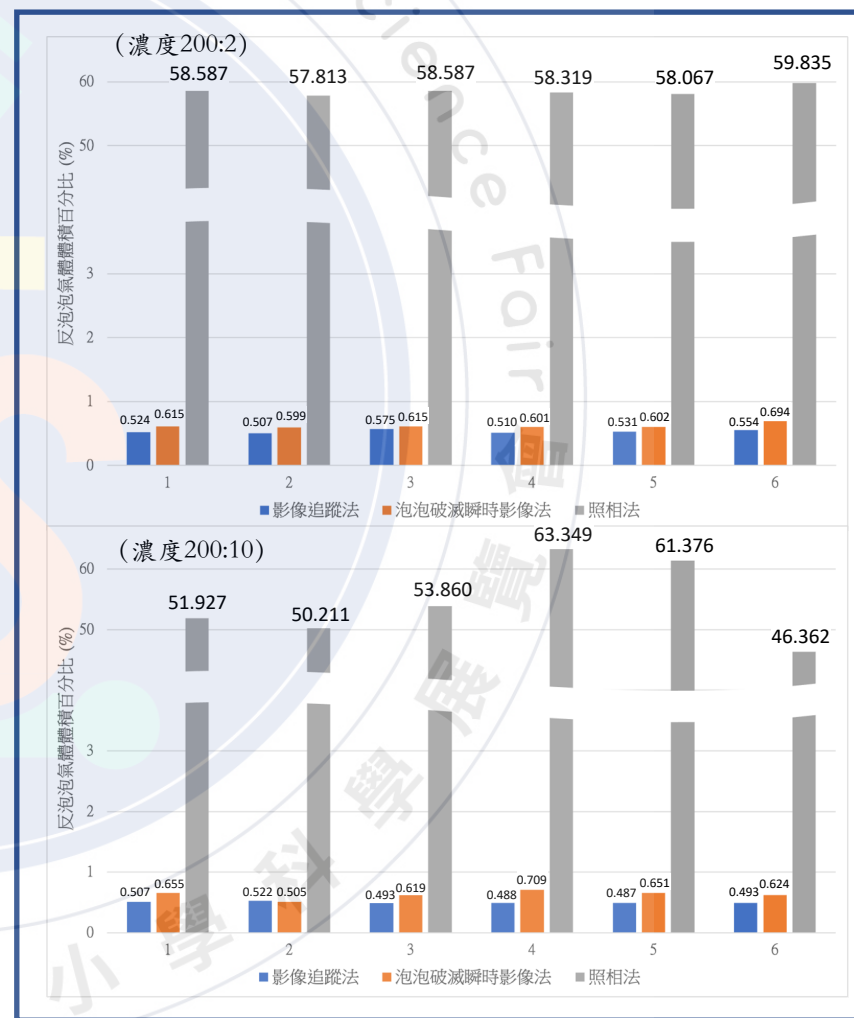
圖二十 最低點加速度的比較

# 研究結果

- 研究結果比較：比較『影像追蹤法』、『泡泡破滅瞬時影像』、『法照相法』的結果。



圖二十一 比較不同方法獲得的反泡泡空氣層厚度


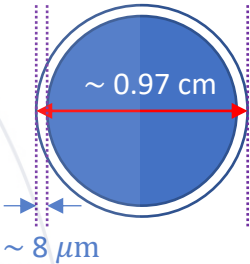
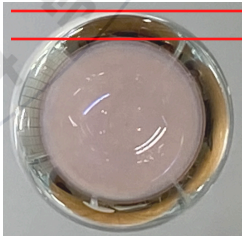


圖二十二 比較不同方法獲得的反泡泡氣體體積百分比



# 結論

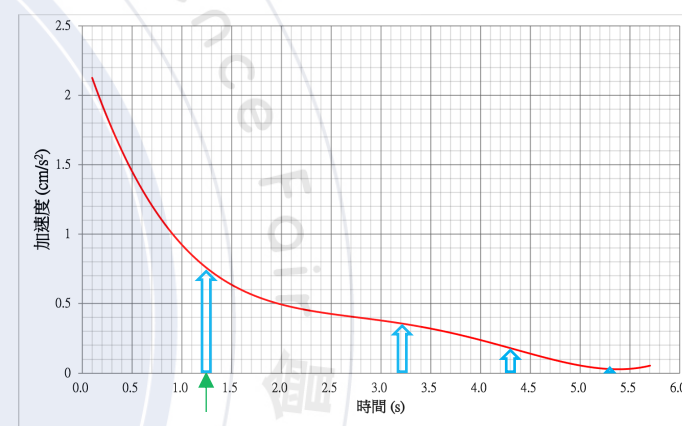
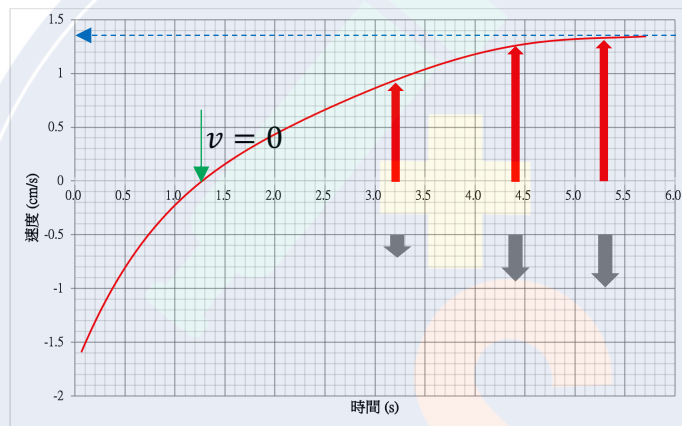
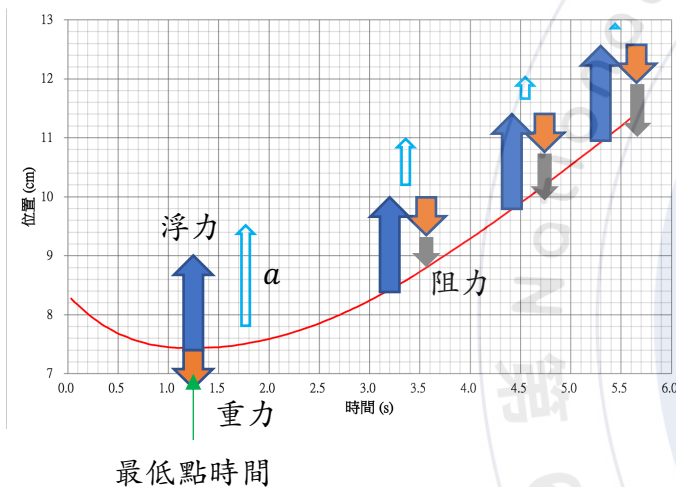
- 在這個研究中，我們提出兩種測量反泡泡空氣層體積百分比的方法，分別是「影像追蹤法」與「泡泡破滅瞬時影像法」，並與先前研究者所採用的「照相法」進行了比較。
- 「影像追蹤法」根據反泡泡到最低點時的加速度獲得反泡泡的氣體體積百分比：
  1. 氣體佔有反泡泡體積的0.5%上下。
  2. 氣體厚度平均都在8微米左右。
- 根據「影像追蹤法」的結果，液體濃度對空氣層的厚度與所佔體積百分比的影響不大，但低濃度反泡泡(200:2)在水中最底點處的加速度是高濃度反泡泡(200:10)的4倍以上，因此加速度的大小是判斷反泡泡液體濃度的絕佳指標。

	濃度(200:2)	濃度(200:10)
平均加速度( $\text{cm/s}^2$ )	0.83	0.20
- 「泡泡破滅瞬時影像法」透過對反泡泡液體染色，提供直觀簡單的測量方式，測得的反泡泡空氣層厚度約為10微米大小，支持「影像追蹤法」所得到的結論。
- 「照相法」獲得的結果：
  1. 氣體佔有反泡泡體積的大約57%。
  2. 氣體厚度平均約0.1公分（1毫米），明顯高估了100倍以上。
  3. 根據最低點加速度的理論分析，厚度0.1公分的反泡泡應有 $1000 \text{ cm/s}^2$ 以上的加速度。



# 結論

- 由反泡泡速度與加速度的分析，可以發現在足夠時間與距離的上升過程中，反泡泡速度會逐漸趨向一穩定的速度，對照加速度的變化就是加速度逐漸趨近於零。



# 參考資料

1. 李夢筑、黃晴 (2006)。泡泡造反了—反泡泡之形成、存活與破滅之物理特性探討。中華民國第四十六屆中小學科學展覽會作品說明書 (高中組物理科)。
2. 嘉義市博愛國小 (2019)。水中的魔法泡泡。嘉義市第三十七屆中小學科學展覽會作品說明書 (國小組物理科)。
3. Brown, D. (2020). Tracker Video Analysis and Modeling Tool (Version 5.1.4) [Computer software]. Retrieved from <https://physlets.org/tracker/>
4. Que, A. (2015). Online Polynomial Regression calculator. Retrieved from <http://polynomialregression.drque.net/online.php>
5. 許良榮 (2010)，泡泡光學。取自 <http://scigame.ntcu.edu.tw/bubble/bubble-015.html>