

中華民國第 61 屆中小學科學展覽會 作品說明書

國中組 物理科

探究精神獎

030110

凹凸有柱～一觸即發

學校名稱：宜蘭縣立國華國民中學

作者： 國三 陳元鈞 國三 游紫然 國三 宋昀航	指導老師： 邱旻昇 林子丞
---	-----------------------------

關鍵詞：液柱、接觸角、克拉尼圖形

摘要

試管鉛直向下碰撞時，可產生高直液柱，我們稱為「一觸即發」現象。研究發現：試管下落期間，管內液體所受的等效重力發生改變，放大毛細作用，使接觸角變小形成半月形對稱空腔，碰撞時液面迅速回彈形成液柱。其中，接觸角與液體種類、管壁狀態、試管加速度有關；液柱的產生則與接觸角、液體黏度、碰撞狀態有關。汞的一觸即發現象尤其特別，可透過二次碰撞激發液柱。若以連續振動將一觸即發過程重覆延伸，發現振源和介質振動頻率並不同步，當振動機驅動頻率約為液面振動頻率的兩倍時，可持續產生共振液柱且可對應到克拉尼振動模態。當模態 (m, n) 為 $(0, n)$ 且 $n \in \mathbb{N}$ ，為產生中央液柱必要條件，若此時迅速放大振幅亦可誘發「一觸即發」。

壹、研究動機

有天我在做實驗時無聊敲擊試管，沒想到卻意外使水從試管中濺起，起初沒仔細看，殊不知我多試了幾次之後，發現試管中居然會產生液柱，使液體濺出。在清理桌面的同時，我開始好奇，為什麼會產生這個現象呢？如果是不同的加速度掉落、改變管壁狀態或使用不同種類的液體，是否會影響液柱的生成呢？經過與老師進行一系列的討論後，我們決定著手進行一連串的實驗來探究此一現象。

貳、研究目的

【第一部分：有關靜態試管】

實驗 1：發展測量接觸角的較適方法

實驗 2：影響接觸角的因素分析

實驗 3：毛細管濕潤影響分析

【第二部分：有關動態試管一次碰撞】

實驗 4：一觸即發過程的分析

實驗 5：液體種類影響分析

實驗 6：管壁狀態影響分析

實驗 7：碰撞類型影響分析

實驗 8：加速度影響分析

【第三部分：有關動態試管二次碰撞】

實驗 9：試管二次碰撞分析

【第四部分：有關試管連續振動】

實驗 10：連續振動試管分析



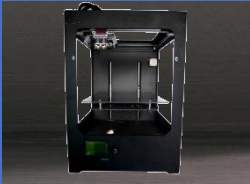

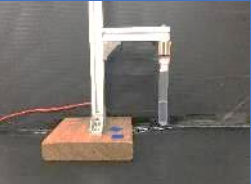




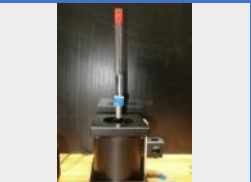
實驗 11：連續振動中的克拉尼圖形

實驗 12：連續振動誘發一觸即發分析

參、研究設備及器材

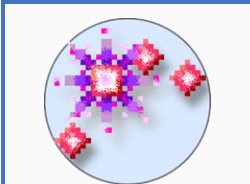
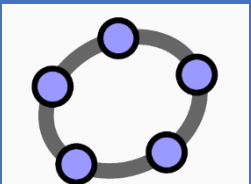



一、設備器材

表 3-1：各式實驗器材

				
高速攝影機	黑幕	3D 印表機	補光燈	電磁鐵
				
試管	嬰兒油...各式液體	六角扳手	滑軌組	振動機

二、分析軟體：Tracker、Geogebra、Excel、Onshape、86Duino

表 3-2：各式應用軟體

				
Tracker	Geogebra	Excel	Onshape	86 Duino

肆、研究過程與方法

一、研究架構

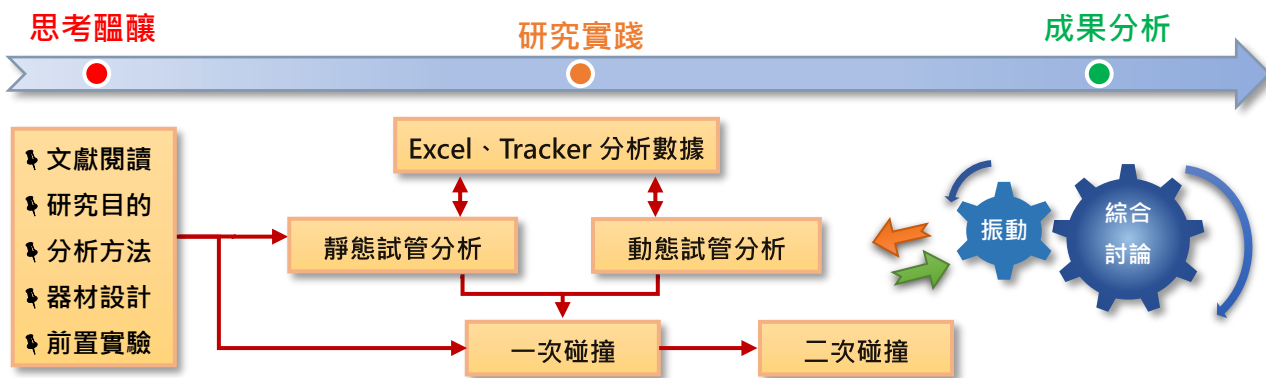


圖 4-1：研究過程架構說明

二、研究原理

(一) 表面張力

作用在液體表面，欲使液體表面積縮小的力量，稱為表面張力，常見的單位是 N/m 。如右圖 4-2 所示，一液體其內部的分子均受到旁邊分子的引力影響，然而在表面的分子，所受的吸引力僅受涵蓋液體的這一方向，致使分子被往內拉而更緊密的擠在一起。

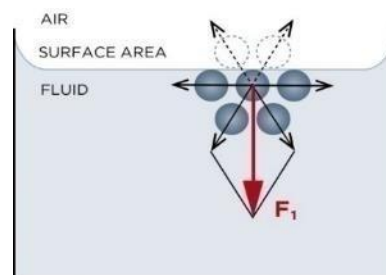


圖 4-2：表面張力示意圖
(引自 <http://bit.ly/2DPDRla>)

(二) 接觸角、濕潤性、毛細現象

接觸角是指液體接觸固體表面形成的夾角，接觸角的大小為液體與液體之間的內聚力(同分子間的吸引力)及液體與固體之間的附著力(異類分子間的吸引力)相互作用的結果。利用接觸角的大小可判斷液體的**濕潤程度**、**內聚力和附著力**的大小關係及**表面張力的大小**。若將液體放入細管(如：試管)，會因為內聚力和附著力的差異，造成液面下凹或上凸，稱為**毛細現象**。若細管夠小(毛細管)，**表面張力**會使毛細現象更加明顯，造成液面上升或下降。

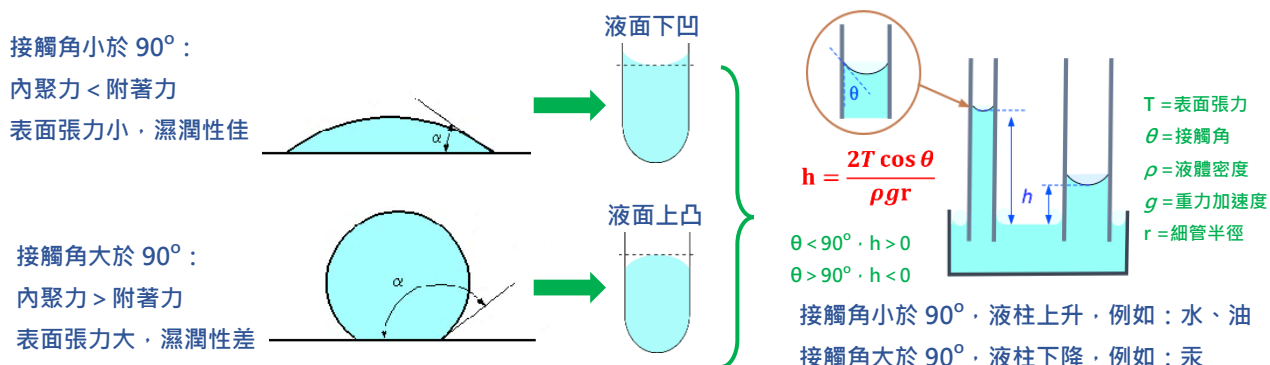


圖 4-3：表面張力、接觸角及毛細現象示意圖

(三) 碰撞及恢復係數

物體由高度 H 處自由落下時，若不計空氣阻力影響，則：

(1) 若物體與地面碰撞後，可反彈至原來 H 的高度，表示物體與地面的碰撞過程無能量損失，則稱此種碰撞方式為「完全彈性碰撞」。

(2) 若物體與地面碰撞的過程中，造成部分的能量損失，使得物體與地面碰撞後，反彈的高度 $h < H$ ，則稱此種碰撞方式為「非完全彈性碰撞」。

(3) 若物體與地面碰撞後，完全無法反彈，物體與地面結成一體，此時物體黏在地面上，此種碰撞情形所損失的能量最大，我們稱此種碰撞方式為「完全非彈性碰撞」。

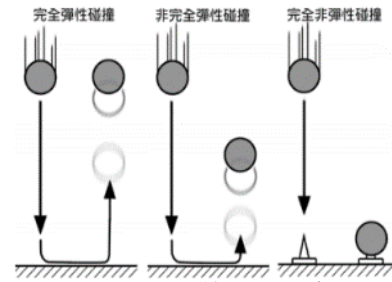


圖 4-4：碰撞類型示意圖
(引自 <https://bit.ly/3lxMkdQ>)

表 4-1：碰撞類型

碰撞類型	反彈高度	能量耗損	動量守恆	力學能守恆	能量守恆
完全彈性碰撞	=原高度	無	成立	成立	成立
非完全彈性碰撞	<原高度	部分	成立	不成立	成立
完全非彈性碰撞	0	最大	成立	不成立	成立

恢復係數即為兩物體碰撞後的速度與碰撞前的速度比值。數學式為 $e = \frac{v_f(\text{分離速度})}{v_i(\text{接近速度})}$ ，假若恢復係數為 1，則此碰撞為彈性碰撞；假如恢復係數小於 1 且大於 0，則此碰撞為非彈性碰撞；若恢復係數為 0，則此碰撞為完全非彈性碰撞，兩個物體黏貼在一起。恢復係數大於 1，代表非彈性碰撞，且過程中有給予額外的能量。

(四) 轉動、角位移與角速度

角位移(angular displacement)為物體旋轉時的角度變化量 $\Delta \theta$ 。而角速度(angular velocity)則用來代表物體轉動的快慢，定義為單位時間內的角位移 $(\frac{\Delta \theta}{\Delta t})$ ，以 ω 表示之。

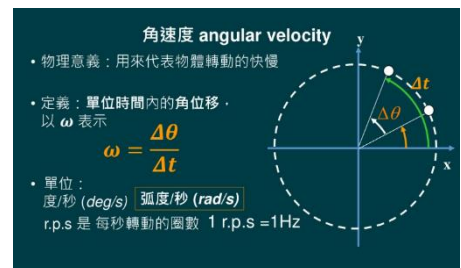


圖 4-5：角速度示意圖
(引自 <https://bit.ly/3z8u42g>)

(五) 克拉尼圖形

一種駐波的二維波形。對於介質產生振動時，會有些振幅為 0 的點，稱之為波節。在二維空間中，節點連結會形成節線或節圈，而許多的節線與節圈就會形成多種型態的「克拉尼圖形」。而不同的振動頻率會產生不同型態的共振，也就會產生出不同模態的圖形。

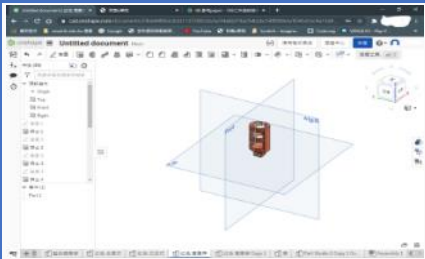
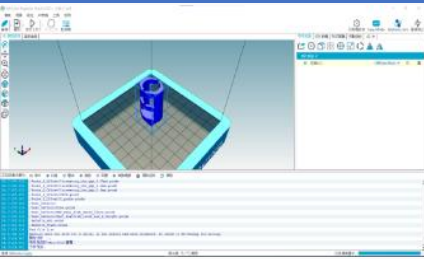



圖 4-6：克拉尼圖形
(引自 <https://bit.ly/34WrfUc>)

三、實驗步驟






(一)實驗裝置製作

表 4-2：實驗裝置製作流程

		
1.使用 Onshape 繪製 3D 設計圖	2.使用 Up Studio 轉為 3D 列印檔案	3.使用 3D 印表機印製

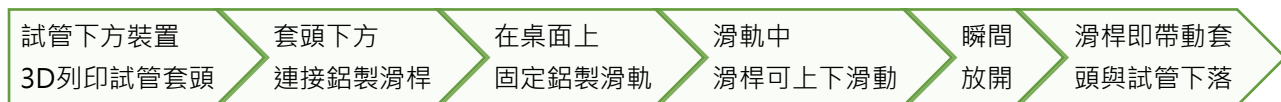
(二)實驗裝置設計精進

表 4-3：實驗裝置設計精進

				
A 第一代 手放試管	B 第二代 3D 列印套管式	C 第三代 滑桿套頭式	D 第四代 電磁鐵吸附式	產生高直 完美液柱
液面擾動嚴重	摩擦易傾斜	下落易晃動	液柱效果佳	

起初我們使用手放試管使其產生碰撞，但我們發現落高不易掌握外，施放角度也不一，不易產生液柱，如表 4-3A。後來我們以 3D 繪圖列印鏤空套管，以防止試管過大傾斜，並裝置在鋁擠管架上作為第二代裝置，如上表 4-3B。觀察影片時雖已較為清晰，但發現試管與套管兩側有摩擦仍易傾斜，且液面仍有擾動，效果雖有改善但仍然不佳。

為了修正上述缺點，我們持續改良裝置，目的使試管垂直落下。改良後第三代裝置如上表 4-3C，操作方式如下：



此裝置雖有效避免碰撞且大致能垂直下落，但平衡效果依然不彰。最後，我們決定使用最能確保試管垂直下落的方式--使試管自由下落，如上表 4-3D，操作方式如下：

試管上裝置帶有圖釘試管頭

將試管頭吸附於電磁鐵上

切斷電磁鐵電源使試管落下

我們發現此種裝置因試管以自由落體落下，因此試管不易傾斜，拍攝出的影片品質最佳，液柱最為完整且垂直。因此採用此裝置進行後續研究。

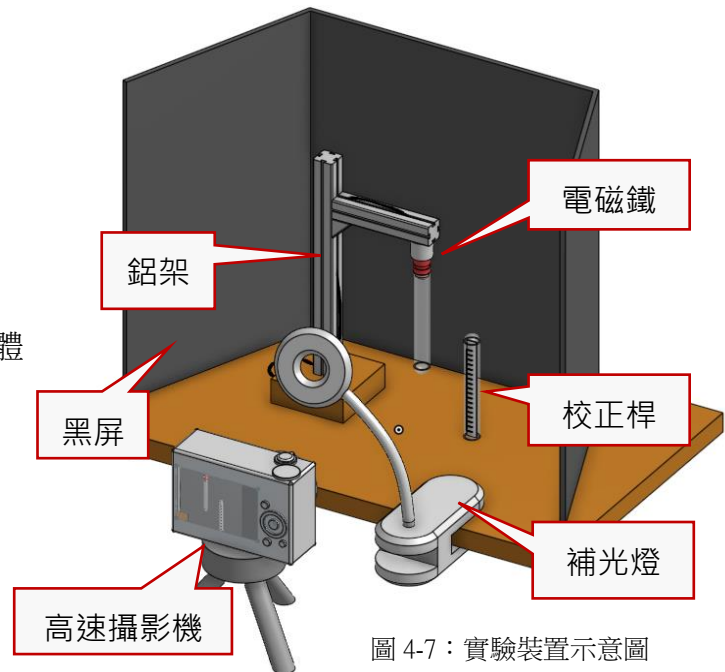


圖 4-7：實驗裝置示意圖

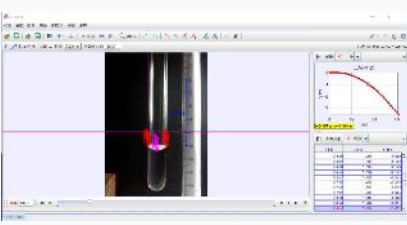
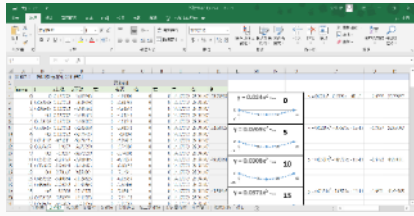
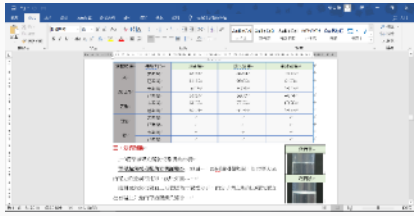
(三) 高速攝影拍攝

表 4-4：拍攝流程

		
1.背景設置： 採用黑色背景板，使用 LED 補光燈補光並調整角度在同一景深擺設校正桿以便對焦	2.拍攝設定： 使用 CASIO EX-100 高速攝影機拍攝，使用 480fps，2 倍焦距拍攝固定腳架高度	3.實驗拍攝： 注入液體至所需高度，將試管懸掛於電磁鐵下方，待平衡後切斷電磁鐵電源使試管下落以拍攝

(四) 匯入電腦分析數據

表 4-5：匯入電腦分析數據

		
1.將影片匯入 Tracker 分析	2.匯出成 Excel 表格	3.資料整理

伍、研究結果與討論

【第一部分：有關靜態試管】

實驗 1：發展測量接觸角的較適方法

一、實驗方式

(一) Tracker 內建量角器測量接觸角

起初我們使用最簡易且直覺的方法量測接觸角：將影片匯入 Tracker 並逐幀使用量角器，如圖 5-1-1。但後來發現測量誤差過大且易受主觀認定影響，不適合應用於研究，因此決定發展其他較適合的測量方法。

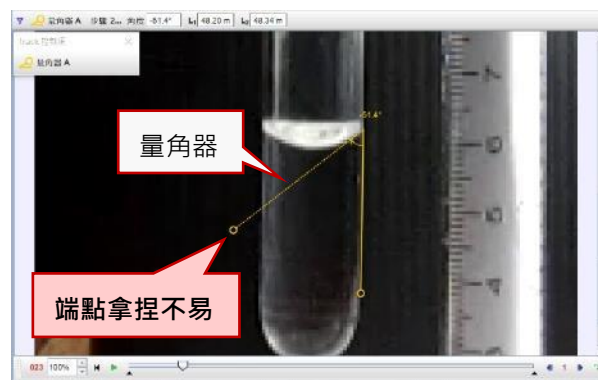


圖 5-1-1 量角器測量接觸角

二、實驗結果

(一) 使用曲線擬合法測量接觸角

基於前述方法並不可行，我們想發展一種較客觀的方法，查詢相關資料，了解到微分及三角函數可以顯示出平面座標曲線上任一點的斜率及其角度。因此我們決定用函數測量接觸角。我們將液面最初的畫面定義至 x 軸上，將液面以函數表示，詳細方法如下：

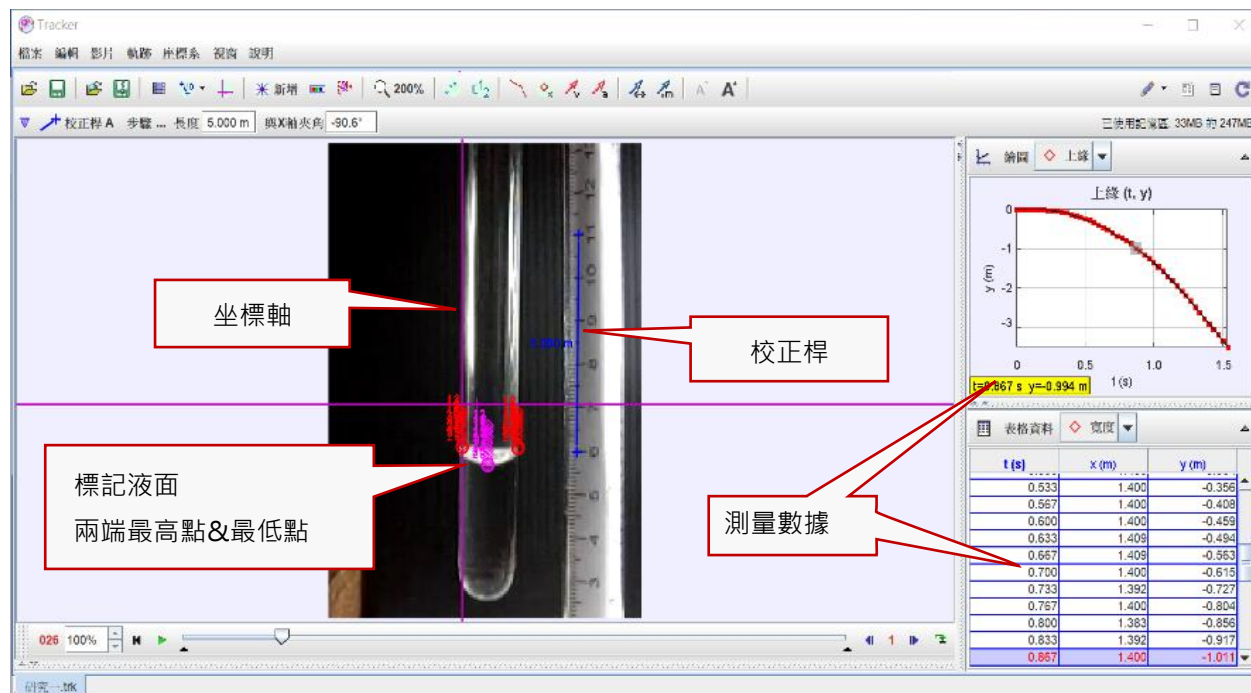


圖 5-1-2 定義函數

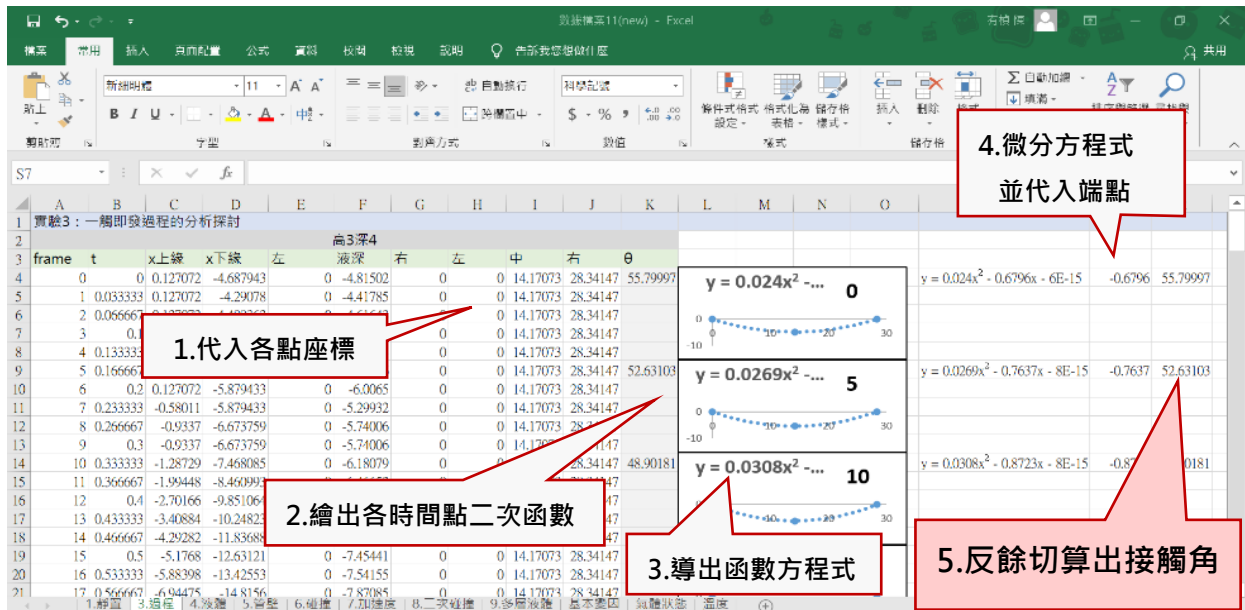


圖 5-1-3 計算接觸角

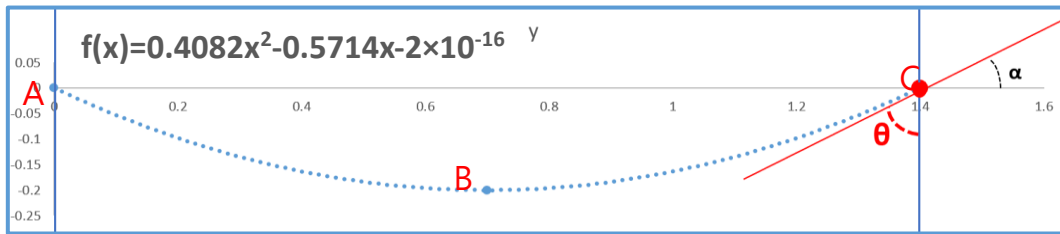


圖 5-1-4 以函數定義液面

如圖 5-1-4，帶入 A 點(液面左邊最高點)、B 點(液面中央最低點)、C 點(液面右邊最高點)後，可將液面以二次函數表示。將其微分後，代入 A 點或 C 點座標即得該處的斜率值，其值即可以用反餘切(arc cot)方式求出接觸角 θ 。又或者，其值以反正切(arc tan)求出切線與水平線的夾角 α ，再以 90 度減去 α 也可求出接觸角 θ 。

如上圖，將方程式 $f(x) = 0.4082x^2 - 0.5714x - 2 \times 10^{-16}$ 微分後，將 C(1.4, 0) 帶入，可得斜率 $\tan \alpha = \cot \theta = 0.5714$ 取其反餘切角度即可得接觸角 $\theta \cong 60.26$ 。

三、分析討論

我們為了確保模擬液面與實際液面的契合度，將兩者進行疊圖比較，如圖 5-1-5，可發現模擬液面與實際液面幾乎完全契合，同時也證明了曲線擬合法測量接觸角的可行性。

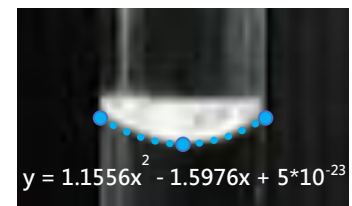


圖 5-1-5 疊圖比較

表 5-1-1

綜合比較	曲線擬合法測量接觸角	量角器測量接觸角
嚴謹度	操作嚴謹	操作簡略
客觀度	客觀精準	易受主觀認定影響

使用曲線擬合法測量接觸角流程非常繁瑣，耗費了非常多的分析研究時間，但測量結果較使用量角器測量精準且客觀許多，大大減低了人的因素，因此決定本研究使用此種測量方式量測接觸角。

實驗 2：影響接觸角的因素分析

一、實驗方式

- (一)取 3 支乾淨無污染之試管，試管 A、試管 B、試管 C。
- (二)試管 A 不做塗層處理，試管 B 與試管 C 分別以棉花棒塗上親水與疏水塗層。
- (三)以滴管吸取適量嬰兒油，分別伸入試管底部注入液體，使管壁呈未濕潤狀態。
- (四)拍攝照片各三次，並分析照片。
- (五)搖晃試管使管壁濕潤且均勻沾附嬰兒油，使管壁呈已濕潤狀態。
- (六)拍攝照片各三次，並分析照片。
- (七)分別將嬰兒油替換為水、乙醇、汞重複上述流程。

二、實驗結果

表 5-2-1

液體種類	接觸角(θ)	無塗層	疏水塗層	親水塗層
水	管壁未濕潤	88.88	86.84	73.97
	管壁已濕潤	84.46		61.33
嬰兒油	管壁未濕潤	57.19	80.91	53.27
	管壁已濕潤	50.67	50.79	46.14
乙醇	管壁未濕潤	68.27	77.29	63.76
	管壁已濕潤	60.09	65.36	58.63
甘油	管壁未濕潤	82.45	85.75	75.99
	管壁已濕潤	77.42	82.94	62.29

※註：經疏水塗層處理之試管無法以水濕潤管壁，故不討論

三、分析討論

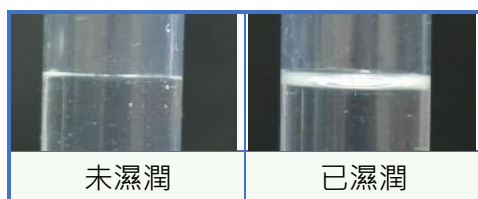


圖 5-2-1

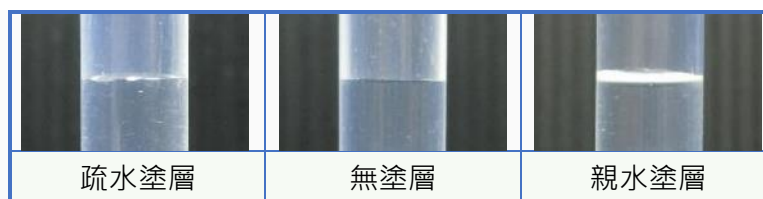


圖 5-2-2

(一)管壁濕潤前後對接觸角的影響

如表 5-2-1、圖 5-2-1 管壁濕潤後接觸角皆明顯變小。經研讀相關教材，以附著力及內聚力的差異推測：因濕潤後液面上方管壁吸附液體分子，而分子間之吸附力導致液面左右端上升進而帶動接觸角縮小，[綜合討論](#)有深入探討圖示可參考。

(二)內壁狀態(不同塗層)對接觸角的影響

濕潤前接觸角：疏水塗層>無塗層>親水塗層。如圖 5-2-2，推測因疏水塗層並不吸附甚至排斥液體分子，因此導致液面左右端下降，造成接觸角變大；相反地，親水塗層則能將右面左右端微幅抬升，造成接觸角縮小。

濕潤後接觸角：不同內壁狀態皆無明顯差異。推測因濕潤後管壁皆已吸附一層液體，則不同塗層對接觸角之影響不大，不易觀察。

(三)液體種類對接觸角的影響

經探討後發現與表面張力有關，液體表面張力越小，接觸角越小。詳見[實驗 5：液體種類影響分析](#)，在此不多做贅述。

實驗 2 小結

1. 管壁濕潤後接觸角皆明顯變小
2. 不同塗層，濕潤前接觸角：疏水塗層 > 無塗層 > 親水塗層。濕潤後差異小。
3. 液體表面張力越小，接觸角越小

實驗 3：毛細管濕潤影響分析

一、實驗方式

- (一)準備兩支相同毛細管。
- (二)使其中一支毛細管之內壁預先濕潤過嬰兒油，接著使兩隻毛細管吸取液體，並比較兩者差異。
- (三)使用嬰兒油、水、乙醇、甘油重複上述流程。

二、實驗結果



圖 5-3-1

三、分析討論

我們在[實驗 2：影響接觸角的因素分析](#)中發現濕潤管壁後接觸角會縮得更小，我們為了驗證此發現，進行此實驗。

比較濕潤前後液體柱高度後，可發現濕潤後液體柱皆升高，這代表濕潤管壁後會放大毛細作用，小至毛細管，大至試管都有此一現象。同時，也進一步確認了我們在[實驗 2](#)中我們對濕潤前後做的分析，代表無論試管口徑大小，濕潤管壁後接觸角皆減小。

已知毛細管吸取液體高度為 $h = \frac{2\gamma\cos\theta}{\rho gr}$ ，以水為例，相關數據如下：

表 5-3-1

γ 表面張力 (dyne/cm)	r 管徑 (mm)	ρ 密度 (g/cm ³)	θ 未濕潤接觸角	θ 已濕潤接觸角
72.75	1.01	1	60.59°	52.66°

經計算後，可得液體高度之理論值，取之與我們的測量值比較。

表 5-3-2

	未濕潤狀態	已濕潤狀態
理論值 (mm)	7.22	8.92
測量值 (mm)	6.045	8.045

我們可以發現，已濕潤狀態的理論值與測量值較為接近。代表毛細現象並非如書本所述單純，上升高度和接觸角也相互影響、相互依存。

實驗 3 小結

1. 無論試管口徑大小，濕潤管壁後接觸角皆減小
2. 濕潤後可使毛細管吸取液體高度增高

【第二部分：有關動態試管一次碰撞】

實驗 4：一觸即發過程的分析

一、實驗方式

- (一)在試管中加入嬰兒油 4cm，調整落高至 3cm。
- (二)切斷電磁鐵電源使試管落下。
- (三)試管撞擊桌面激發液柱。

二、實驗結果

(一)試管下落過程

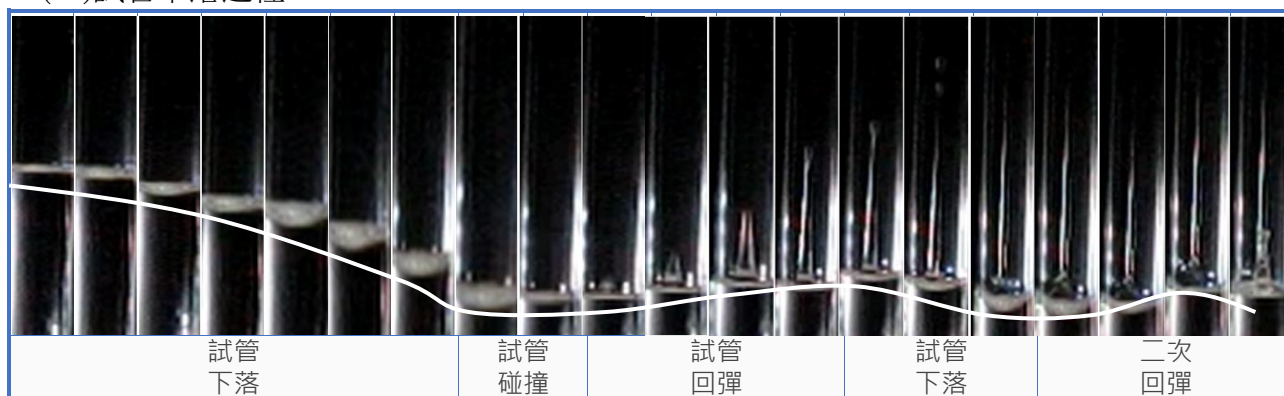


圖 5-4-1

(二)影格與接觸角

表 5-4-1

Frame	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
θ	54.11	54.11	52.59	49.05	44.99	42.72	42.17	41.33	40.03	38.73
Frame	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
θ	37.84	36.96	37.59	37.01	36.67	36.33	35.99	35.23	34.76	35.26

註：記錄至試管第一次回彈前

(三)進階測量結果

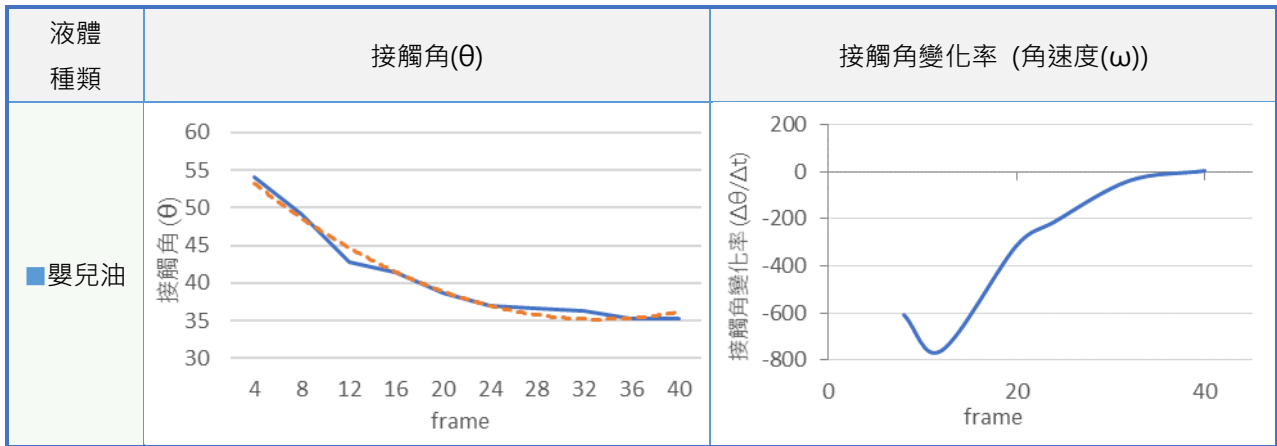


圖 5-4-2

三、分析討論

(一)有關一觸即發過程的觀察

經過多次的拍攝、觀察、討論、分析，我們觀察試管下落過程，發現可分為「**試管下落期**」、「**試管碰撞期**」、「**試管回彈期**」三大部分，如右圖 5-4-3。我們發現碰撞後液面中央會出現液柱，此現象我們稱為「**一觸即發**」。如圖 5-4-4，我們認為**接觸角變化**及**試管碰撞**是產生一觸即發不可或缺的重要因素，而這與「液體狀態」、「試管狀態」、「運動及碰撞狀態」皆有關，將在本研究第二、三部份進行研究分析。

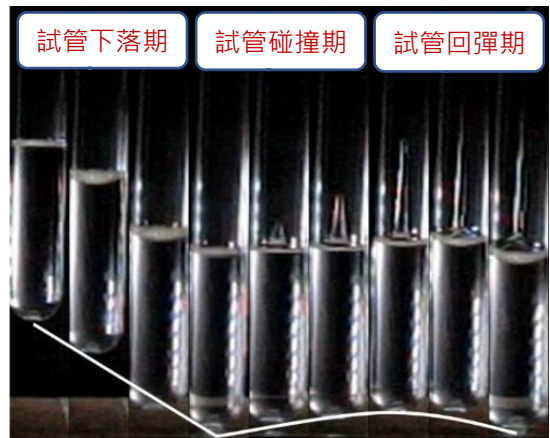


圖 5-4-3

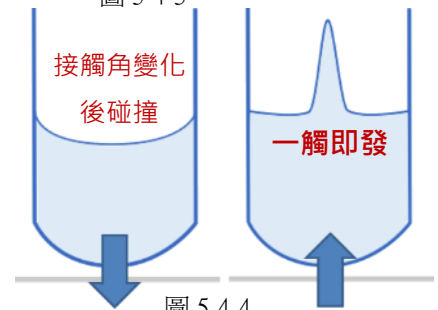


圖 5-4-4

(二)接觸角之變化探討

逐幀測量計算接觸角後，發現在試管觸地前**接觸角隨試管下落逐漸變小**。若借用「轉動」中角速度的概念看待接觸角的變化過程(如圖 5-4-2 及右圖 5-4-5)，可知角速度並非全然穩定變化，是隨試管下落呈**先加速後減速**，最後趨近於 0。

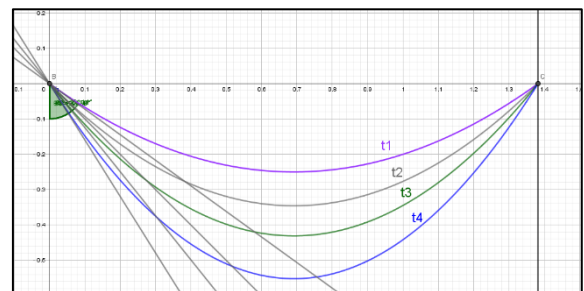


圖 5-4-5 液面與接觸角變化示意圖

實驗 4 小結

1. 接觸角隨試管下落逐漸變小
2. 角速度隨試管下落呈先加速後減速，最後趨近於 0

實驗 5：液體種類影響分析

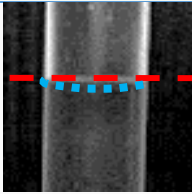
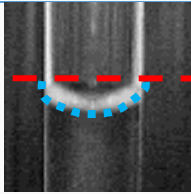
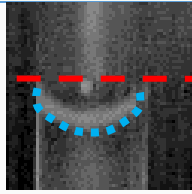
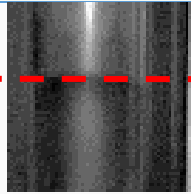

一、實驗方式

- (一)在 5 支試管中分別注入水、嬰兒油、乙醇、甘油、汞 4cm 並吸附在電磁鐵下，調整落高至 3 公分。
- (二)切斷電源使試管落下，拍攝過程各 3 次，並分析影片。

二、實驗結果

(一)基本測量結果

表 5-5-1

液體種類	水	嬰兒油	乙醇	甘油	汞
說明					
	接觸角 稍大	接觸角 變化次之	接觸角 明顯變化	液面 平整	液面 上凸
最小(大)接觸角(θ)	69.70	32.71	25.62	90.00	119.37
液柱初速度 $V_j(\text{cm/s})$	33.27	136.85	204.10	無液柱	126.4

(二)進階測量結果

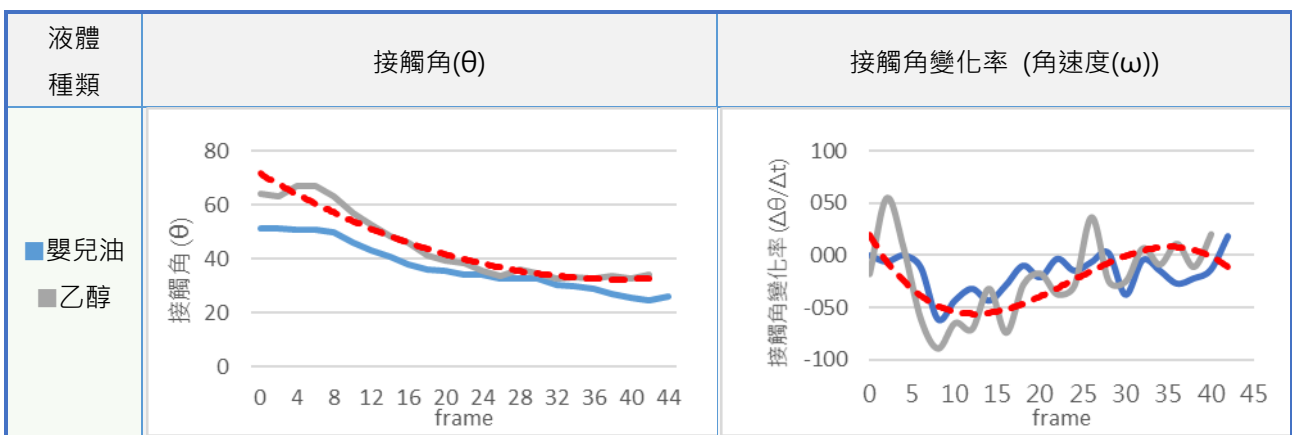


圖 5-5-1

註：記錄至試管第一次回彈前

三、分析討論

(一)液體種類對接觸角影響

如表 5-5-1，不同液體形成之最小接觸角汞>甘油>水>嬰兒油>乙醇

已知接觸角為毛細現象造成，根據研究原理可得，表面張力會使毛細現象更加明顯。我們查閱不同液體常溫時之表面張力，如下圖 5-5-2。

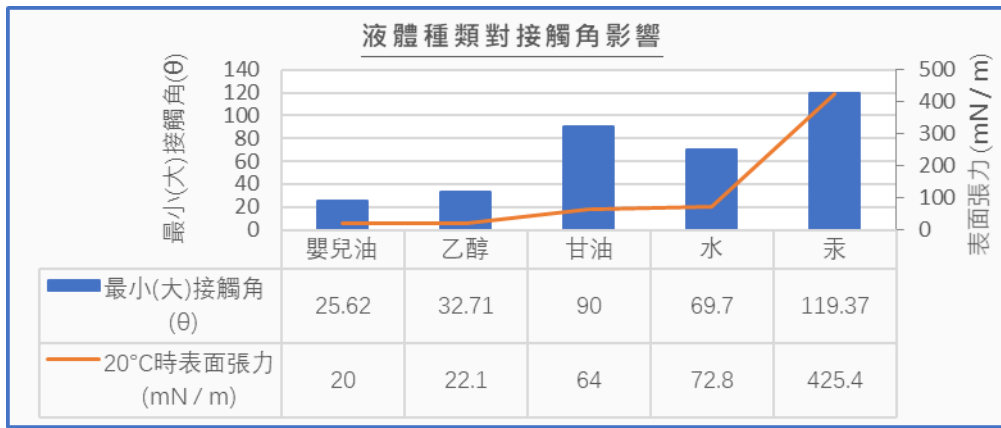


圖 5-5-2

可發現，汞>水>甘油>嬰兒油>乙醇之表面張力，除了甘油外，其餘皆與接觸角大小排序相同。可合理推測，接觸角與液體表面張力有關，且表面張力愈小，接觸角愈小。至於甘油，則推測因黏度很大故流動慢造成液面平整。

如圖 5-5-1，進階分析接觸角變化後，我們可發現接觸角變化較完整的嬰兒油、乙醇的角速度變化相似：

1. 接觸角皆隨試管下落變小，在趨近地面時趨緩
2. 角速度皆隨試管下落呈先加速後減速，最後趨近於 0

(二)液體種類對液柱初速影響



圖 5-5-3

如圖 5-5-3，可發現一觸即發現象最完美的嬰兒油和乙醇之黏度為嬰兒油>乙醇，而液柱初速為嬰兒油<乙醇。可推得液體黏度愈大，流動愈慢，造成液柱初速愈慢。

(三)試管二次碰撞

如表 5-5-1，可發現唯有汞的液面呈上凸情形，經研究後發現此試管竟可透過二次碰撞激發液柱！詳見【[第三部分：有關試管二次碰撞](#)】。

實驗 5 小結

1. 接觸角與液體表面張力有關，且表面張力愈小，接觸角愈小
2. 液柱初速與液體黏度有關，且黏度愈小，液柱初速愈慢

實驗 6：管壁狀態影響分析

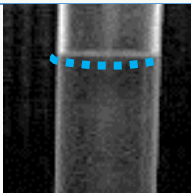
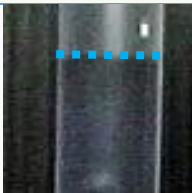

一、實驗方式

- (一)取 3 支試管，試管 A、試管 B、試管 C。
- (二)試管 A 不做塗層處理，試管 B 與試管 C 分別以棉花棒塗上親水與疏水塗層。
- (三)分別注入水至 3cm。
- (四)切斷電源使試管落下，拍攝過程各 3 次，並分析影片。

二、實驗結果

- (一)各項測量結果

表 5-6-1

塗層種類	無塗層	疏水塗層	親水塗層
說明	 接觸角大	 液面與管壁保持垂直	 液面凹陷
最小接觸角(θ)	69.70°	90.00°	48.94°
液柱初速度 $V_j(\text{cm/s})$	33.27	無液柱	114.89

三、分析討論

- (一)管壁狀態對接觸角影響

根據研究原理，接觸角的大小為液體與液體之間的內聚力(同分子間的吸引力)及液體與固體之間的附著力(異類分子間的吸引力)相互作用的結果。故若改變試管狀態，使其附著力改變，接觸角應有變化。根據上述實驗結果，我們使用疏水塗層使其附著力減小，使用親水塗層使其附著力增加。事實證明，附著力影響接觸角至為明顯，且附著力愈大，接觸角愈小；附著力愈小，接觸角愈大。

- (二)管壁狀態對液柱初速度影響

碰撞前液面的接觸角愈大，在碰撞後所產生的接觸角變化會相對較小。反之，碰撞前液面的接觸角愈小，碰撞後所產生的接觸角變化會相對較大，並進而產生液柱。在無塗層及疏水塗層的試管中，因為水與管壁之間的附著力小所以無法產生上述現象。而親水塗層能有效使水與管壁之間的附著力變大，並導致液柱初速度增快。

實驗 6 小結

1. 管壁附著力愈大，接觸角愈小；管壁附著力愈小，接觸角愈大
2. 接觸角愈小，液柱初速度愈快；
接觸角愈大，則液柱初速度較慢甚至不產生液柱

實驗 7：碰撞類型影響分析

一、實驗方式

- (一) 在試管中倒入嬰兒油至 5 公分處，並調整試管落高至 3 公分。
- (二) 將試管吸附於電磁鐵裝置下。
- (三) 分別使試管落於 A.玻璃墊 B.PVC 軟墊。

二、實驗結果

- (一)各項測量結果

表 5-7-1

液體種類	A.玻璃墊 (非彈性碰撞)	B.PVC 軟墊 (非彈性碰撞)
恢復係數 Cr	0.385	0.256
最小接觸角(θ)	56.00	56.51
液柱初速度 Vj(cm/s)	138.52	82.85

三、分析討論

- (一)碰撞墊之恢復係數對液柱初速度影響

當試管掉落時，會有反彈現象。而根據表 5-7-1，我們可以發現兩者恢復係數 $A > B$ 。這代表 A 所損失的能量較小並導致其液柱初速度最快。而由於 B 之碰撞墊較軟，所以會吸收試管的衝擊力並造成液柱初速度減慢。可得恢復係數愈大，初速度愈快。

實驗 7 小結

- 恢復係數愈大，初速度愈快
恢復係數愈小，初速度愈慢

實驗 8：加速度影響分析

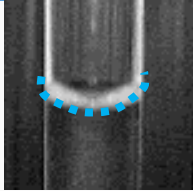
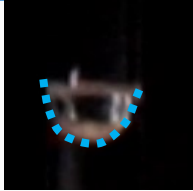

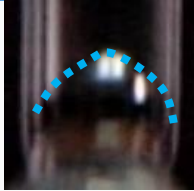
一、實驗方式

- (一)在試管中加入嬰兒油 5cm，調整落高至 3cm。
- (二)在試管底部加裝套底磁鐵，碰撞面上也加裝異名極鉤磁鐵。
- (三)切斷電磁鐵電源使試管落下。
- (四)試管撞擊桌面激發液柱。

二、實驗結果

(一)各項測量結果

表 5-8-1

液體種類	嬰兒油		汞	
加速度	a~g	a>g	a~g	a>g
說明	 液面凹陷	 液面激凹	 液面凸起	 液面激凸
最小接觸角(θ)	55.60	26.07	119.37	141.13
液柱初速度 Vj(cm/s)	107.72	243.03	126.4	225.4

三、分析討論

(一) 加速度對液柱的影響

由表 5-8-1 可得知，當加速度劇烈增加時，接觸角會明顯變化，液柱初速增加。推測因加大加速度使表面張力作用加劇放大毛細現象。這導致接觸角劇烈變化，進而帶動液柱初速度大幅增加。

實驗 8 小結

加速度愈大，接觸角變化愈大，造成液柱初速愈快
 加速度愈小，接觸角變化愈小，造成液柱初速愈慢

【第三部分：有關動態試管二次碰撞】

實驗 9：試管二次碰撞分析

一、實驗方式

- (一)在試管內加入汞，調整落高至 3cm。
- (二)切斷電源使試管落下，拍攝過程各 3 次，並分析影片。

二、實驗結果

(一)試管下落過程

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
試管狀態圖片																			
試管狀態	試管下落					試管碰撞		試管回彈		試管下落再次碰撞									
接觸角變化	凸者愈凸					凸者變凹		產生液柱 二觸即發											

圖 5-9-1

三、分析討論

(一) 有關汞液面變化的討論

汞的內聚力很大，有別於其他液體，一開始液面即上凸，但在碰撞期會使液面變凹，最後在二次碰撞後產生液柱。如圖 5-9-1，汞首次下落期間因視重減小使毛細

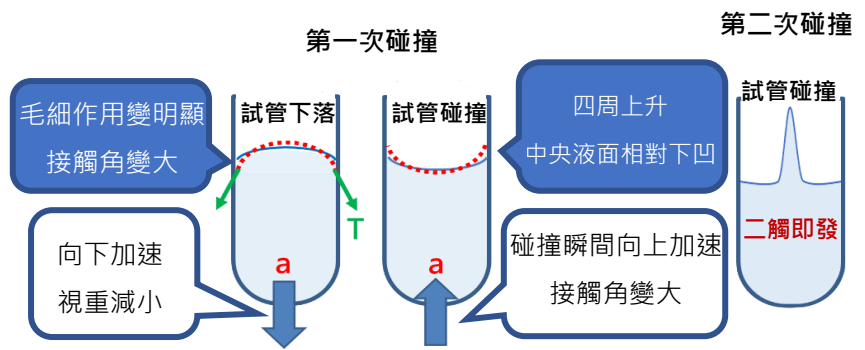


圖 5-9-2 二觸即發示意圖

作用加劇、接觸角變大、液面凸起。接著在碰撞時周圍汞上升，使中央液面相對下凹。回彈後直至二次碰撞前液面均保持下凹狀態，二次碰撞時中央處竟有液柱產生，我們稱之為**二觸即發**，如圖 5-9-2。但因兩次碰撞造成較大液面擾動，使液柱較不筆直。

實驗 9 小結

1. 汞可透過二次碰撞產生液柱
2. 靜置時液面上凸之液體，下落時接觸角愈來愈凸，碰撞後凸變凹

【第四部分：有關試管連續振動】

實驗 10：連續振動試管分析

一、實驗方式

- (一)在試管中注入嬰兒油、汞，並固定在振動機上，如圖 5-10-1。
- (二)調整振動機頻率與振幅，拍攝液面變化並分析影片。



圖 5-10-1 振動機

二、實驗結果

(一)液面形態比較一：以「嬰兒油」為例，共發現四種模態

類別	Mode I	Mode II	Mode III	Mode IV
液面形態 1				
液面形態 2				
觀察結果	液面左右晃動無液柱	<u>中央液柱</u> 重覆出現	<u>左右液柱</u> 交替出現	<u>中央液柱</u> 重覆出現

圖 5-10-2

(二)液面形態比較二：以「汞」為例，另發現 Mode V ~ Mode XI 七種模態

類別	Mode I	Mode II	觀察不到 Mode III & Mode IV	新增 Mode V	新增 Mode VI	新增 Mode VII		
液面形態								
觀察結果	液面左右晃動無液柱	<u>中央液柱</u> 重覆出現		<u>雙柱 2-2</u> 雙柱交替出現	<u>三柱 3-3</u> 液柱交替出現	<u>四柱 4-4</u> 液柱交替出現		
類別	新增 Mode VIII		新增 Mode IX		新增 Mode X		新增 Mode XI	
液面形態								
觀察結果	<u>五柱 5-5</u> 液柱交替出現		<u>六柱 6-6</u> 液柱交替出現		<u>七柱 7-7</u> 液柱交替出現		<u>八柱 8-8</u> 液柱交替出現	

圖 5-10-3

(三)各項測量結果

表 5-10-1

	Mode I		Mode V		Mode II		Mode VI		Mode III		Mode VII		Mode IV	
	f	A	f	A	f	A	f	A	f	A	f	A	f	A
嬰兒油	12	0.4-1.6	--	--	17	0.4-1.4	--	--	22	0.4-0.8	--	--	28	0.4-0.5
汞	12	0.7-0.9	15	0.2-0.3	17	0.4-0.5	20	0.2-0.3	--	--	24	0.2-0.3	--	--

註：f 代表液面振動頻率(Hz)、A 代表振幅(mm)

三、分析討論

(一)液柱產生條件探討

在實驗 9：試管二次碰撞分析中我們發現二次以上碰撞亦能激發液柱，因此我們也相當好奇，如果持續液面擾動，那會不會持續產生液柱呢？因此我們進行了本實驗。以振動機振動試管使其產生液面擾動，觀察其能否產生類似一觸即發的液柱。沒想到當持續放大頻率時，除仍可持續產生液柱外，竟可發現更多模態液柱！如圖 5-10-2&3，我們共可發現 11 種模態的液柱。每一種模態皆有專屬固定頻率與最適振幅。調至對應頻率，並在適當振幅下觀察可發現對應模態液柱。若以嬰兒油為例，將液面輪廓去背疊圖如下表 5-10-2，我們認為液面的振動屬於平面駐波，液柱並非僅能從中央處生成，而且單柱、多柱皆可能發生。

表 5-10-2

嬰兒油				
模態	Mode I	Mode II	Mode III	Mode IV
實驗影片 液面輪廓去背疊圖				
管徑與波長關係	$R = 1 \cdot \frac{\lambda}{2}$	$R = 2 \cdot \frac{\lambda}{2}$	$R = 3 \cdot \frac{\lambda}{2}$	$R = 4 \cdot \frac{\lambda}{2}$
液柱出現方式	液面左右晃動無液柱	中央液柱重覆出現	左右液柱交替出現	中央液柱重覆出現

(二)不同液體、頻率、振幅的最適觀察分析

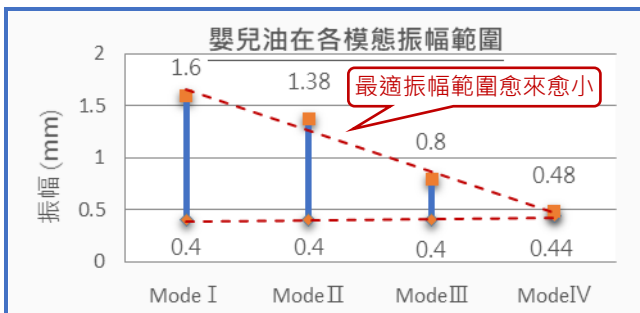


圖 5-10-4

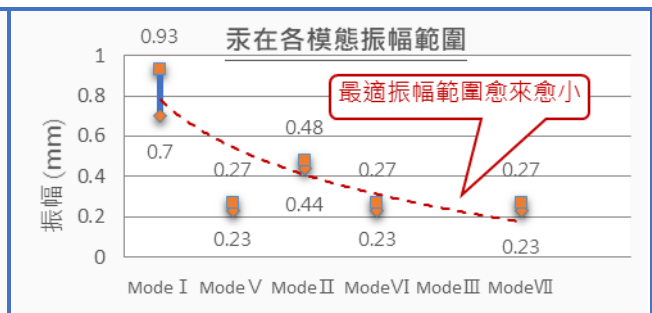


圖 5-10-5

不同種類的液體有其最適觀察頻率及振幅

(1) 就頻率而言：

各模態有其對應觀察頻率，限制性很高，只容許些許的差異，亦即振動頻寬很小。若差異太大，即無法觀察得到。

(2) 就振幅而言：

嬰兒油及汞隨振動頻率增加，最適觀察振幅漸小(如紅色虛線趨勢)且可觀察振幅範圍也愈來愈小，以汞的限制性最高(如藍色縱線)。推測因兩者黏度小，頻率較大時只需些微能量液面即可產生變化，若振幅太大造成液面擾動太大有礙觀察。

實驗 10 小結

1. 持續振動液面可產生不同模態的共振液柱
2. 各模態液柱各有專屬頻率；頻率愈大，最適振幅範圍愈小









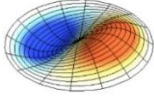
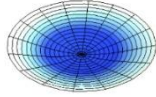
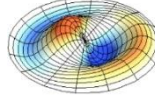
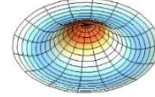
實驗 11：連續振動中的克拉尼圖形

一、實驗方式

- (一)觀察不同模態液柱。
- (二)調整振動機至不同克拉尼圖形理論頻率。
- (三)對照液柱模態與克拉尼模態差異。











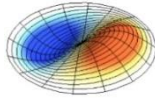
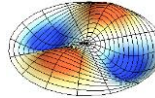
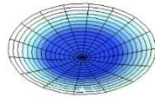
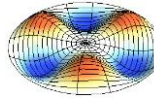
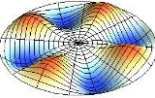
二、實驗結果

表 5-11-1

嬰兒油				
模態	Mode I	Mode II	Mode III	Mode IV
實驗振動頻率	$f_I = 12 \text{ Hz}$	$17 \text{ Hz} \approx 1.42 f_I$	$22 \text{ Hz} \approx 1.83 f_I$	$28 \text{ Hz} \approx 2.33 f_I$
液面形態				
Chladni 薄膜相關研究整理				
模態(m,n) (m:徑向節線 n:圓形節圈)	(1,0)	(0,1)	(1,1)	(0,2)
理論振動頻率	f_I	$1.45 f_I$	$1.84 f_I$	$2.26 f_I$
Chladni figure				
3D 理想模擬圖				









(註：Chladni figure 模擬圖取自 <https://bit.ly/3gFoGv4>)

表 5-11-2

汞					
模態	Mode I	Mode V	Mode II	Mode VI	Mode VII
實驗振動頻率	$f_I = 12 \text{ Hz}$	$15 \text{ Hz} \approx 1.25 f_I$	$17 \text{ Hz} \approx 1.42 f_I$	$20 \text{ Hz} \approx 1.67 f_I$	$24 \text{ Hz} \approx 2 f_I$
液面形態					
Chladni 薄膜相關研究整理					
模態(m,n) (m:徑向節線 n:圓形節圈)	(1,0)	(2,0)	(0,1)	(3,0)	(4,0)
理論振動頻率	f_I	$1.35 f_I$	$1.45 f_I$	$1.67 f_I$	$1.99 f_I$
Chladni figure					
3D 理想模擬圖					

若將上列兩類液體的振動模態依頻率由小至大排列並和 Chladni 振動模態圖例對應可得：

表 5-11-3

嬰兒油振動模態	Mode I		Mode II		Mode III			Mode IV (略)
汞振動模態	Mode I	Mode V	Mode II	Mode VI		Mode VII			
Chladni 圖形對應模態	 (1,0)	 (2,0)	 (0,1)	 (3,0)	 (1,1)	 (4,0)	 (2,1)	 (0,2)	

三、分析討論

(一)液柱模態與克拉尼模態對照

在經過實驗 10 的觀察後，我們發現試管的液面振動形態(振幅較大，有液柱)與 Chladni 薄膜振動(振幅較小，無液柱)研究似乎可相互對應，為了驗證此結果，我們嘗試將液柱振動模態一一對應到克拉尼振動模態，結果令人驚喜。

(二)發現 11 種模態的重要關鍵：定義基頻

在實驗 10 發現的 11 種模態的歷程中，我們將 Mode I 定義為基頻，再對照克拉尼各振動模態與其基頻間的倍頻關係並予以轉換，反推本研究其餘液面模態的理論振動頻率，接著我們嘗試使液面振動頻率對應至理論頻率，並給予適當振幅後，果真在理論頻率附近，發現了與該克拉尼模態相對應的液柱模態！

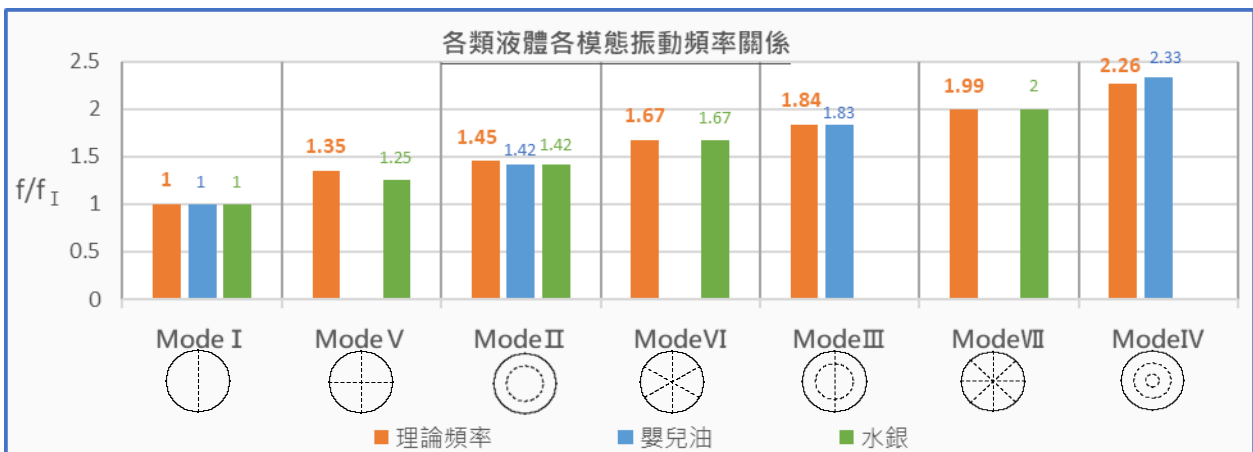


圖 5-11-1

如上圖 5-11-1，不論液體種類為何，各振動模態頻率與基頻的商值都很接近，這同時也驗證了我們定義的基頻的正確性。然而，模態愈高，所接受的頻率誤差範圍就愈小。因此，尋找至正確頻率的過程可說是相當不易。

實驗 11 小結

1. 液面振動&克拉尼振動模態可相對應
2. 利用倍頻關係可計算出其餘模態頻率

實驗 12：連續振動觸發一觸即發分析

一、實驗方式

- (一)調整頻率至 Mode II、Mode IV 模態頻率，調至適當振幅使其產生液柱。
- (二)突然加大振幅，觀察液面變化。

二、實驗結果

(一)液面型態比較







類別	Mode II			Mode IV		
	放大振幅前	放大振幅後		放大振幅前	放大振幅後	
液面形態						
說明	液柱重覆出現	凹深加深	一觸即發	液柱重覆出現	凹深加深	一觸即發

圖 5-12-1

(二)各項數據分析

表 5-12-1

Mode II							
振幅(cm)	0.1	0.2	0.3	0.4	0.4→0.8	0.4→1.2	0.4→1.6
最大凹深 d	0.33	0.37	0.41	0.46	0.50	0.52	0.68
液柱初速 Vj	3.1	7.7	10.3	15.33	25.54	37.30	78.35
柱高 D	0.1	0.13	0.17	0.19	0.32	0.54	1.26
一觸即發	X	X	X	X	X	X	O
Mode IV							
振幅(cm)	0.1	0.2	0.3	0.4	0.4→0.5	0.4→0.6	0.4→0.7
最大凹深 d	0.11	0.15	0.18	0.20	0.23	0.28	0.47
液柱初速 Vj	2.6	4.8	7.2	8.96	16.19	23.15	92.55
柱高 D	0.1	0.14	0.16	0.19	0.20	0.38	1.45
一觸即發	X	X	X	X	O	O	O

三、分析討論

(一)一觸即發產生條件探討-以嬰兒油為例

在普通振動中，所產生的液柱仍不與正常碰撞所產生的液柱一樣又高又直。因此我們嘗試許多方式產生如正常碰撞所產生的**高直液柱**。我們嘗試產生更大的液面擾動，最後，我們發現**突然放大振幅**(原理如**實驗 8**)可以模擬試管真實下落情形，會出現**又高又直液柱**，即誘發「**一觸即發**」現象！如圖 5-12-1，突然加大振幅可大幅提升液面凹深，使液面變為 U 面，進而誘發一觸即發現象產生！

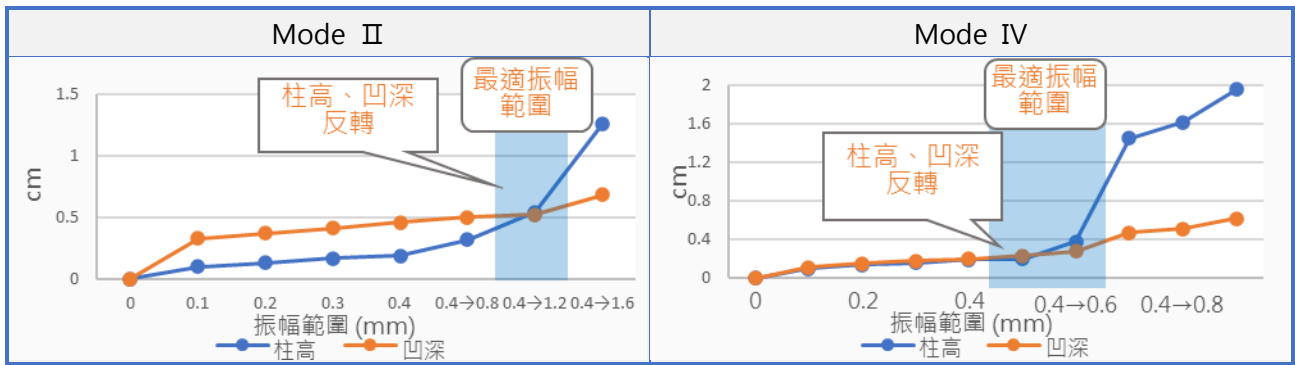


圖 5-12-2 各振幅柱高與凹深關係

由上圖分析可知，在最適振幅範圍前後之柱高及凹深有明顯差異，茲以 Mode II 歸納圖說如下：

加大振幅過程	最適振幅範圍之前		最適振幅範圍	最適振幅範圍之後	
	1	2	3	4	5
液面振動形態					
液面狀態	起伏微小	起伏加大	起伏更大	過渡狀態	振動慣性加大 柱高突然放大
液柱狀態	無	略有液柱	柱高&凹深反轉	明顯液柱	一觸即發
柱高&凹深狀態	柱高 \cong 凹深	柱高 $<$ 凹深	柱高 \cong 凹深	柱高 $>$ 凹深	柱高 \gg 凹深

圖 5-12-3

由上分析可見，在振幅小於最適振幅時，柱高及凹深呈線性變化，即連續產生液柱。而當振幅進入最佳振幅範圍後，柱高及凹深產生劇烈反轉，如圖 5-12-2，進而觸發一觸即發現象！而先前試管因向下加速度使接觸角變小的機制等同於本實驗中的加大振幅，加上碰撞的反作用力激發長直液柱。同時，亦證明廣義來說振動可類比為連續碰撞！最後可歸納：當振動模式 (m, n) 為 $(0, n)$ 且 $n \in \mathbb{N}$ (正整數)，亦即試管的內徑 $R = n \cdot \lambda$ 並在特定振幅範圍下，就能在液面中央處產生一觸連發的現象。

陸、研究綜合討論

綜合以上研究內容，我們提出以下綜合討論。分為液面擬合、接觸角變化、液柱產生機制、二次碰撞及連續振動等五個部分探討。

一、液面擬合探討

根據我們查找的資料，發現轉動圓柱容器中的液面、楔形容器中的液面…等曲線可被證明為不同形態的圓錐曲線(例如：拋物線、雙曲線)(見參考資料 3、4)，而這引發了我們的好奇，想了解試管下落中的曲面樣態，我們嘗試引入 GeoGebra(動態幾何數學軟體)與試管中的液面進行擬合，結果發現液面樣態多元但其變化有其次序，在實驗 2、實驗 4、及實驗 8 中各有不同液面型態，討論如下：

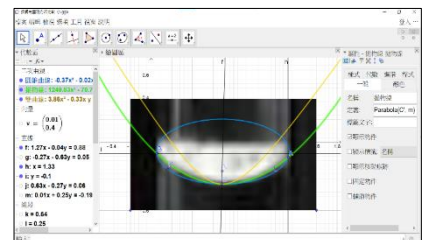


圖 6-1-1 GeoGebra 介面示意圖

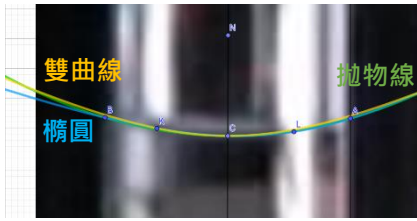


圖 6-1-2 試管靜置， $a=0$

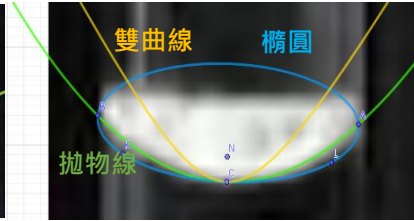


圖 6-1-3 試管下落， $a \sim g$

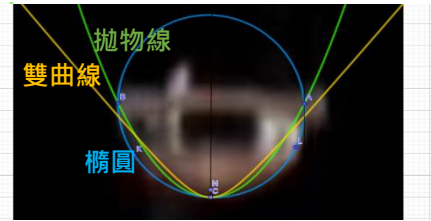


圖 6-1-4 試管下落， $a > g$

1. 試管靜置 (接觸角較大， $a=0$)

以實驗 2 靜置時液面為例，如圖 6-1-2，發現 3 種曲線擬合結果都相當接近實際液面。

2. 試管下落 (接觸角較小時， $a \sim g$)

以實驗 4 試管下落時液面為例，如圖 6-1-3，發現其中拋物線最接近實際液面。

3. 試管下落 (接觸角極小時， $a > g$)

以實驗 8 試管下落時液面為例，如圖 6-1-4，發現其中橢圓曲線最接近實際液面。

4. 統整討論：液面變化：拋物線→橢圓

由上列結論可推知，試管在下落過程中，接觸角若未變得極小，則始終保持拋物線樣態。同時，也證明了我們在實驗 1 使用的測量接觸角方法之正確性。隨著等效重力改變，接觸角愈變愈小，液面由拋物線轉變為接近橢圓的樣態。這些發現將有助於準確地測量接觸角。

二、接觸角變化探討

1. 液體種類影響接觸角

實驗 5：液體種類影響分析中，可發現表面張力愈大則接觸角愈小，討論如下：

根據研究原理，表面張力為液體分子間拉力所致。則若液體表面張力愈小，液體分子向下之拉力愈小，則接觸角愈小。

2. 管壁狀態影響接觸角

實驗 6：管壁狀態影響分析中，可發現親水塗層可使接觸角變小，討論如下：

親水塗層可造成液體與管壁間拉力增大，則接觸角變小。

3. 濕潤狀態影響接觸角

實驗 2：影響接觸角的因素分析、實驗 3：毛細管濕潤影響分析中，濕潤後的接觸角皆會減小，討論如下：

濕潤後液面上方管壁沾附有液體，可將液面周圍液體分子向上吸附，造成接觸角變小。

4. 運動狀態影響接觸角



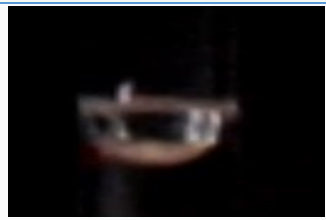
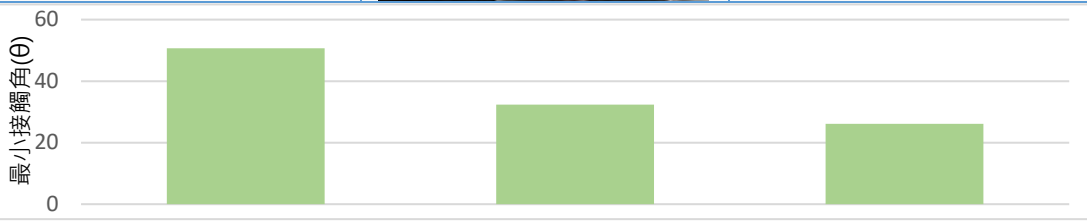
加速度	靜止	$a \sim g$	$a > g$
圖片			
最小接觸角			
	最大	中	最小
	50.67	32.35	26.07
研究出處	實驗 2	實驗 4	實驗 8

圖 6-2-1

在研究中試管有 3 種運動型態：靜止、自由下落、落地前加速度下落。發現加速度愈大最小接觸角愈小，討論如下：

當試管下落時，等效重力幾近於 0，導致視重幾近於 0，僅剩表面張力影響，所以接觸角縮小也就是放大毛細作用。如圖 6-2-2，當試管向下加速，表面張力作用會**放大毛細作用**，使液面邊緣向上爬升，且加速度愈大接觸角變化愈劇烈，可得**等效重力改變會放大毛細現象**。

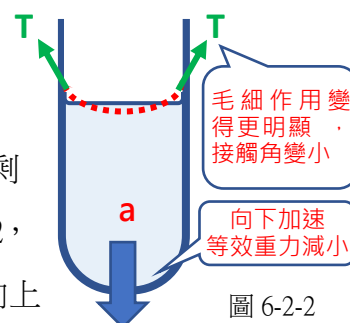


圖 6-2-2

5. 統整結論：接觸角受內聚力附著力交互作用影響

綜合以上 1~3 點，可以發現接觸角受到液體分子之間內聚力與液體與固體間附著力交互作用影響，其中靜置時液面下凹與上凸時又有不同結果。茲整理如下：

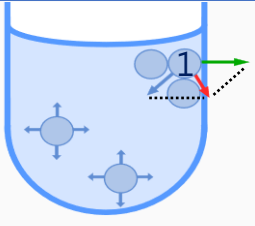
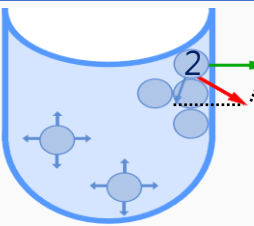
	接觸角會較大的發生情況	接觸角會較小的發生情況
液體表面張力	大	小
管壁狀態	疏水塗層	親水塗層
濕潤狀態	未濕潤	已濕潤
合力方向	↓ 偏下 ↓	↙ 偏斜下 ↘
液柱初速	慢	快
解釋圖	<p>以平行四邊形法，可得 1 號分子合力為紅色箭頭方向</p> 	<p>以平行四邊形法，可得 2 號分子合力為紅色箭頭方向</p> 
<p>→：分子間的吸引力 →：分子與管壁的附著力 →：合力</p>		

圖 6-2-3

如上頁圖 6-2-3，我們嘗試繪製力圖，接觸角較小之情形可視為液面上方多了液體分子，此分子使分子間吸引力朝管壁方向偏轉(藍色箭頭)，而分子與管壁附着力保持不變(綠色箭色)，以平行四邊形法求合力可知道合力向試管壁偏轉(紅色箭頭)，基於液面必須與合力方向垂直，此致接觸角減小。

三、液柱產生機制探討

1. 接觸角影響液柱

[實驗 5：液體種類影響分析](#)、[實驗 6：管壁狀態影響分析](#)中，可以發現接觸角愈小，液柱初速愈快，討論如下：

當試管下落時接觸角變小，撞擊地面後產生又高又直液柱。而此時若接觸角變化不夠劇烈，則液面反彈無法形成液柱。

2. 恢復係數影響液柱

[實驗 7：碰撞類型影響分析](#)中，可發現碰撞面中，可發現恢復係數愈大，初速度愈快，討論如下：

恢復係數愈大，損失能量愈小；恢復係數愈小，損失能量愈大。因此恢復係數大之碰撞面可提供較多能量造成液柱初速較快。

3. 碰撞瞬時速度影響液柱

[實驗 2：影響接觸角的因素分析](#)、[實驗 8：加速度影響分析](#)中，可發現碰撞時瞬時速度愈快，液柱初速愈快，討論如下：

碰撞瞬時速度愈快，接觸角變化愈劇烈，碰撞後進而提升液柱初速。

4. 統整結論：接觸角變化+反彈能量=液柱

綜合以上 1~3 點，可發現須有劇烈的接觸角變化，加上足夠的反彈能量，方能形成液柱。而接觸角變化愈劇烈、碰撞時瞬時速度愈快，液柱初速也會隨之變快。

四、二次碰撞探討

1. 凹者一觸即發；凸者二觸即發

在[實驗 4：一觸即發過程的分析](#)、[實驗 9：試管二次碰撞分析](#)中，在試管下落的不同階段，會有不同液面凹凸變化，可歸納出下表：

表 6-4-1

液體種類	液體舉例	靜置狀態	試管下落	試管碰撞	激發液柱
附著力 > 內聚力	嬰兒油	液面下凹	愈來愈凹	凹變凸	一觸即發
附著力 < 內聚力	汞	液面上凸	愈來愈凸	凸變凹	二觸即發

觀察表 6-4-1，可發現以下幾點

1. 試管下落時因視重減小導致液面凹者愈凹，凸者愈凸
2. 試管碰撞期間因加速度方向改變導致液面凹者變凸，凸者變凹
3. 液體附著力 > 內聚力 ⇒ 誘發一觸即發

液體附著力 < 內聚力 ⇒ 誘發二觸即發

由上述結果可發現，試管在下落中接觸角變化會愈加劇烈，而碰撞後則會改變變化趨勢。

五、連續振動探討

1. 振幅&頻率影響液柱產生

實驗 10：連續振動試管分析中，持續放大頻率時，除仍可持續產生液柱外，可發現 11 種模態的液柱。每一種模態皆有專屬固定頻率，調至該頻率且在適當振幅下觀察即可發現對應模態液柱。加大或減小頻率，則無法產生液柱。

至於最佳振幅範圍，汞的黏性較嬰兒油小，若放大振幅，易造成液面振動，不利液柱產生。

2. 振動模態與克拉尼模態關係

(一)試管振動模態與克拉尼模態比較

實驗 11：連續振動中的克拉尼圖形中，液面振動&克拉尼振動模態可相對應，如表 5-11-3，能在試管中發現，是全新的收穫！但是，我們的研究仍有很大的不同，整理如下：

表 6-5-1

模態類型	聚焦方向	振動型態	振動面積	振動頻率	振動振幅	振源及介質 振動頻率關係	液柱
試管 振動模態	液柱產生	<u>開放端振動</u>	小	低	大	不相同 有倍數關係	○
Chladni 薄膜振動模態	波紋產生	<u>封閉端振動</u>	大	高	小	相同	X

其中，有別於克拉尼薄膜振動為封閉端振動，我們將試管中液柱的液體版克拉尼振動 (Chladni liquid vibration)定義為開放端振動，再者，在影片分析的過程中，我們發現振源與介質的頻率並不相同，且兩種頻率間似乎存在著倍數關係。所以，我們嘗試再將各類液體在各模態下的頻率比整理記錄如下頁圖 6-5-1

(二)振動機頻率(F)與液面的振動頻率(f)分析

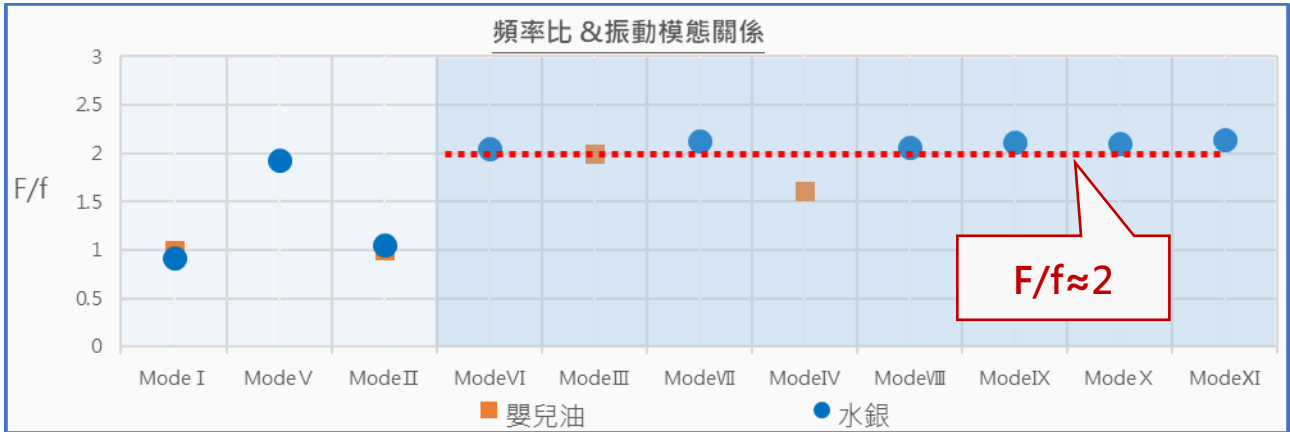


圖 6-5-1 註：頻率比(F/f)=振動機頻率/液面振動頻率

我們記錄下各模態中振動機與液面振動頻率的比值(頻率比)，有令人意外的發現。如圖 6-5-1，我們可發現，模態愈高，頻率比會愈趨近於 2，不因液體不同而有所改變，這與古典克拉尼平板及近代克拉尼薄膜的研究有很大的不同。

3. 連續振動產生一觸即發

實驗 12：連續振動觸發一觸即發分析中，在振動過程中突然加大振幅可激發一觸即發現象，討論如下：

突然加大振幅可使住高及液深產生劇烈反轉，大幅提升液面凹深，使液面變為 U 面，進而誘發一觸即發現象產生！同時，亦證明廣義來說連續振動可類比為碰撞！

4. 統整結論：連續振動可類比為碰撞

綜合以上 1~3 點，可得知連續振動誘發一觸即發亦可與試管掉落產生一觸即發對應。

表 6-5-3

	接觸角變化原因	液柱產生機制	液柱形式
試管掉落	等效重力改變	垂直碰撞	一觸即發
連續振動	連續規律振動 等效重力規律變化	突然加大振幅	可連續產生液柱 可與克拉尼模態對應

柒、研究結論與建議

一、結論

(一) 有關靜態試管

1. 管壁濕潤後接觸角皆明顯變小。
2. 濕潤前接觸角：疏水塗層>無塗層>親水塗層。濕潤後差異小。
3. 液體表面張力越小，接觸角越小。
4. 無論試管口徑大小，濕潤管壁後接觸角皆減小。
5. 濕潤後可使毛細管吸取液體高度增高。

(二) 有關動態試管一次碰撞

1. 接觸角隨試管下落逐漸變小。
2. 角速度隨試管下落呈先加速後減速再加速，角加速度幾近不變。
3. 接觸角與液體表面張力有關，且表面張力愈小，接觸角愈小。
4. 液柱初速與液體黏度有關，且黏度愈小，液柱初速愈慢。
5. 管壁附著力愈大，接觸角愈小；管壁附著力愈小，接觸角愈大。
6. 接觸角愈小，液柱初速度愈快；接觸角愈大，則液柱初速度較慢甚至無液柱。
7. 恢復係數愈大，初速度愈快；恢復係數愈小，初速度愈慢。
8. 加速度愈大，接觸角變化愈大，造成液柱初速愈快；
 加速度愈小，接觸角變化愈小，造成液柱初速愈慢。

(三) 有關動態試管二次碰撞

1. 汞可透過二次碰撞產生液柱。
2. 靜置時液面向上之液體，下落時接觸角愈來愈凸，碰撞後凹變凸。
3. 二次碰撞後可激發液柱。

(四) 有關試管連續振動

1. 持續振動液面可產生多達 11 種模態液柱。
2. 各模態液柱可與克拉尼振動模態互相對應。
3. 大振幅的震盪可類比為碰撞，亦可誘發一觸即發現象。

二、實驗改進建議與未來研究方向

- (一)我們希望未來可使用滑軌組作為研究設備，此方法利於操作且可控制許多變因，但水平的技術問題仍待克服。
- (二)使試管等速度落下並觀察過程，探討能否產生一觸即發現象。
- (三)目前相機若影格率愈高，影片畫質愈低。希望能改進此點，拍攝出更清晰實驗影片。
- (四)直接在試管旁加裝微型攝影機，跟拍下落時液面形變。
- (五)使試管長時間失重且保持穩定，這將會非常有趣，但實驗難度甚高。

捌、參考資料

- 1.張慶堂：內聚力與附著力。取自 <https://bit.ly/3cwhPCZ>
- 2.張慶堂：毛細現象。取自 <https://bit.ly/2TixLSm>
- 3.中大科教：再探旋轉液面的形狀。取自 <https://bit.ly/2SgDKax>
- 4.中大科教：水往上爬。取自 <https://bit.ly/3gaqahR>
5. Rossing, T.D. (2005) Science of Percussion instruments, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd
6. Daniel A. Russell (1998) : **Vibrational Modes of a Circular Membrane**。取自 <http://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/MembraneCircle/Circle.html>

【評語】 030110

本作品對於研究靜、動態的影像分析均十分的細緻，研究主題也相當有趣，是一件優秀的作品。

作品簡報

國中組 物理科

凹凸有柱
一觸即發



研究問題與方法

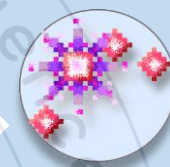
一、有關靜態試管



毛細現象
觀察探討



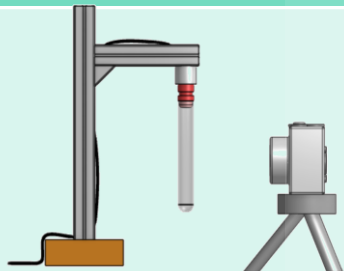
擬合半月液面
發展微分測量



Tracker

分析影響因素

二、有關動態試管

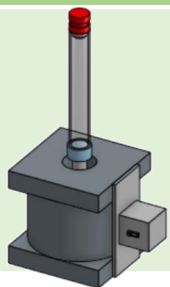


設置觀察一觸、二觸即發
最佳裝置，並予高速攝影

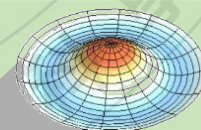


觀察一觸、二觸即發
分析影響因素

三、有關連續振動

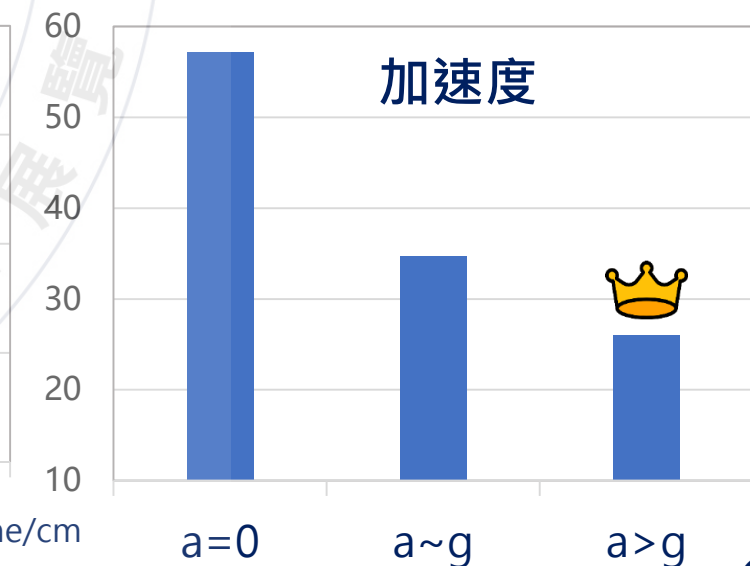
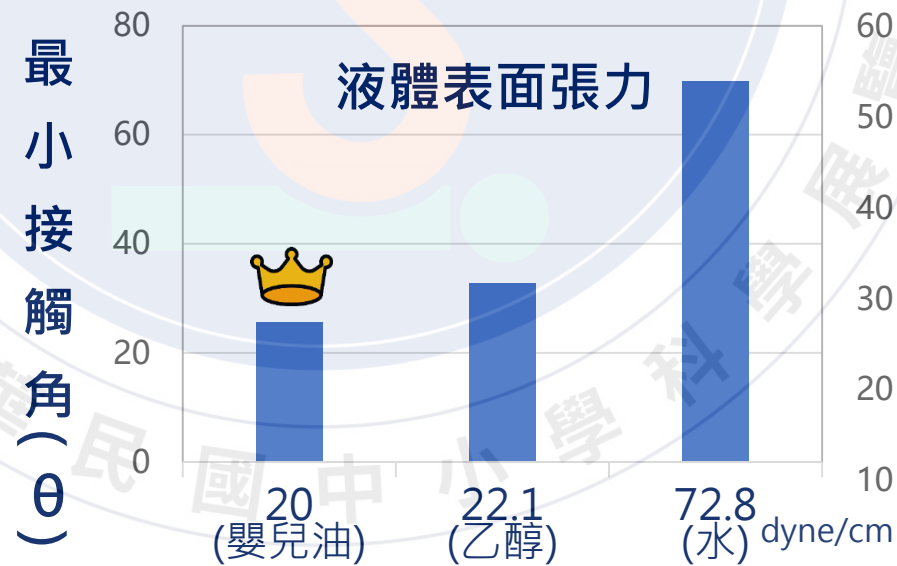
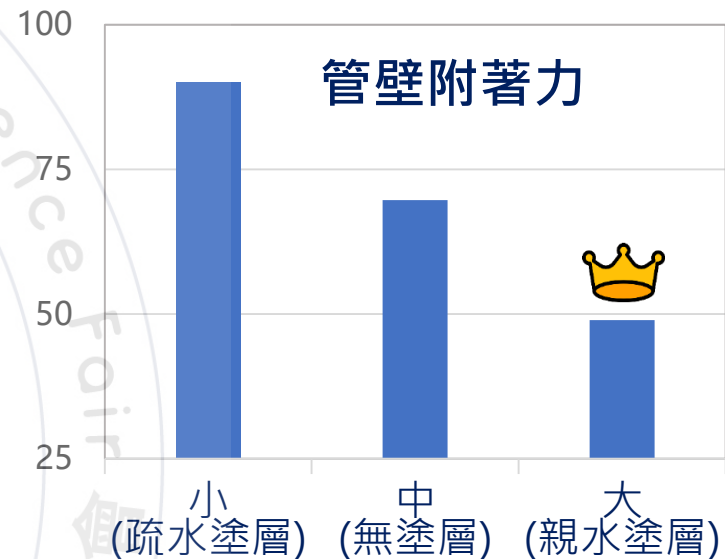
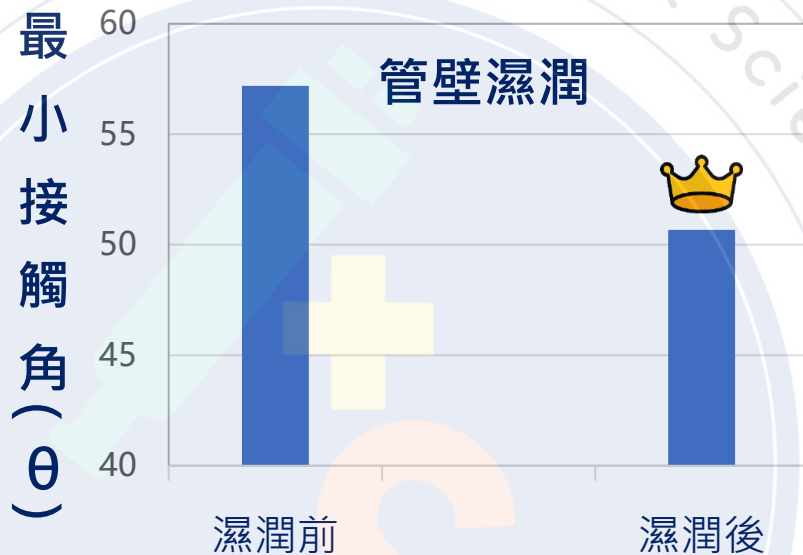
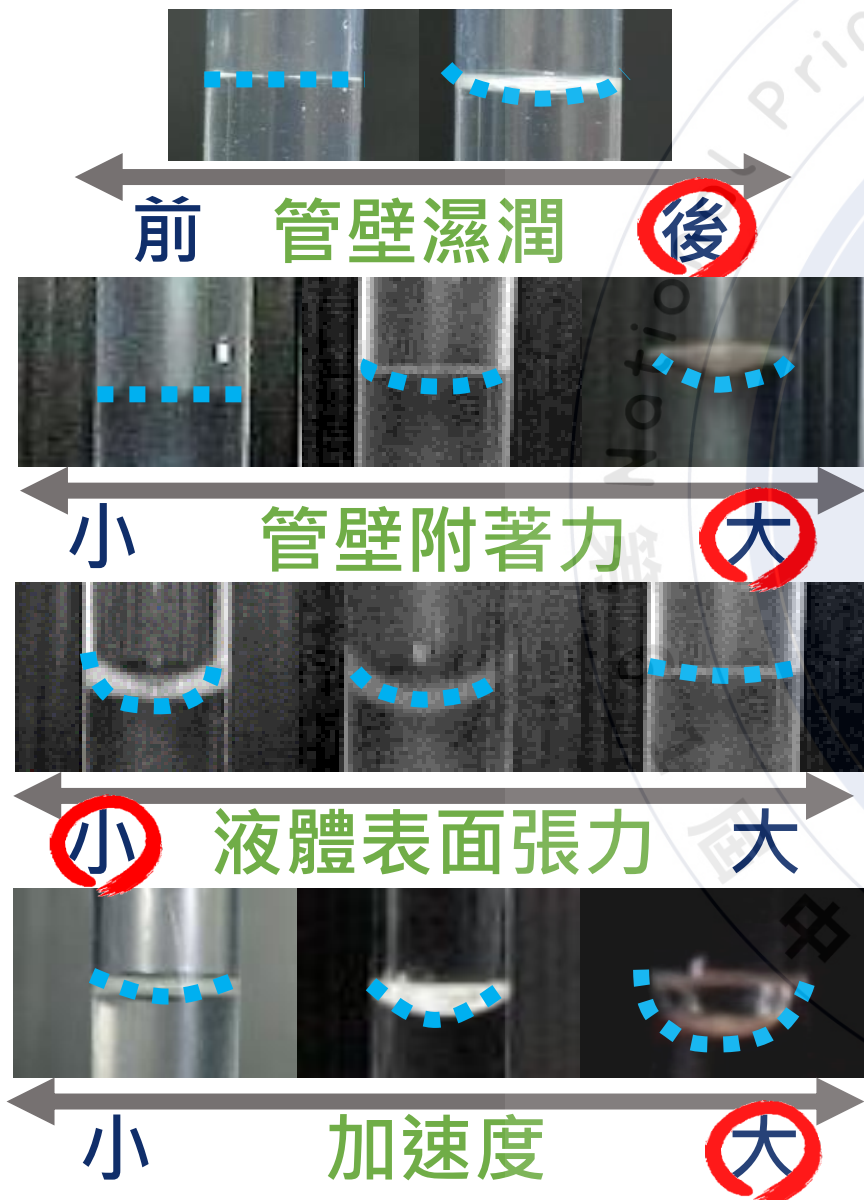


尋找試管液面模態

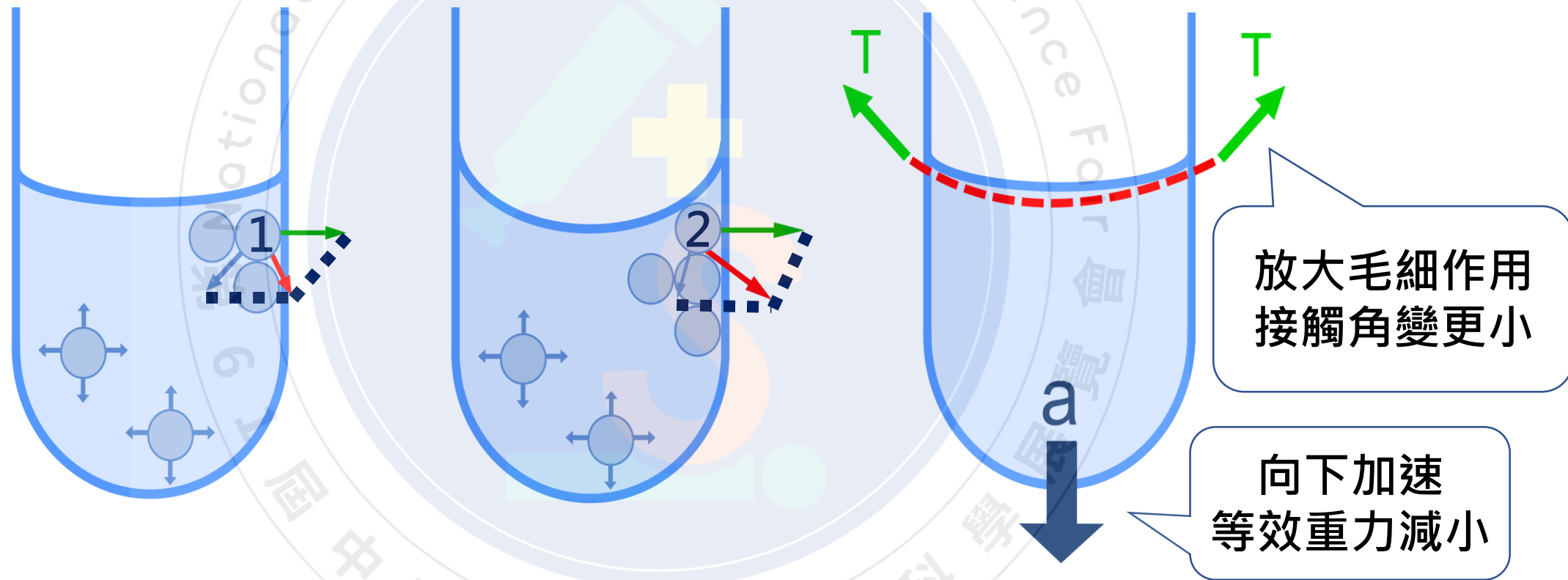


分析液體克拉尼
誘發連續振動中的一觸即發

研究結果與解釋 1 接觸角變化



研究結果與解釋 1 接觸角變化

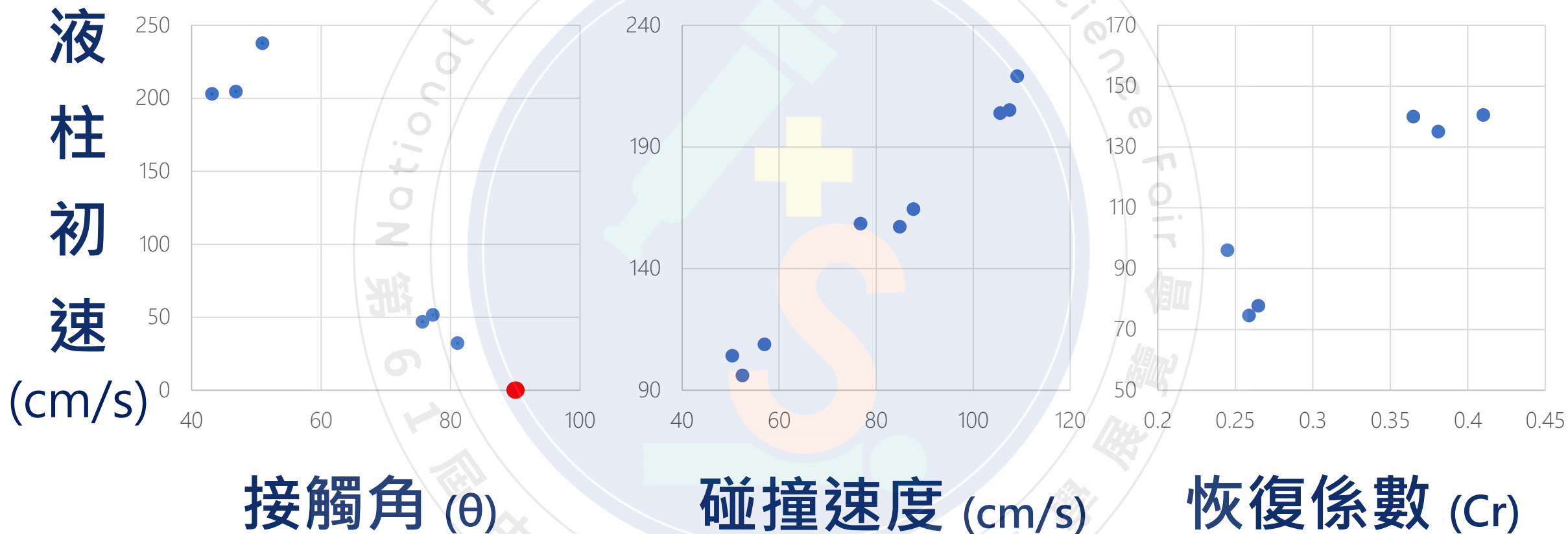


→ F_1 : 分子間的吸引力

→ F_2 : 分子與管壁的附著力

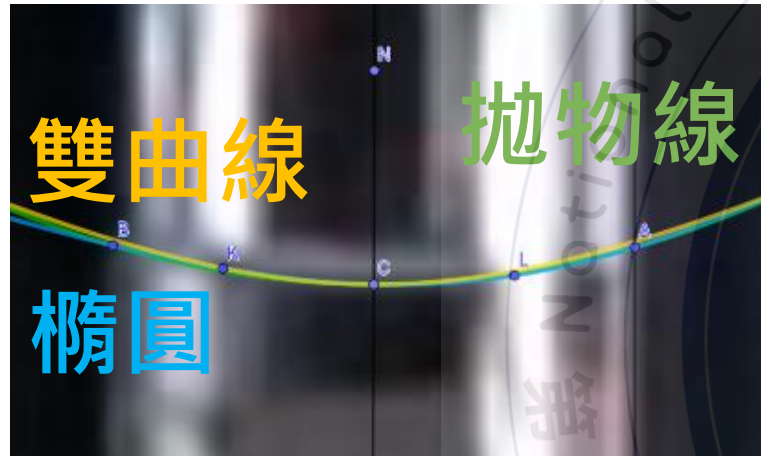
→ F_3 : 合力

研究結果與解釋 2 液柱產生機制

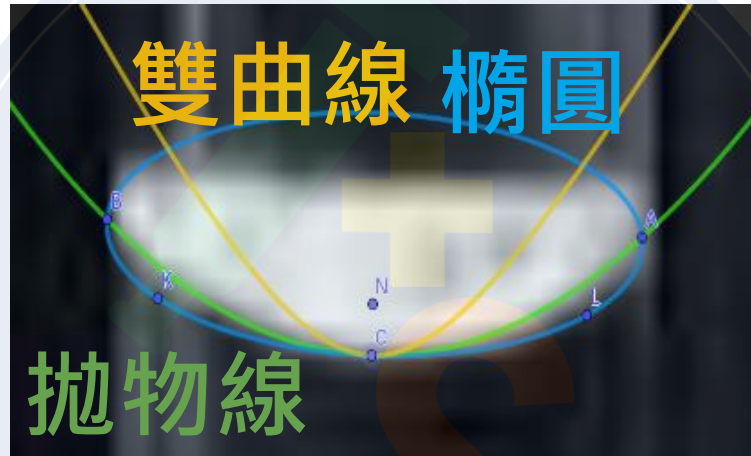


接觸角變化 + 反彈能量 → 液柱

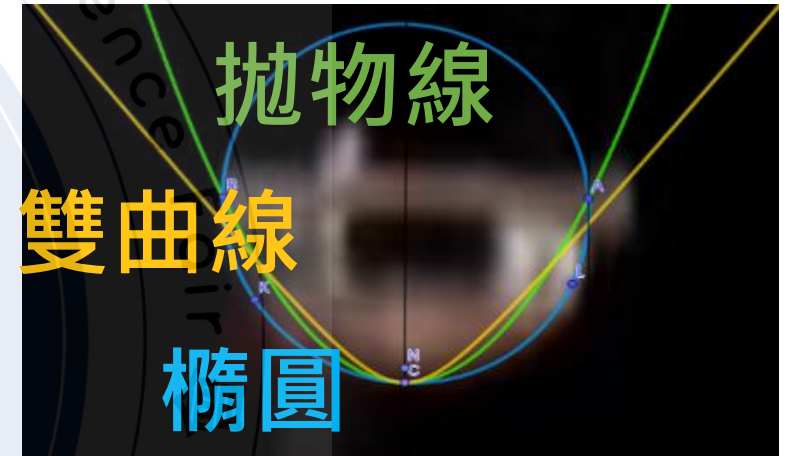
研究結果與解釋 3 液面擬合



$a=0$



$a \sim g$



$a > g$

拋物線



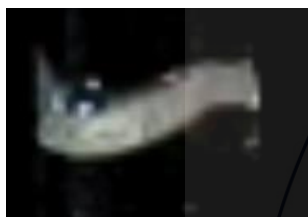
橢圓

研究結果與解釋 4 二次碰撞

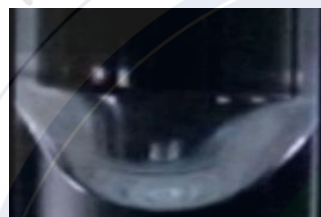
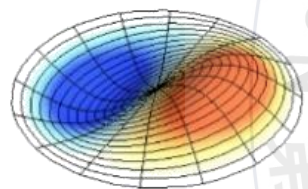
液體種類	液體舉例	靜置狀態	試管下落	試管碰撞	激發液柱
附著力 > 內聚力	嬰兒油	液面下凹	愈來愈凹	凹變凸	一觸即發
附著力 < 內聚力	水銀	液面上凸	愈來愈凸	凸變凹	二觸即發

下落：凹愈凹，凸愈凸
碰撞：凹→凸，凸→凹

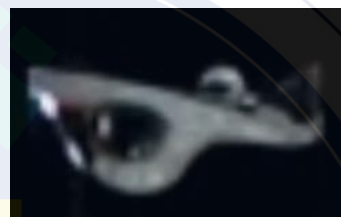
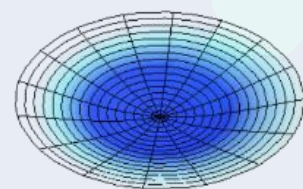
研究結果與解釋 5 連續振動 – 11種模態



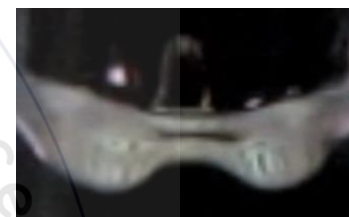
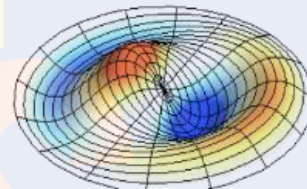
Mode I



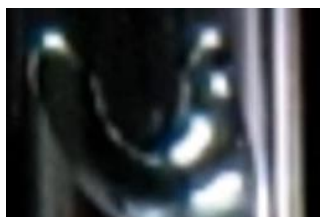
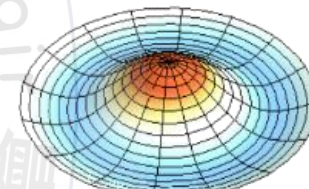
Mode II



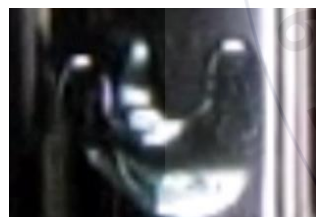
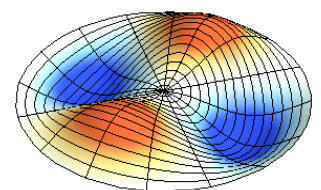
Mode III



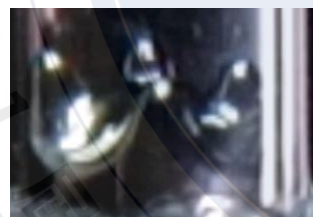
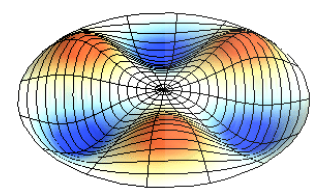
Mode IV



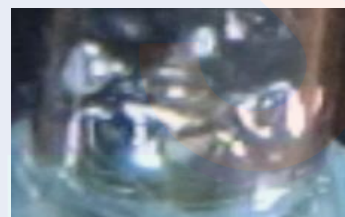
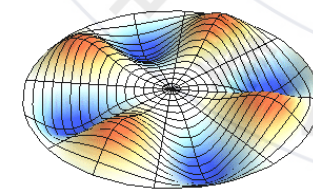
Mode V



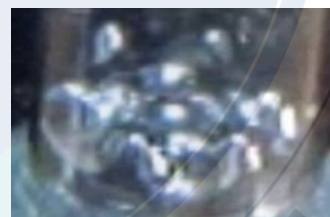
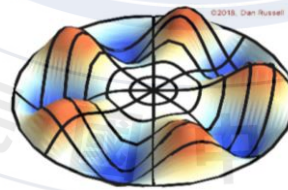
Mode VI



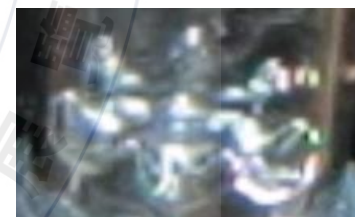
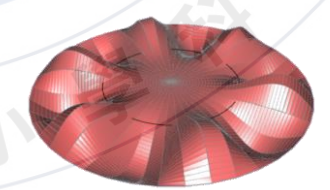
Mode VII



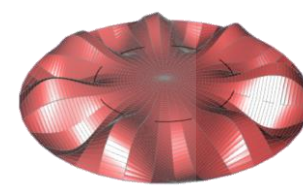
Mode VIII



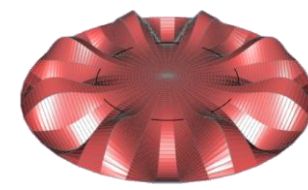
Mode IX



Mode X



Mode XI



研究結果與解釋 5 連續振動 – 克拉尼

模態	Mode I	Mode II	Mode III	Mode IV
實驗影片 液面輪廓去背疊圖				

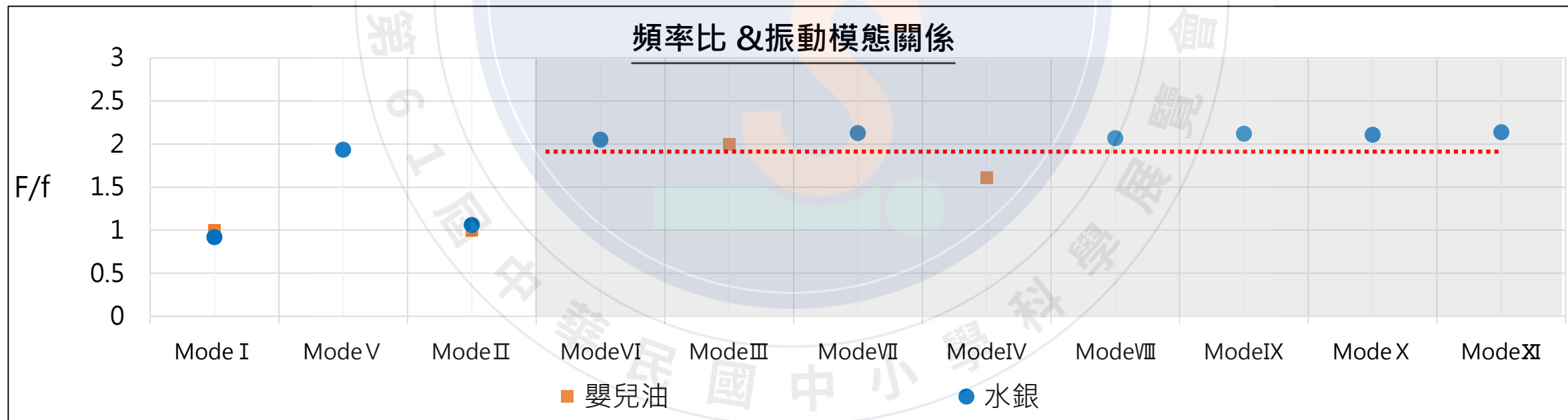
	嬰兒油				汞				
模態	Mode I	Mode II	Mode III	Mode IV	Mode I	Mode V	Mode II	Mode VI	Mode VII
實驗振動頻率	f_I	$1.42 f_I$	$1.83 f_I$	$2.33 f_I$	f_I	$1.25 f_I$	$1.42 f_I$	$1.67 f_I$	$2 f_I$
實驗液面									

Chladni薄膜研究整理

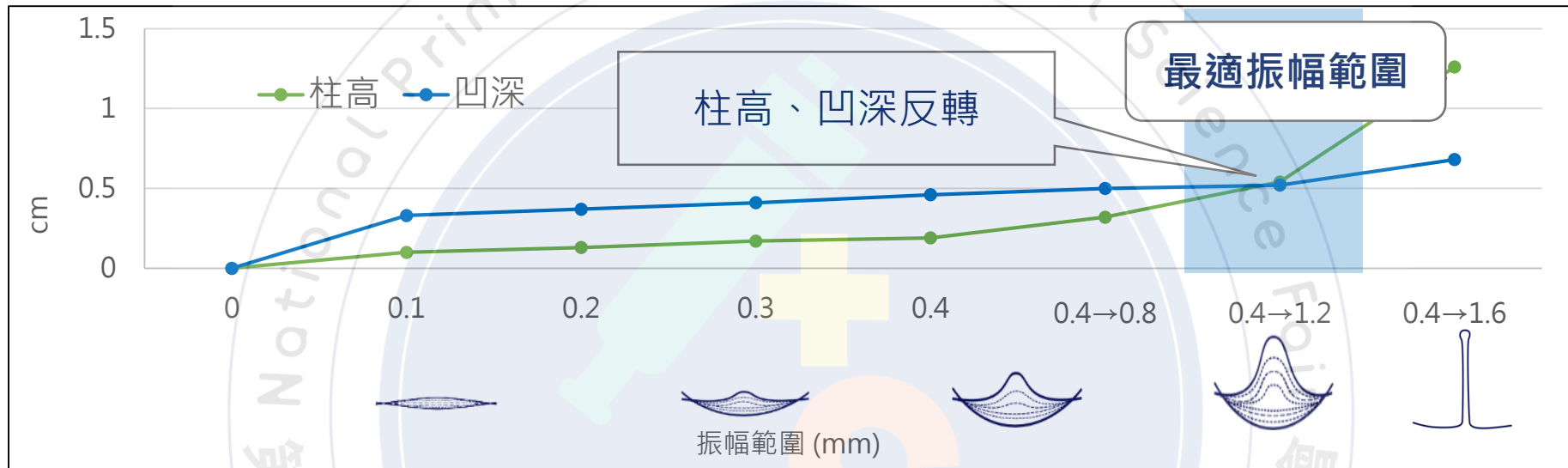
理論振動頻率	f_I	$1.45 f_I$	$1.84 f_I$	$2.26 f_I$	f_I	$1.35 f_I$	$1.45 f_I$	$1.67 f_I$	$1.99 f_I$
3D模擬圖									
Chladni figure									

研究結果與解釋 5 試管克拉尼 vs 薄膜克拉尼

模態類型	聚焦方向	振動型態	振動面積	振動頻率	振動振幅	振源&介質 振動頻率關係	液柱
試管 振動模態	液柱產生	<u>開放端振動</u>	小	低	大	不相同 有倍數關係	O
Chladni 薄膜振動模態	波紋產生	<u>封閉端振動</u>	大	高	小	相同	X



研究結果與解釋 5 連續振動 —— 一觸即發



放大振幅前		放大振幅後	
液柱重覆出現	凹深加深	一觸即發	

應用與結論

改變器壁、濕潤條件、加速放大毛細現象



模擬重力來源，致使燃料向右



Space cup



血液檢測



Ferro fluid Cymatics



參考資料

1. 張慶堂：內聚力與附著力。取自 <https://bit.ly/3cwhPCZ>
2. 張慶堂：毛細現象。取自 <https://bit.ly/2TixLSm>
3. 中大科教：再探旋轉液面的形狀。取自 <https://bit.ly/2SgDKax>
4. 中大科教：水往上爬。取自 <https://bit.ly/3gaqahR>
5. Rossing, T.D. (2005) Science of Percussion instruments, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd
6. Daniel A. Russell (1998) : Vibrational Modes of a Circular Membrane。取自 <https://bit.ly/3gWgg2n>