

中華民國第 61 屆中小學科學展覽會
作品說明書

國中組 物理科

第三名

030107

垂柳擺盪婀娜姿-探討柳擺的擺動原理

學校名稱：南投縣立大成國民中學

作者： 國二 何品嫻 國二 潘勁仔 國二 陳宥瑜	指導老師： 王百恒 徐敏益
---	-----------------------------

關鍵詞：碳纖維、共振、剪應力

摘要

本實驗目的在探討彈性棒狀體受剪應力的效果。觀察碳纖維棒在水平放置時，給予剪應力作用所產生的變形及振動。我們發現碳纖維棒在截面積大、長度短、受剪應力較大時，會產生較大的剪力彈性係數。此外在碳纖維棒長度越長時，週期及振幅越大。剪應力越大時，週期不變且振幅變大。向下角度越大時，週期不變且振幅變小。無論何種情形下，左右振幅皆大於上下振幅。當擺動物體重心遠離受力點且受力與碳纖維振動方向相反時會產生共振效果。而擺動物體重心靠近受力點且受力與碳纖維振動方向相同時會產生共振效果。週期 0.6 秒的擺動物體上，半徑為 0.3mm、長度為 24cm 的碳纖維棒會產生最佳的擺動效果。

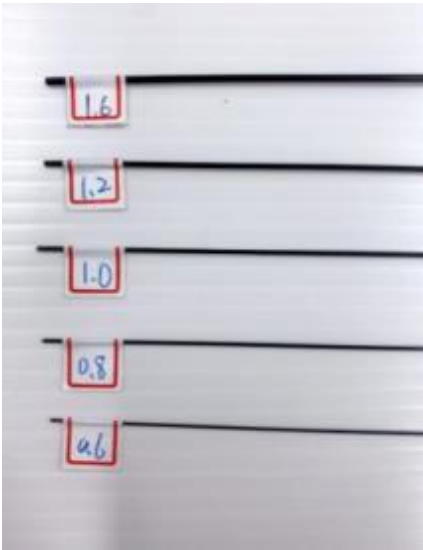
壹、研究動機

有一天我們去台中玩的時候，看到好多卡車載水柳到別處移植，在卡車顛簸前進時，發現柳樹的枝條卻是呈現左右搖擺。這讓我想起在校園中也有類似的情境，每次上體育課時看到同學在跑步時，馬尾女同學的馬尾卻會有節奏的左右擺動。這個現象引起我們的興趣，為何柳樹是往前移動，但是它的枝條卻是左右擺動？所以我們設計一連串的實驗，來探討柳樹擺動跟馬尾擺動的成因跟區別。

貳、研究目的

- 一、尋找適合本實驗的柳擺材質。
- 二、探討柳擺的粗細與變形量的關係。
- 三、探討柳擺的長度與變形量的關係。
- 四、探討柳擺的擺重與變形量的關係。
- 五、探討柳擺長度與週期及振幅的關係。
- 六、探討柳擺變形量與週期及振幅的關係。
- 七、探討柳擺角度與週期及振幅的關係。
- 八、探討擺動物體上的柳擺週期及振幅的關係。
- 九、探討柳擺直線運動時振動頻率與振幅的關係。
- 十、探討馬尾的擺動情形。

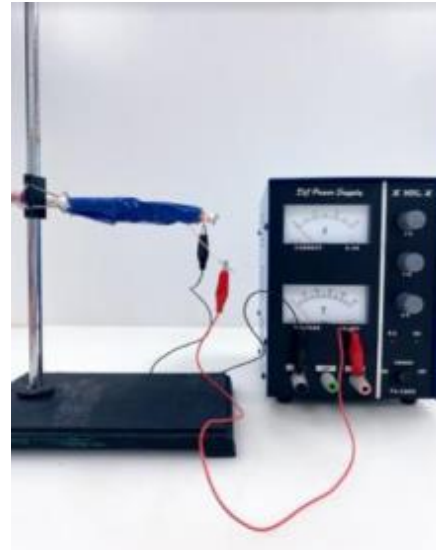
參、研究設備及器材



碳纖維棒



P.S.塑膠杯及冰霸杯



電磁鐵和直流電源供應器



遙控拖板車



夾子和迴紋針及電子秤



GoPro 攝影機及腳架



餐車



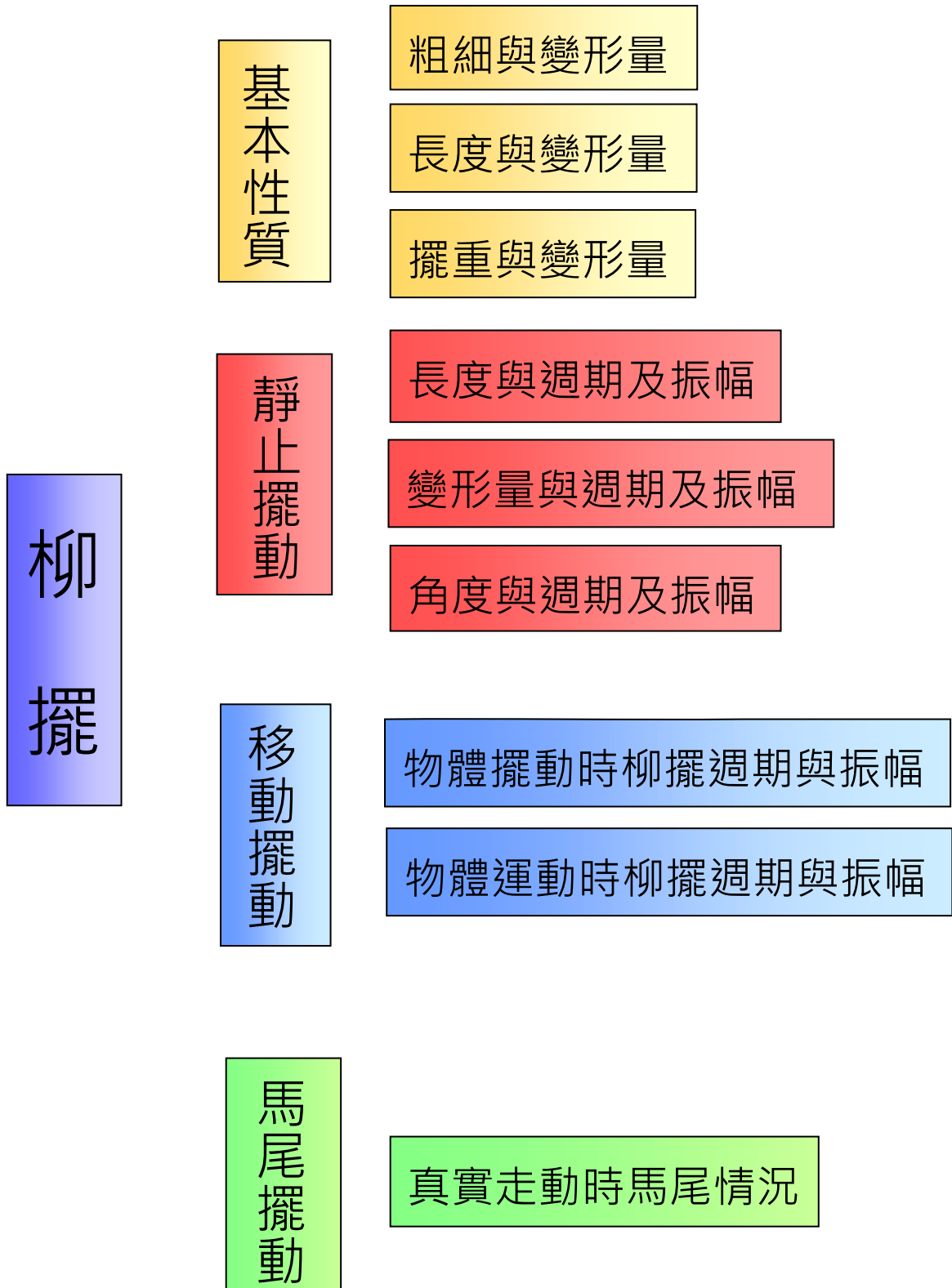
銅線、白鐵線、鉛線、鋁線



寶可夢搖步機

肆、研究過程或方法

研究流程圖



一、尋找適合本實驗的柳擺材質

1. 我們在 P.S. 材質的塑膠杯 20cm 高度處，鑽出兩個平行小洞，插入長度 60cm、半徑 0.8mm 碳纖維棒，伸出 38cm 的長度後，用夾子固定。
2. 將碳纖維棒頂部夾上 18.8g 的夾子，使其受重力自然下垂，量出碳纖維棒的高度變化量如圖 1，並記錄。
3. 取下夾子後測量出碳纖維棒恢復高度量數值大小。
4. 將半徑 0.8mm 的碳纖維棒改為同半徑的白鐵線、鉛線、銅線、鋁線，重複實驗 1.2.3 步驟，求取數值大小。



圖 1 尋找柳擺合適材質裝置圖

二、探討柳擺的粗細與變形量的關係。

1. 我們在 P.S. 材質的塑膠杯 20cm 高度處，鑽出兩個平行小洞，插入長度 60cm、半徑 0.3mm 碳纖維棒，伸出 26cm 的長度後，用夾子固定。
2. 將碳纖維棒頂部夾上 0.99g 的夾子，使其受重力自然下垂，量出碳纖維棒的高度變化量如圖 2，並記錄。
3. 將碳纖維棒的半徑分別改為 0.4mm、0.5mm、0.6mm、0.75mm，重複實驗 1.2 步驟 3 次，求其平均值與標準差。

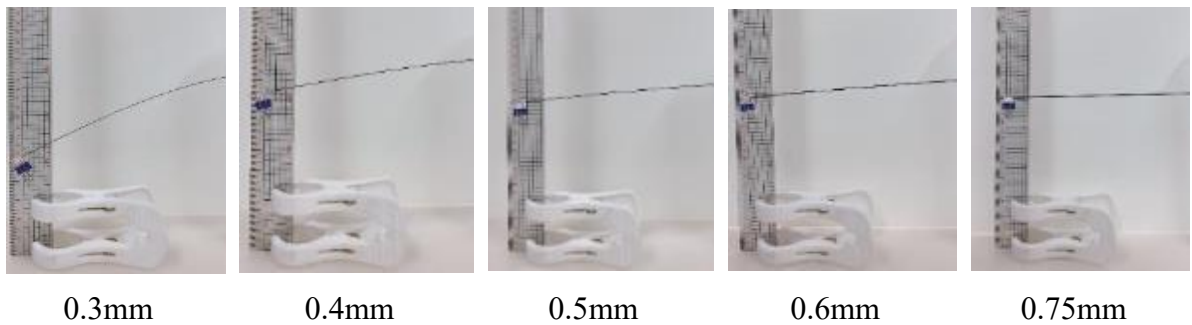


圖 2 不同粗細的柳擺與變形量的裝置圖

三、探討柳擺的長度與變形量的關係。

1. 我們在 P.S.材質的塑膠杯 20cm 高度處，鑽出兩個平行小洞，插入長度 60cm、半徑 0.4mm 碳纖維棒，伸出 5cm 的長度後，用夾子固定。
2. 將碳纖維管頂部夾上 0.99g 的夾子，使其受重力自然下垂，量出碳纖維棒的高度變化量如圖 3，並記錄。
3. 將碳纖維棒的長度分別改為 8cm、11cm、14cm、17cm、20cm、23cm、26cm、29cm、32cm、35cm、38cm，重複實驗 1.2 步驟 3 次，求其平均值與標準差。

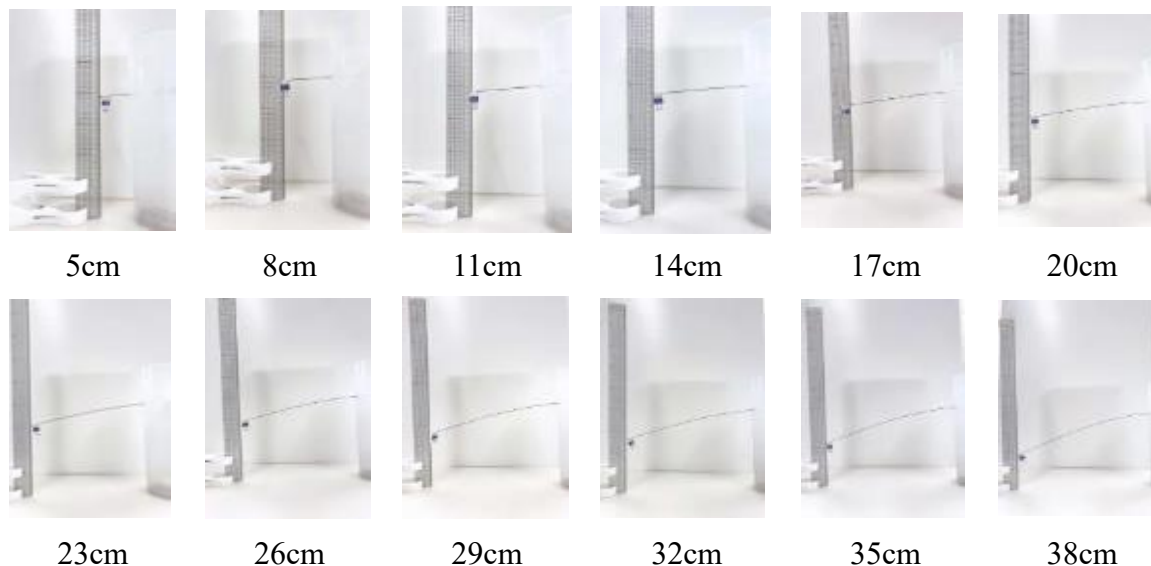


圖 3 不同長度下的柳擺與變形量的裝置圖

四、探討柳擺的擺重與變形量的關係

1. 我們在 P.S.材質的塑膠杯 20cm 高度處，鑽出兩個平行小洞，插入長度 60cm、半徑 0.4mm 碳纖維棒，伸出 26cm 的長度後，用夾子固定。
2. 將碳纖維棒頂部夾上 0.33g 的夾子，使其受重力自然下垂，量出碳纖維棒的高度變化量如圖 4，並記錄。
3. 將碳纖維棒的擺重分別改為 0.66g、0.99g、1.2g、2.4g、3.6g、4.8g、6.0g，重複實驗 1.2 步驟 3 次，求其平均值與標準差。

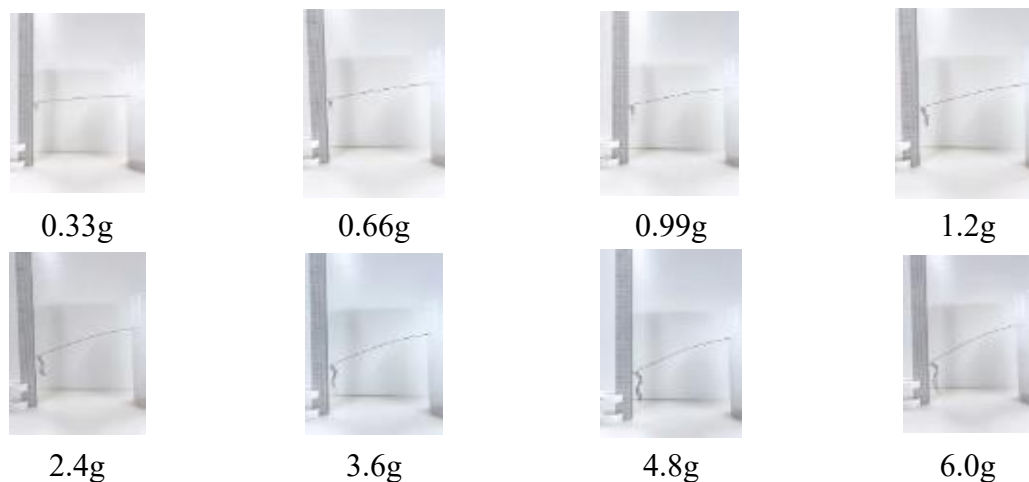


圖 4 不同的柳擺的擺重與變形量的裝置圖

五、探討柳擺長度與週期及振幅的關係

- 1.我們在 P.S.材質的塑膠杯 20cm 高度處，鑽出兩個平行小洞，插入長度 60cm、半徑 0.4mm 碳纖維棒，伸出 26cm 的長度後，用夾子固定。
- 2.將碳纖維棒頂部，固定一根 0.03g 的鐵絲吸住下方 2cm 處電磁鐵，斷電後產生上下振動如圖 5。
- 3.利用 GoPro 錄下振動過程，利用 Tracker 程式找出週期及振幅。
- 4.將長度改為 29cm、32cm、35cm、38cm 重複步驟 1-3，求平均值與標準差。
- 5.將振動方式改成左右振動，重複步驟 1-4 求平均值與標準差。

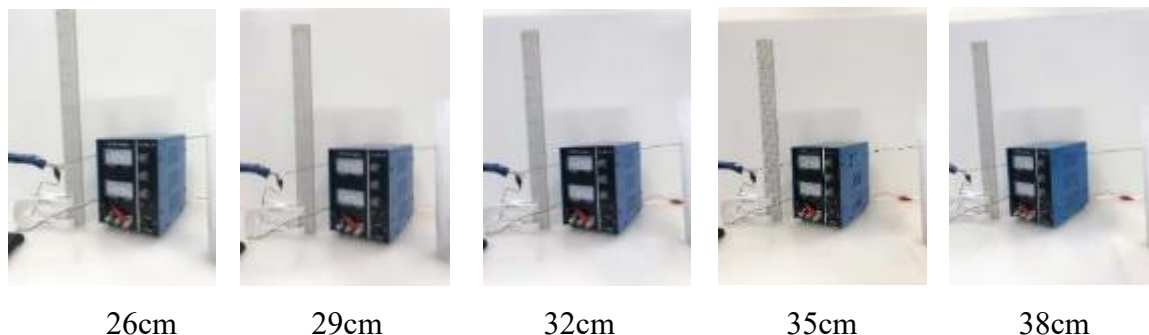


圖 5 不同柳擺長度下週期及振幅的裝置圖

六、探討柳擺變形量與週期及振幅的關係

- 1.我們在 P.S.材質的塑膠杯 20cm 高度處，鑽出兩個平行小洞，插入長度 60cm、半徑 0.4mm 碳纖維棒，伸出 38cm 的長度後，用夾子固定。
- 2.將碳纖維棒頂部，固定一根 0.03g 的鐵絲吸住下方 1cm 處電磁鐵，斷電後產生上下振動如圖 6。
- 3.利用 GoPro 錄下振動過程，利用 Tracker 程式找出週期及振幅。
- 4.將變形量改為 2cm、3cm、4cm、5cm、6cm 重複步驟 1-3，求平均值與標準差。
- 5.將振動方式改成左右振動，重複步驟 1-4 求平均值與標準差。

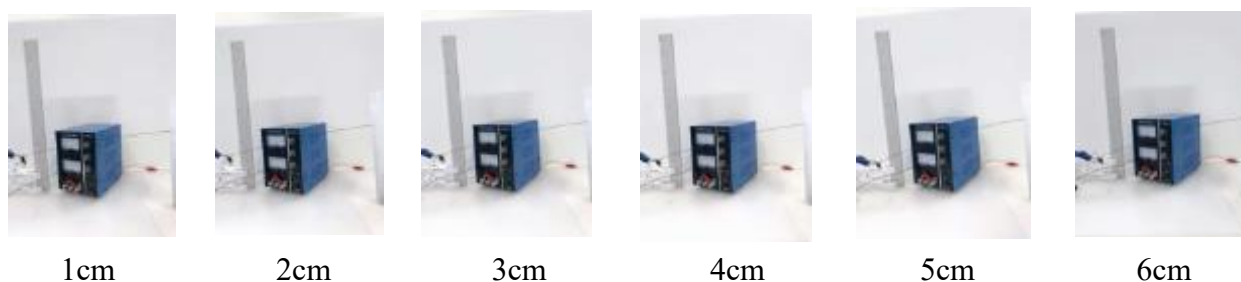


圖 6 不同變形量的柳擺週期與振幅的裝置圖

七、探討柳擺角度與週期及振幅的關係

1. 我們在 P.S. 材質的塑膠杯 20cm 高度處，鑽出兩個平行小洞，插入長度 60cm、半徑 0.4mm 碳纖維棒，伸出 38cm 的長度後，用夾子固定。
2. 將碳纖維棒頂部，固定一根 0.03g 的鐵絲吸住下方 2cm 處電磁鐵，斷電後產生上下振動如圖 7。
3. 利用 GoPro 錄下震動過程，利用 Tracker 程式找出週期及振幅。
4. 將角度改為 -15 度、-30 度重複步驟 1-3 求平均值與標準差。
5. 將振動方式改成左右振動，重複步驟 1-4 求平均值與標準差。



圖 7 不同角度下的柳擺週期及振幅的裝置圖

八、探討擺動物體上的柳擺週期及振幅的關係

1. 我們將半徑 0.3mm 長度 60cm 的碳纖維棒，固定在寶可夢搖步機上，前端 15cm 處夾上一個 3g 的夾子，使其受重力自然下垂如圖 8。
2. 打開寶可夢搖步機使柳擺隨搖步機擺動，並利用 GoPro 錄下擺動過程，用 Tracker 程式找出週期及振幅。
3. 將夾子位置分別改成 18cm、21cm、24cm、27cm、30cm、33cm 重複步驟 2，觀察其運動情形。

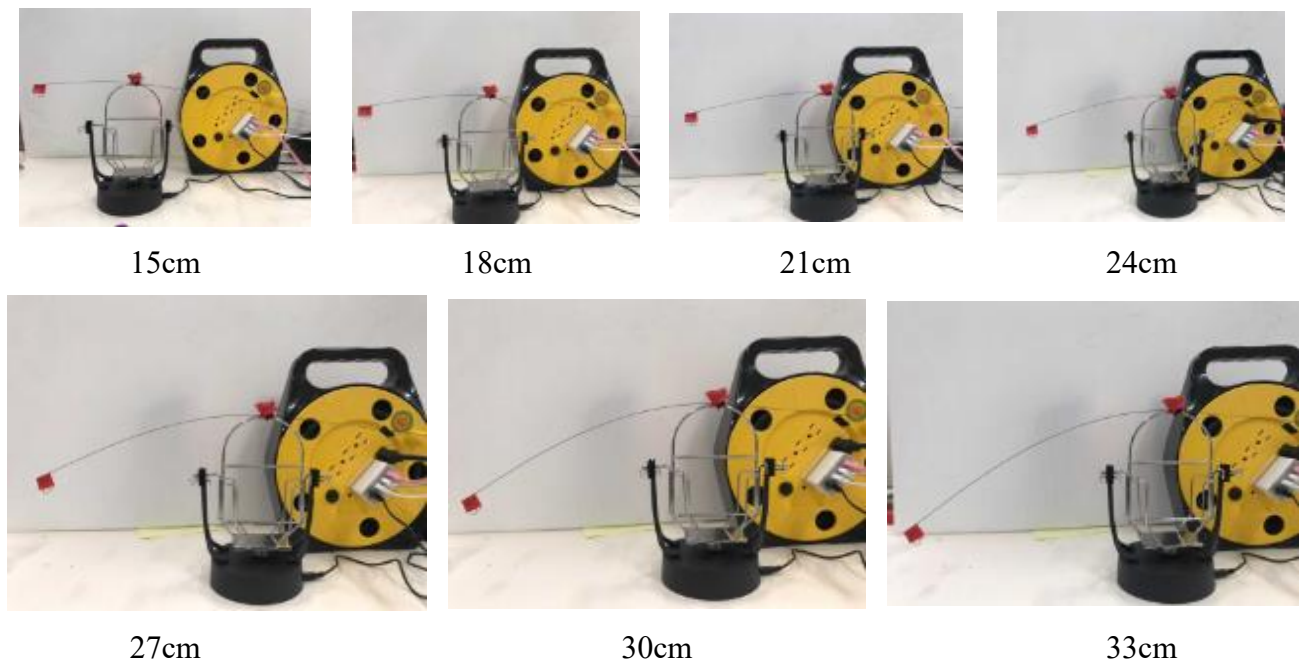


圖 8 擺動物體上不同長度柳擺週期與振幅的關係

九、探討柳擺直線運動時振動頻率及振幅的關係

1. 我們在 P.S. 材質的塑膠杯 20cm 高度處，鑽出兩個平行小洞，插入長度 60cm 半徑 0.3mm 碳纖維棒，伸出 18cm 的長度後，用夾子固定。
2. 將碳纖維棒頂部，夾住一個 3g 的夾子使其受重力自然下垂。
3. 將實驗器材放上遙控玩具拖板車，並將其經過路線上每 32cm 處，左右交替黏上厚紙板所製成的障礙物如圖 9、10。
4. 啟動速度為 40cm/s 的玩具拖板車直線運動後利用 GoPro 錄下柳擺振動過程，利用 Tracker 程式找出週期及振幅。
5. 將柳擺長度分別改成 22cm、26cm、30cm、34cm，重複步驟 1-4 求平均值與標準差。



圖 9 柳擺直線運動裝置圖



18cm



22cm



26cm



30cm



34cm

圖 10 不同長度下柳擺直線運動頻率與振幅的裝置圖

十、探討馬尾的擺動情形

1. 將長髮同學綁上馬尾後，貼上標籤於頭頂及馬尾末梢處，如圖 11。
2. 以頻率 2.08Hz 穩定步伐前進後，利用雙手拉餐車，餐車上固定 GoPro 錄下振動過程，並利用 Tracker 程式，找出身體前進時馬尾前後及左右振動的振動週期及振幅的關係。



圖 11 馬尾實驗裝置圖

伍、研究結果

一、尋找適合本實驗的柳擺材質

我們將半徑為 0.8mm 的碳纖維棒、銅、白鐵、鉛、鋁，伸長 38cm，夾上 18.8g 的夾子，得到變形量分別為 10.2cm、11cm、6.3cm、7.6cm、36.8cm，取下夾子後，分別求出他們的恢復比例為 100.0%、91.6%、97.0%、92.1%、0.0%，如下圖 12、13。

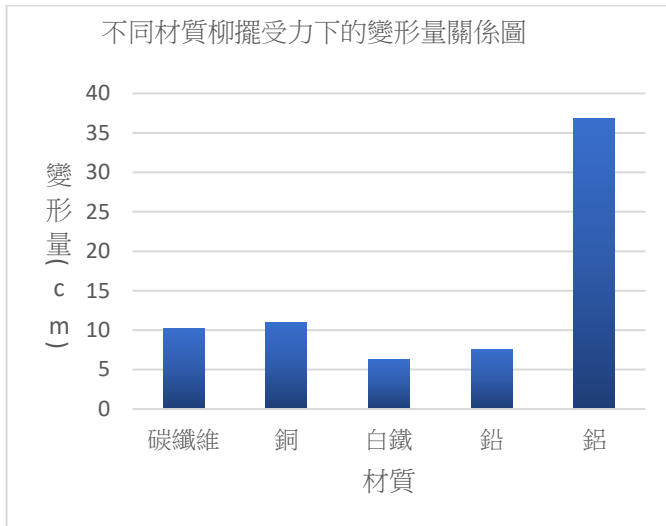


圖 12 不同材質柳擺受力下變形量關係圖

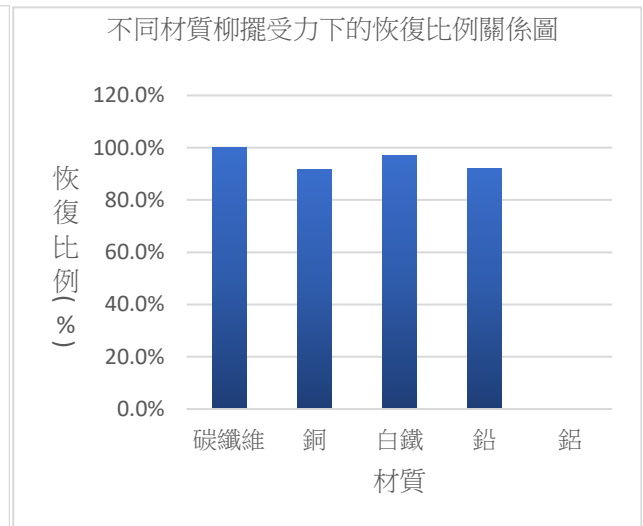


圖 13 不同材質柳擺受力下恢復比例關係圖

由圖可以發現，鋁線的變形量最大，但恢復比例為 0。其他金屬雖然恢復比例達 9 成以上，但碳纖維棒可達 100%，所以我們選碳纖維棒為本實驗的柳擺材質。

二、探討柳擺截面積與變形量的關係

我們固定柳擺為水平狀態，取長度為 26cm、 $m=0.99g$ 分別放入半徑為 0.3mm、0.4mm、0.5mm、0.6mm、0.8mm 的碳纖維棒，求得變形量為 9.6cm、3.2cm、1.7cm、0.8cm、0.23cm 可得下圖 14。

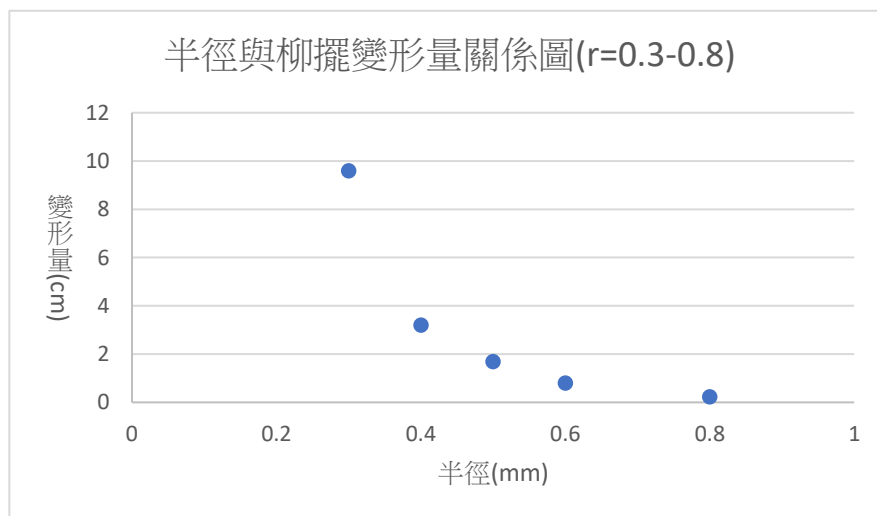


圖 14 半徑與柳擺變形量關係圖

我們由上述圖形改成截面積倒數與變形量關係圖可觀察出，當柳擺截面積為 $0.28\sim 2.0\text{mm}^2$ 時，會成二次函數的性質如下圖 15。

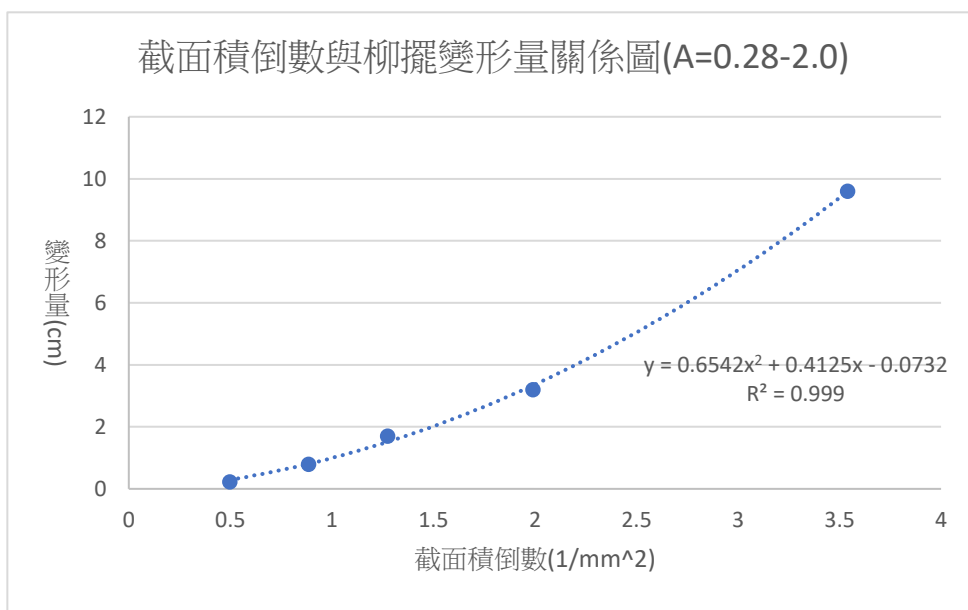


圖 15 截面積倒數與柳擺變形量關係圖

我們將柳擺半徑 $0.3\sim 0.5\text{mm}$ 及 $0.5\sim 0.75\text{mm}$ 的柳擺，由 $\tau=G\gamma$ 求出剪力彈性係數 G ，其平均值與標準差分別為 14.93 、 4.99 ； 42.35 、 19.64 如下圖 16。

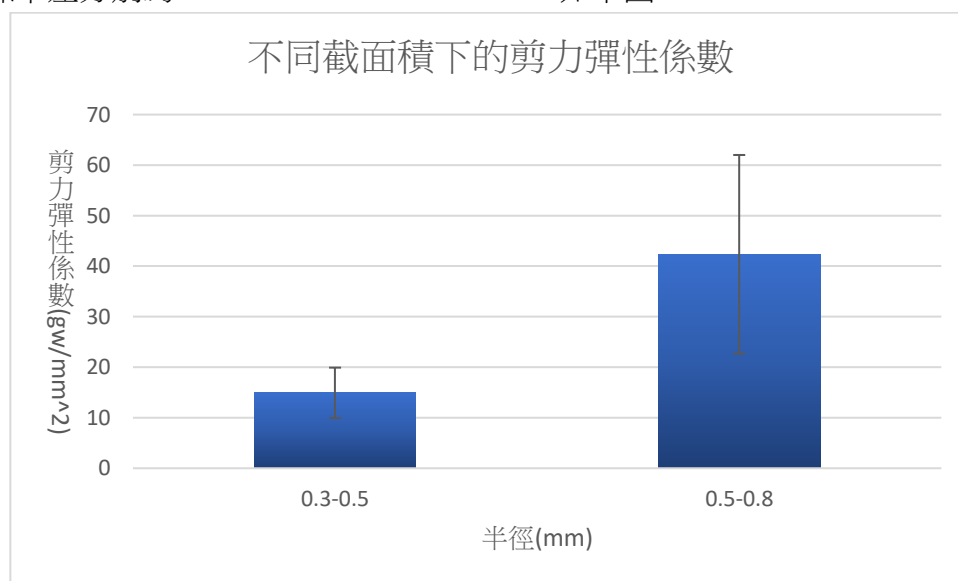


圖 16 不同截面積下的剪力彈性係數

由圖可以得知，截面積較小時，會有較小的剪力彈性係數，誤差也較小，當柳擺半徑 $>0.5\text{mm}$ 時，會有較大的剪力彈性係數，但誤差值較大 (較無參考價值)。

三、探討柳擺的長度與變形量的關係

我們探討固定柳擺為水平狀態，取長度為 5cm、8cm、11cm、14cm、17cm、20cm、23cm、26cm、29cm、32cm、35cm、38cm、 $r=0.4\text{mm}$ ，放入 0.99g 的擺錘後分別求得變形量為 0.15cm、0.38cm、0.66cm、0.98cm、1.4cm、1.7cm、2.4cm、3.2cm、4.5cm、5.9cm、8.9cm、12.8cm 可得下圖 17。

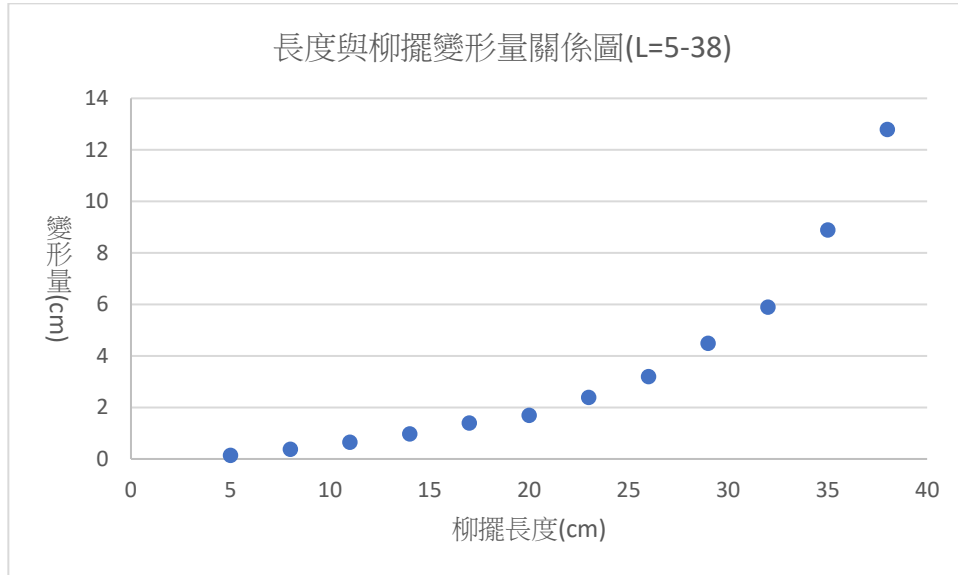


圖 17 長度與柳擺變形量關係圖

由下圖 15 可觀察出，當柳擺長度為 5cm、8cm、11cm、14cm、17cm 時 會呈現一次函數的性質，而當柳擺長度為 17cm、20cm、23cm、26cm、29cm、32cm、35cm、38cm 時，會成二次函數的性質如下圖 18。

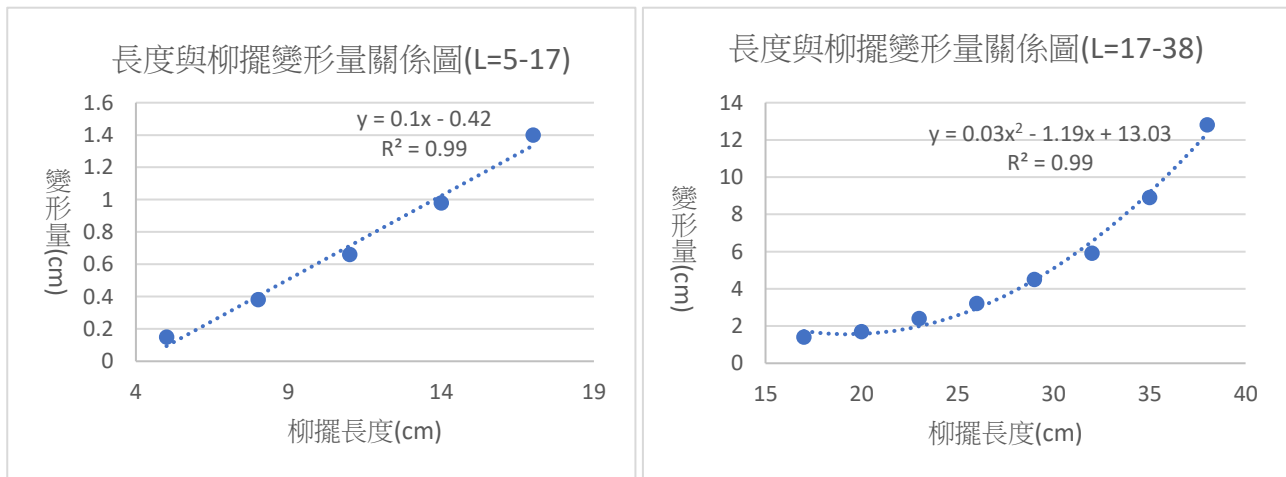


圖 18 長度與柳擺變形量關係圖

我們將擺長 11-20cm 及 20-35cm 的柳擺由 $\tau=GY$ 求出剪力彈性係數 G ，其平均值與標準差分別為 17.30、2.85；9.52、3.61 如下圖 19。

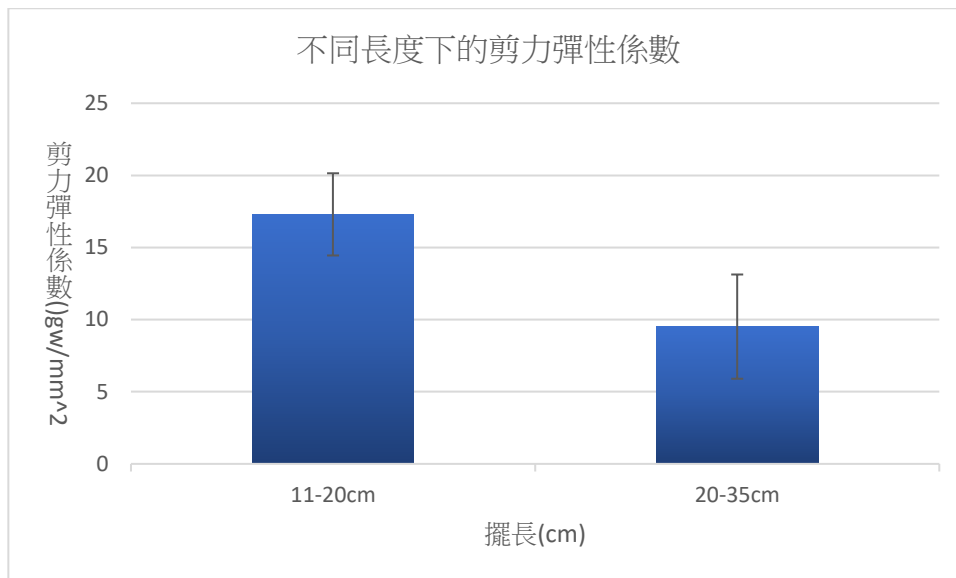


圖 19 不同長度下的剪力彈性係數

由圖可以得知，長度較短時，會有較大的剪力彈性係數，誤差也較小，當柳擺長度較大時，屬於二次函數，因此誤差值較大（較無參考價值）。

四、探討柳擺的擺錘質量與變形量的關係

我們探討固定柳擺為水平狀態，取長度為 26cm、 $r=0.4\text{mm}$ 分別放入 0.33g、0.66g、0.99g、1.2g、2.4g、3.6g、4.8g、6.0g 的擺錘，分別求得變形量為 1cm、2.1cm、3.2cm、4cm、7.1cm、9.1cm、11.6cm、13.2cm 可得下圖 20。

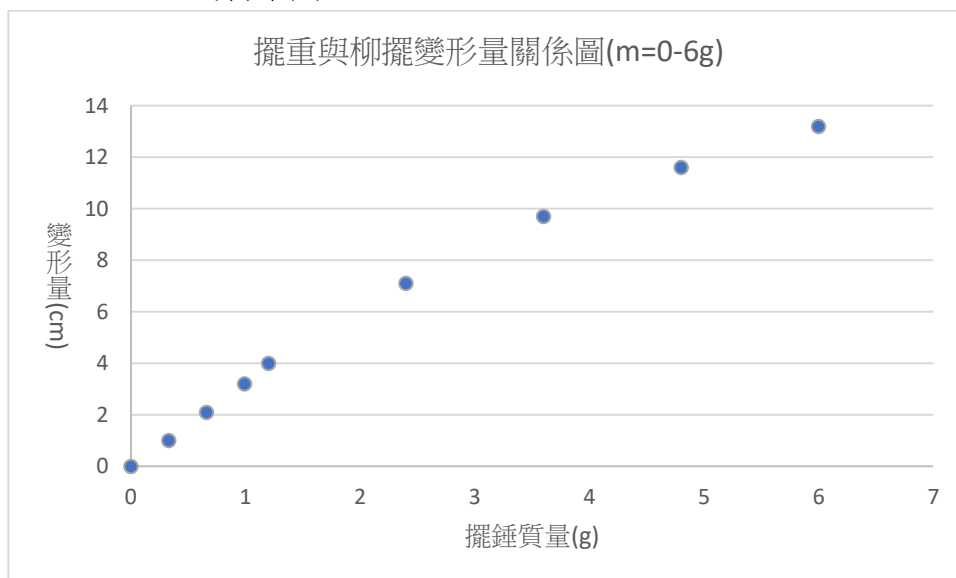


圖 20 擺重與柳擺變形量關係圖

由下圖可觀察出，當擺錘質量為 0~1.2g 時 會呈現一次函數的性質，而當擺錘質量為 1.2~2.0g 時，會成二次函數的性質如下圖 21。

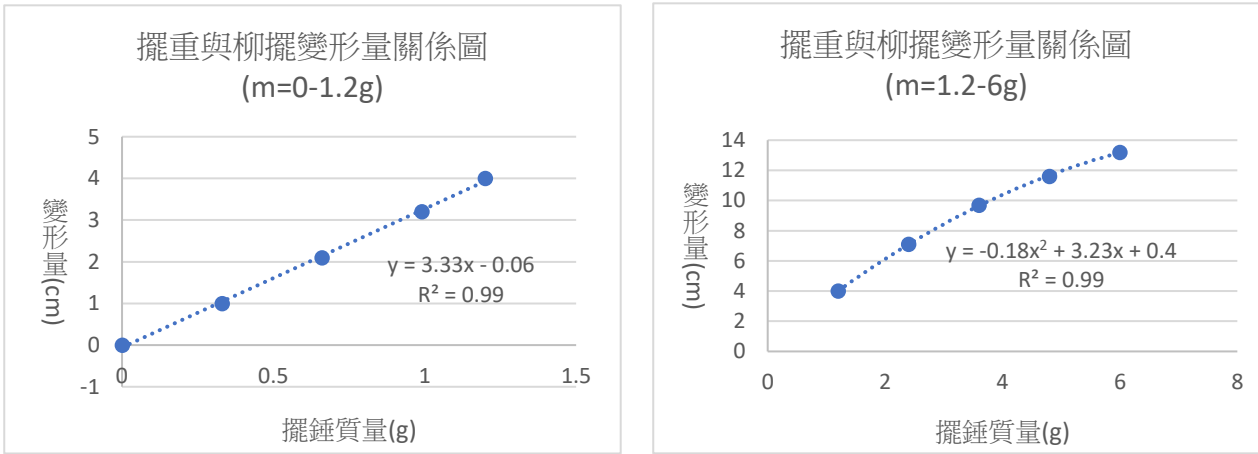


圖 21 擺重與柳擺變形量關係圖

我們將擺錘 0~1.2g 及 1.2~6g 的柳擺由 $\tau=G\gamma$ 求出剪力彈性係數 G ，其平均值與標準差分別為 9.87、0.92；18.47、5.44 如下圖 22。

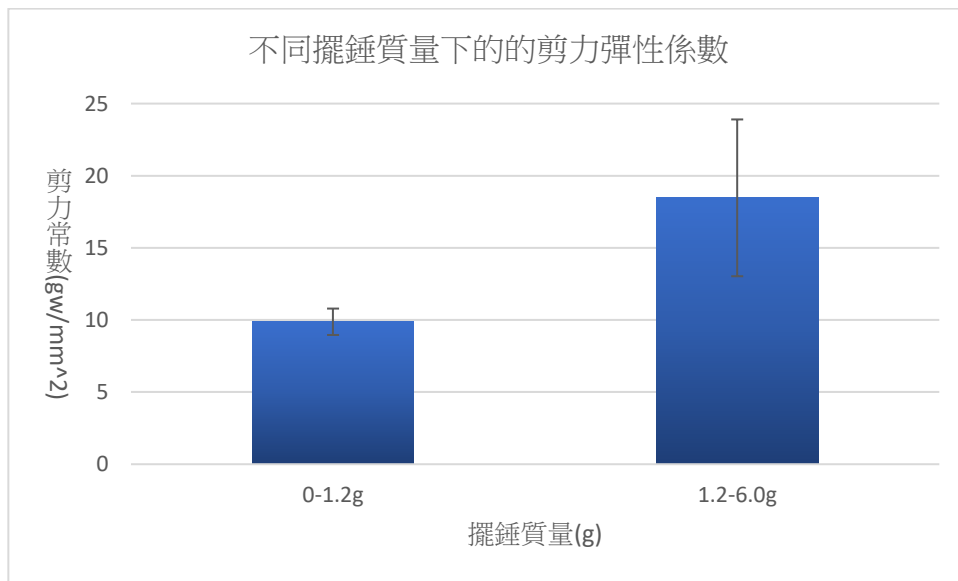


圖 22 不同擺錘質量下的剪力彈性係數

由圖可以得知，擺錘質量較小時，會有較小的剪力彈性係數，誤差也較小，當擺錘質量 >1.2g 時，屬於二次函數，因此誤差值較大 (較無參考價值)

由以上實驗可知：當碳纖維棒截面積越大、長度越短、擺錘質量越大時會有較大的剪力彈性係數；而截面積越小、長度較長、擺錘質量較小時，其剪力彈性係數較小。

五、探討柳擺長度與週期及振幅的關係

我們依實驗步驟分別將柳擺伸出 26cm、29cm、32cm、35cm、38cm，所產生上下及左右擺動的位置與時間關係圖如圖 23、24。

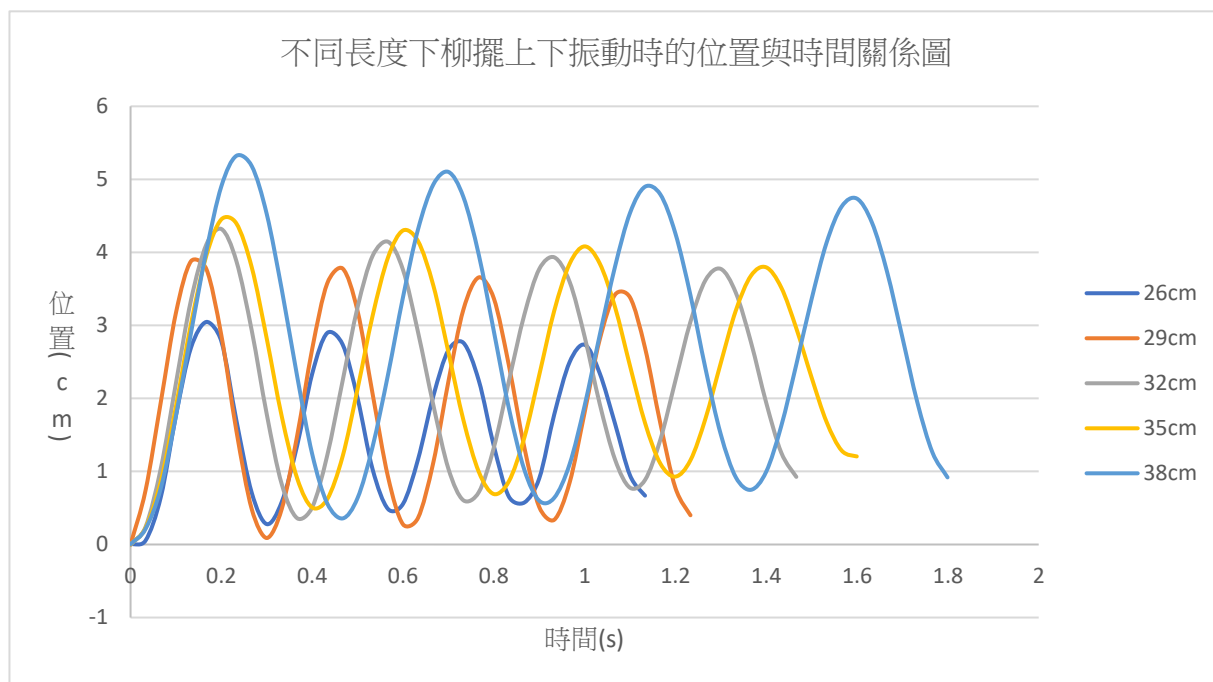


圖 23 不同長度的柳擺上下振動時的位置與時間關係圖

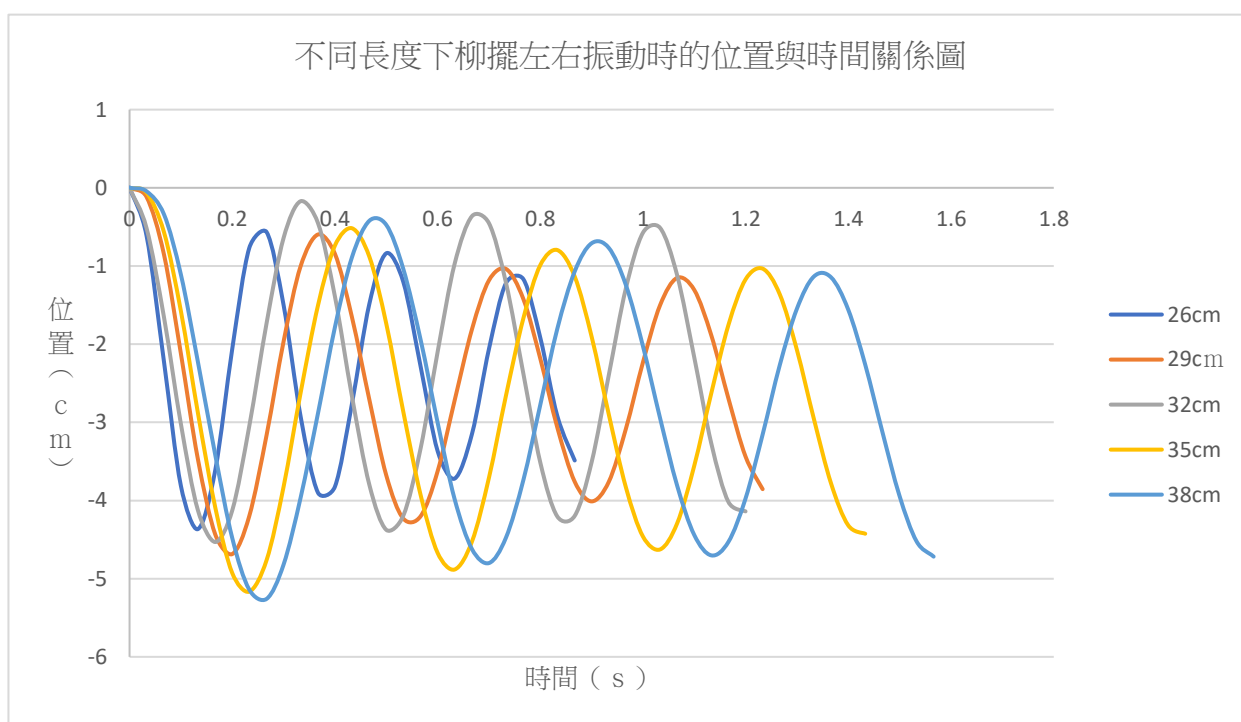


圖 24 不同長度的柳擺左右振動時的位置與時間關係圖

經 GoPro 錄下柳擺振動過程，利用 Tracker 程式，及 Excell 軟體統計後找出柳擺在不同長度下的上下擺動及左右擺動的週期平均值與標準差如表一、表二、表三、表四。

表一 柳擺在不同長度下上下擺動週期平均值與標準差

長度(cm)	26	29	32	35	38
平均值(s)	0.28	0.32	0.38	0.40	0.46
標準差	0.007	0.006	0	0.006	0.006

表二 柳擺在不同長度下上下擺動振幅平均值與標準差

長度(cm)	26	29	32	35	38
平均值(cm)	1.33	1.78	1.85	1.94	2.35
標準差	0.05	0.08	0.05	0.02	0.03

表三 柳擺在不同長度下左右擺動週期平均值與標準差

長度(cm)	26	29	32	35	38
平均值(s)	0.26	0.347	0.35	0.411	0.45
標準差	0.006	0.005	0.01	0	0.017

表四 柳擺在不同長度下左右擺動的振幅平均值與標準差

長度(cm)	26	29	32	35	38
平均值(cm)	1.74	1.85	2.11	2.18	2.37
標準差	0.03	0.025	0.029	0.029	0.058

我們可以發現當柳擺長度越長時，上下及左右擺動週期與振幅皆變大，但振幅為左右擺動大於上下擺動如圖 25、26。

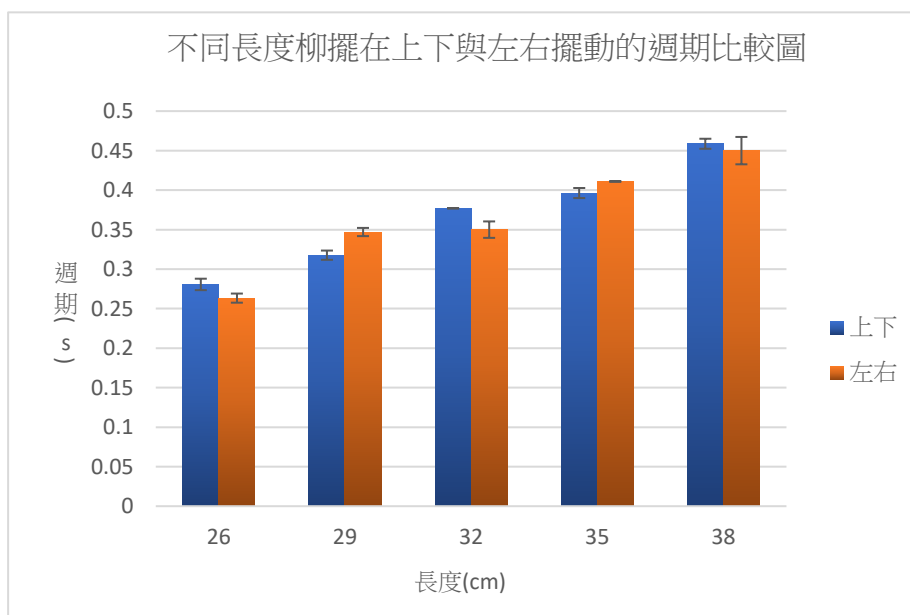


圖 25 不同長度柳擺在上下與左右擺動的週期比較圖

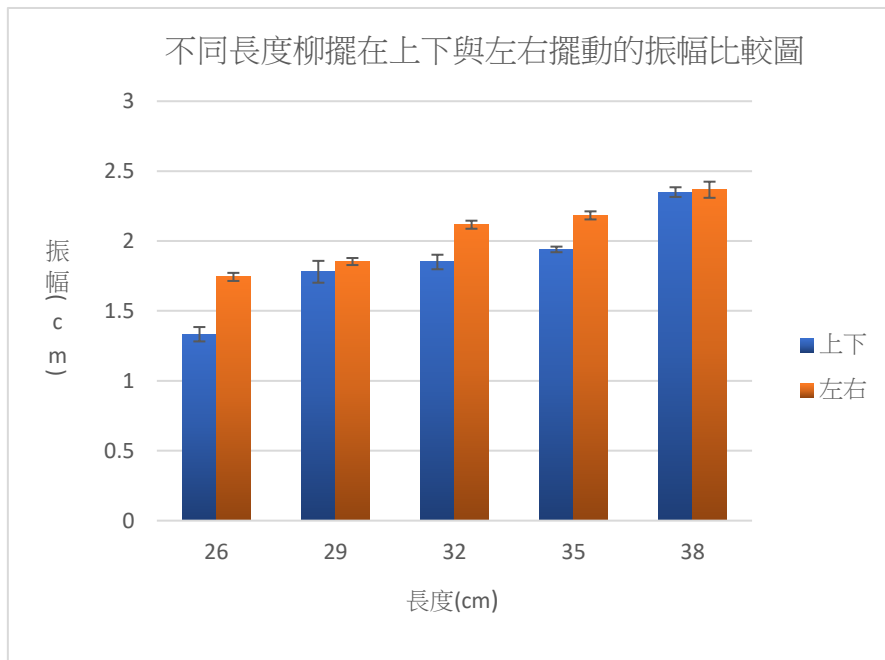


圖 26 不同長度的柳擺在上下與左右擺動的振幅比較圖

六、探討柳擺變形量與週期及振幅的關係

我們依實驗步驟分別將柳擺變形量 1cm、2cm、3cm、4cm、5cm、6cm，所產生上下及左右擺動的位置與時間關係圖如圖 27、28。

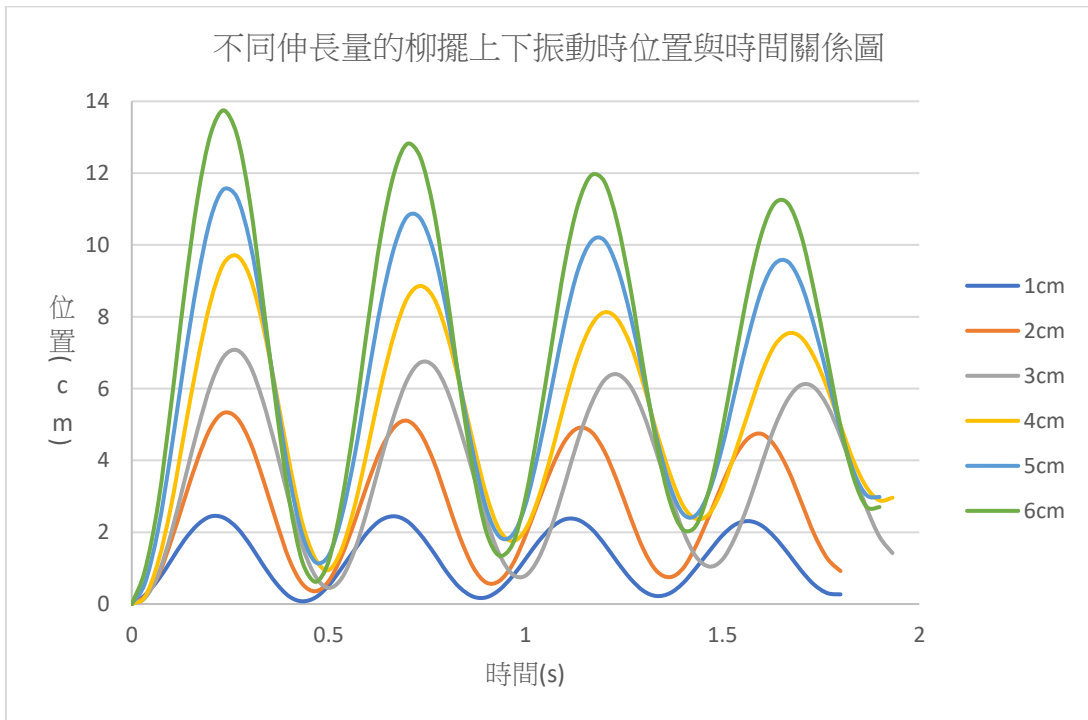


圖 27 不同伸長量的柳擺上下振動時的位置與時間關係圖

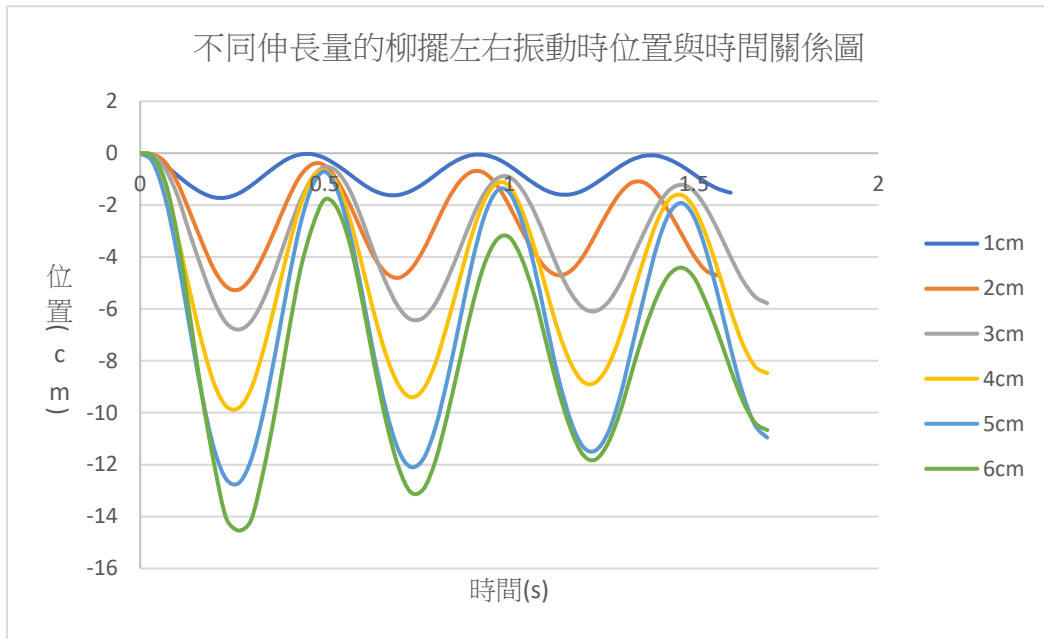


圖 28 不同伸長量的柳擺左右振動時的位置與時間關係圖

經 GoPro 錄下柳擺振動過程，利用 Tracker 程式，及 Excell 軟體統計後找出柳擺在不同變形量下的上下擺動及左右擺動的週期平均值與標準差如表五、六、七、八。

表五 柳擺在不同變形量下上下擺動週期平均值與標準差

伸長量(cm)	1	2	3	4	5	6
平均值(s)	0.45	0.46	0.50	0.48	0.49	0.47
標準差	0.006	0.006	0.012	0.007	0.013	0.006

表六 柳擺在不同變形量下上下擺動的振幅平均值與標準差

伸長量(cm)	1	2	3	4	5	6
平均值(cm)	0.87	2.27	3.08	4.04	4.90	5.85
標準差	0.06	0.056	0.09	0.058	0.051	0.15

表七 柳擺在不同變形量下左右擺動週期平均值與標準差

伸長量(cm)	1	2	3	4	5	6
平均值(s)	0.44	0.45	0.5	0.49	0.49	0.49
標準差	0	0.017	0.011	0	0.006	0.007

表八 柳擺在不同變形量下左右擺動的振幅平均值與標準差

伸長量(cm)	1	2	3	4	5	6
平均值(cm)	1.06	2.34	3.17	4.26	5.77	6.07
標準差	0.12	0.046	0.021	0.081	0.091	0.025

當柳擺變形量較小時(1cm、2cm)時，上下及左右擺動週期接近且較小；(3cm、4cm、5cm、6cm)時，上下及左右擺動週期接近且較大，且振幅都會隨變形量增加而變大，如圖 29、30。

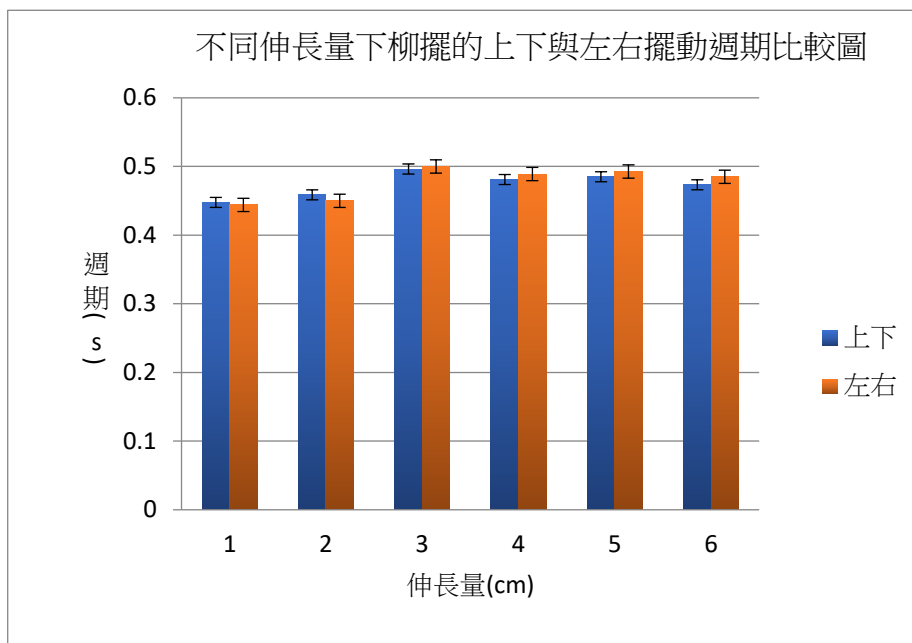


圖 29 不同伸長量下柳擺的上下與左右擺動的週期比較圖

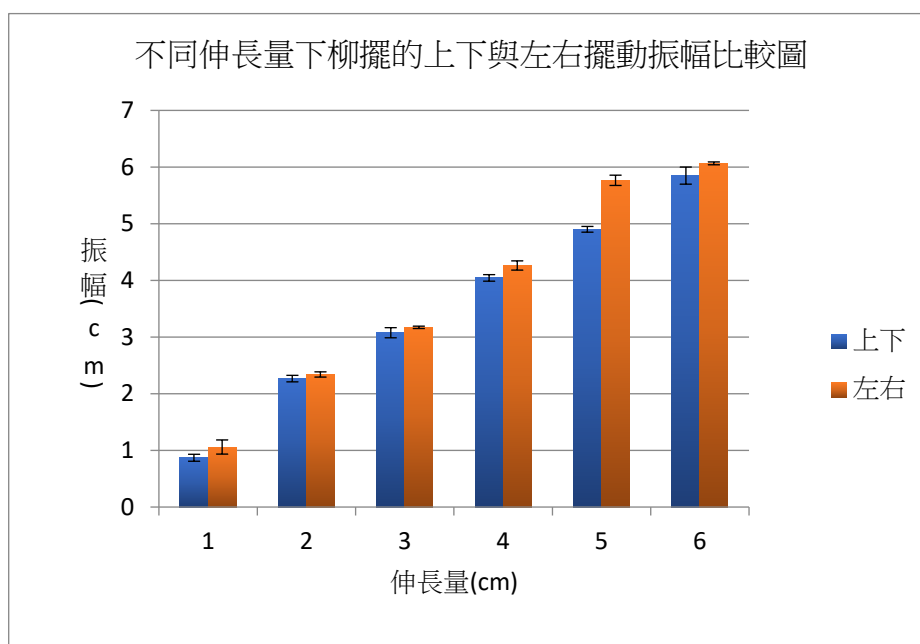


圖 30 不同伸長量下柳擺的上下與左右擺動的振幅比較圖

七、探討柳擺角度與週期及振幅的關係

我們依實驗步驟分別將柳擺角度 0 度、-15 度、-30 度、，所產生上下及左右擺動的位置與時間關係圖如圖 31、32。

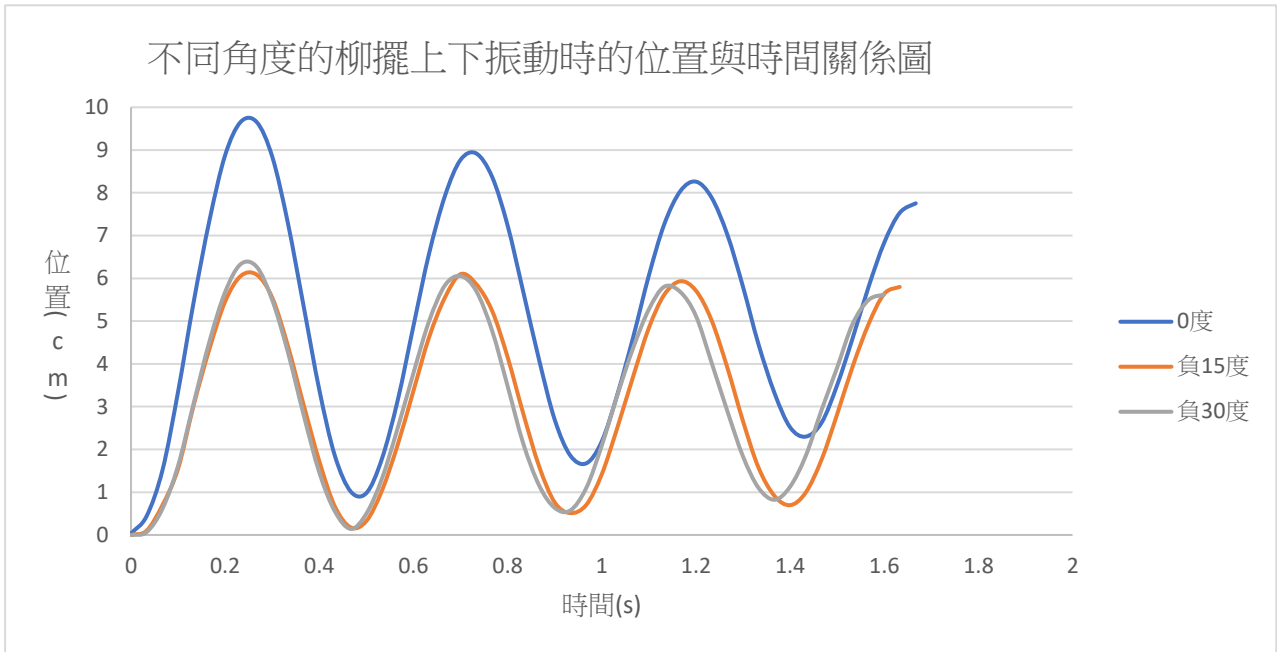


圖 31 不同角度的柳擺上下振動時的位置與時間關係圖

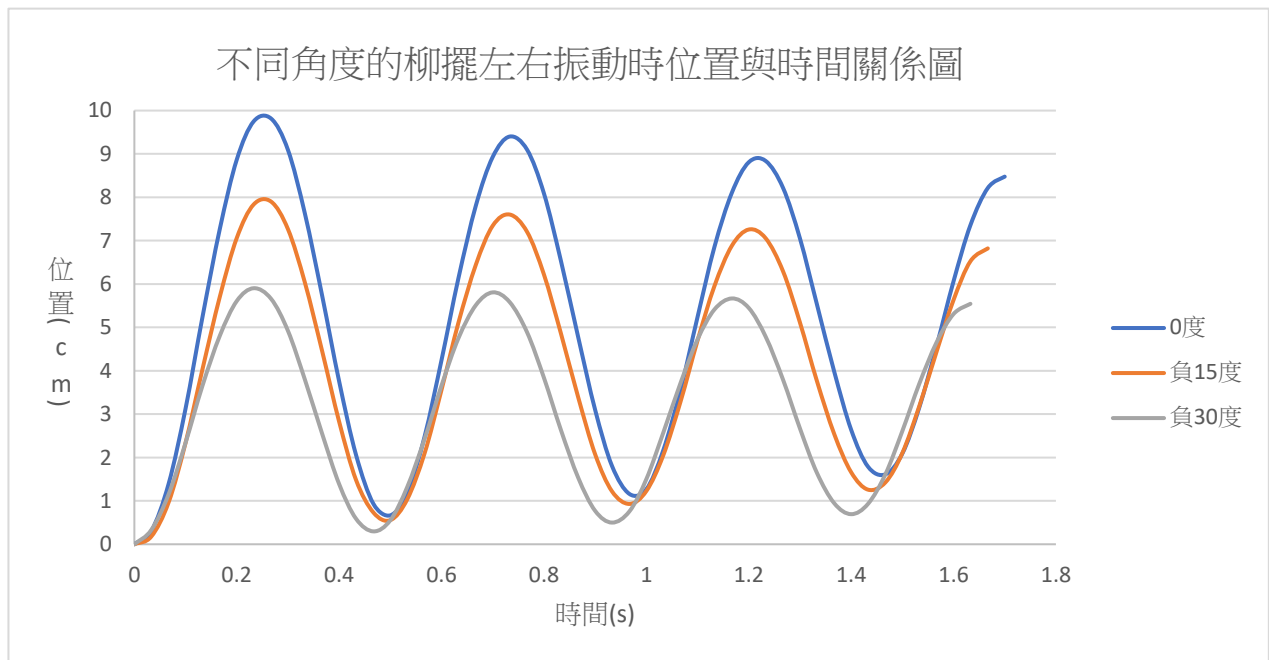


圖 32 不同角度的柳擺左右振動時的位置與時間關係圖

經 GoPro 錄下柳擺振動過程，利用 Tracker 程式，及 Excell 軟體統計後找出柳擺在不同角度下的上下擺動及左右擺動的週期平均值與標準差如表九、十、十一、十二。

表九 柳擺在不同角度下上下擺動週期平均值與標準差

角度(度)	0	-15	-30
平均值(s)	0.48	0.48	0.47
標準差	0.007	0.007	0.002

表十 柳擺在不同角度下左右擺動週期平均值與標準差

角度(度)	0	-15	-30
平均值(s)	0.48	0.48	0.47
標準差	0.007	0.007	0.006

表十一 柳擺在不同角度下上下擺動振幅平均值與標準差

角度(度)	0	-15	-30
平均值(cm)	4.01	2.85	2.84
標準差	0.016	0.051	0.045

表十二 柳擺在不同角度下左右擺動振幅平均值與標準差

角度(度)	0	-15	-30
平均值(cm)	4.27	3.49	3.15
標準差	0.08	0.12	0.04

我們可以發現當柳擺向下角度越大時，上下及左右擺動週期不變，但振幅變小且左右擺動的振幅大於上下擺動的振幅，如圖 33、34。

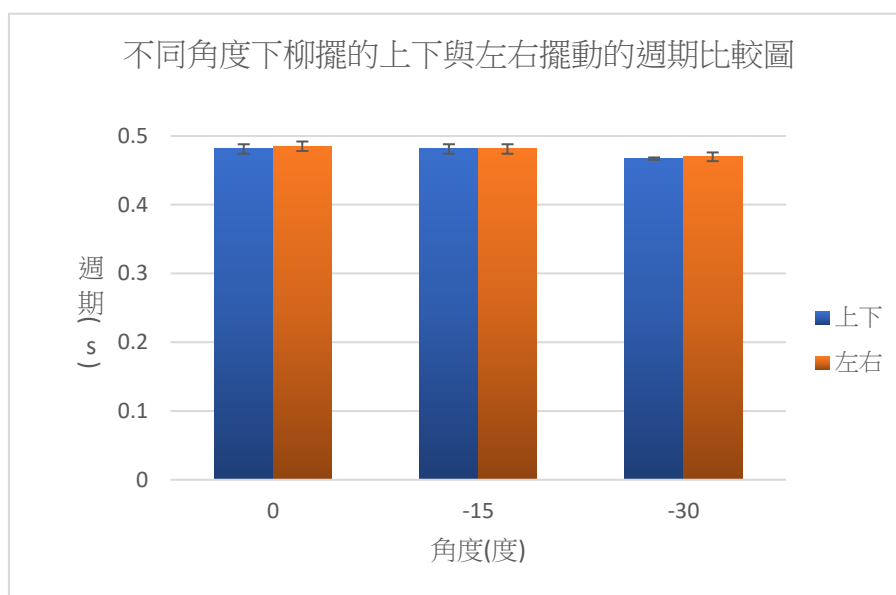


圖 33 不同角度下柳擺的上下與左右擺動的週期比較圖

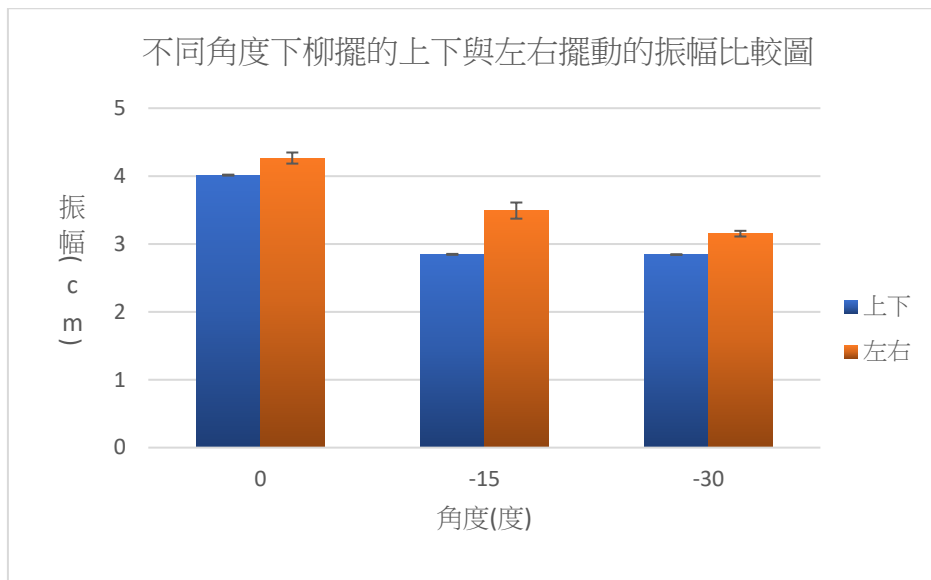
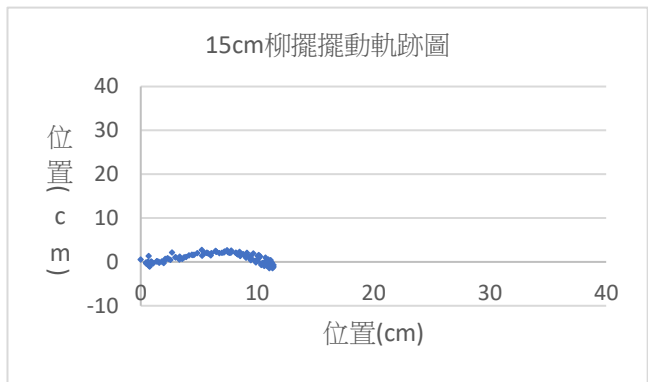
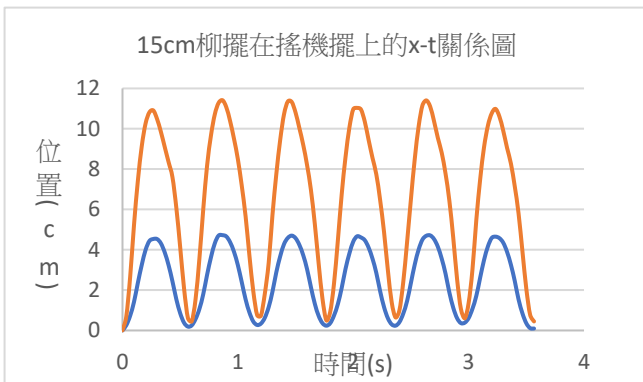


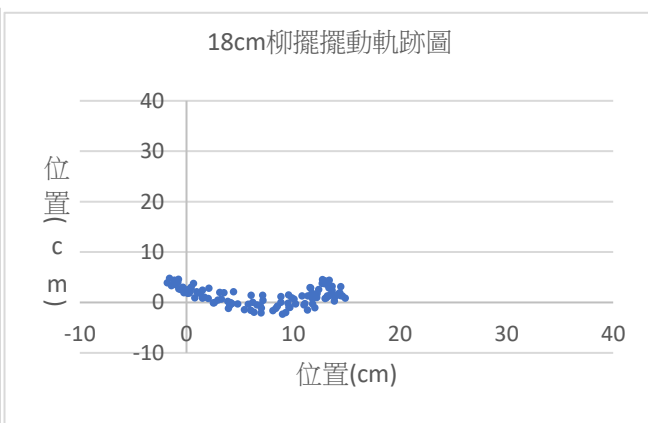
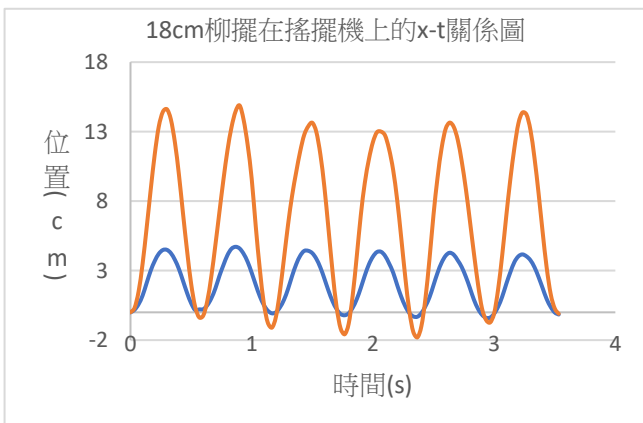
圖 34 不同角度下柳擺的上下與左右擺動的振幅比較圖

八、探討擺動物體上的柳擺週期及振幅的關係

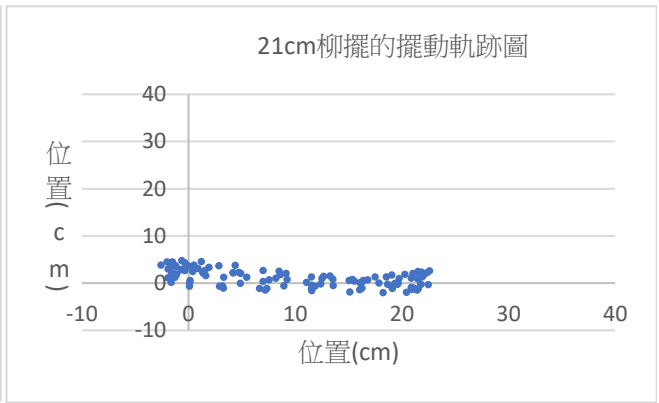
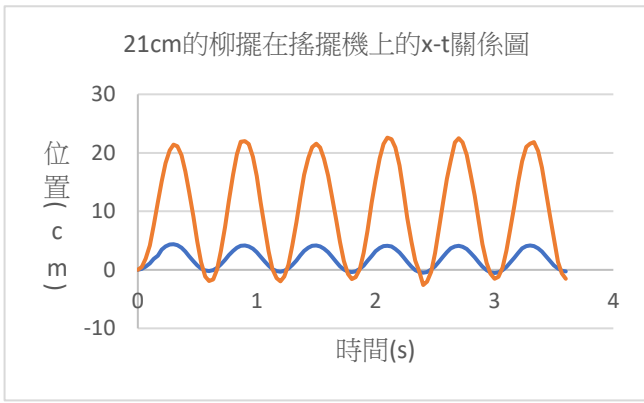
我們將半徑 0.3mm、長度 60cm 的碳纖維棒，固定在寶可夢搖步機上，前端處夾上一個 3g 的夾子，利用寶可夢搖步機使柳擺隨搖步機擺動，找出擺長在 15cm、18cm、21cm、24m、27cm、30cm、33cm 時搖擺機及不同長度柳擺的 x-t 圖及柳擺的位置關係如下圖 35。



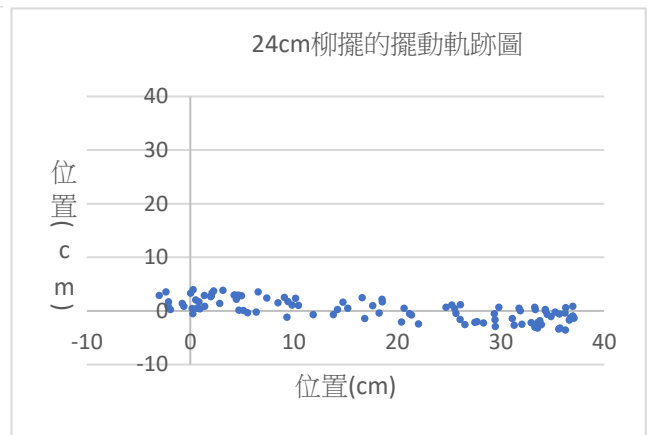
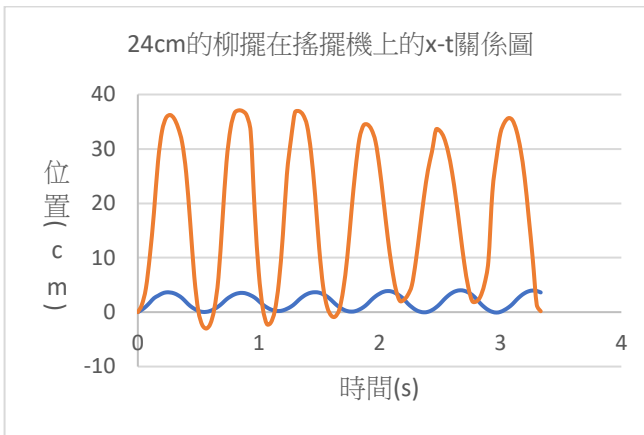
15cm



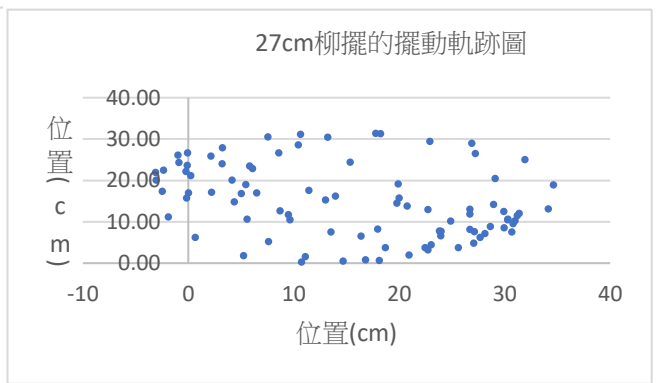
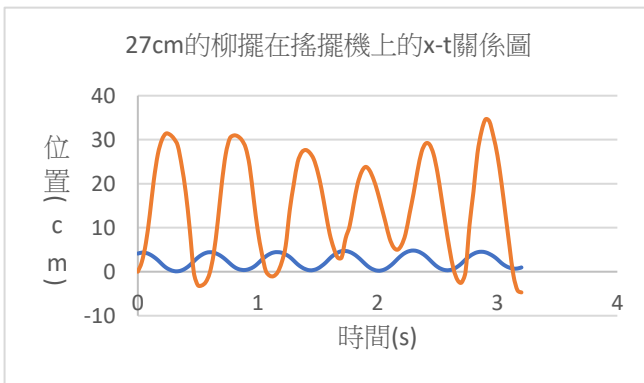
18cm



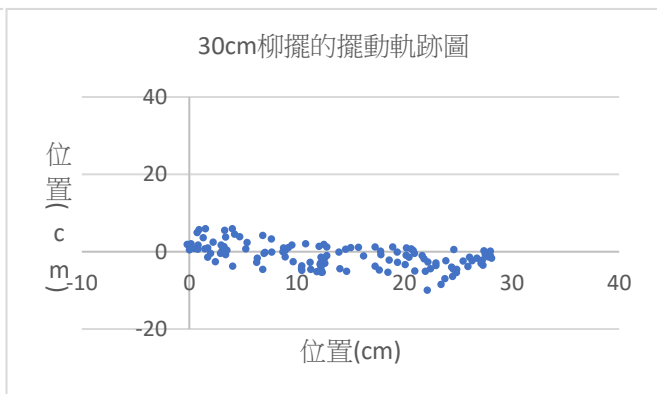
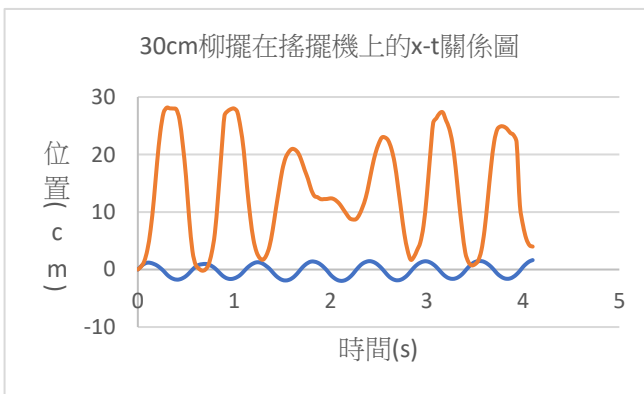
21cm



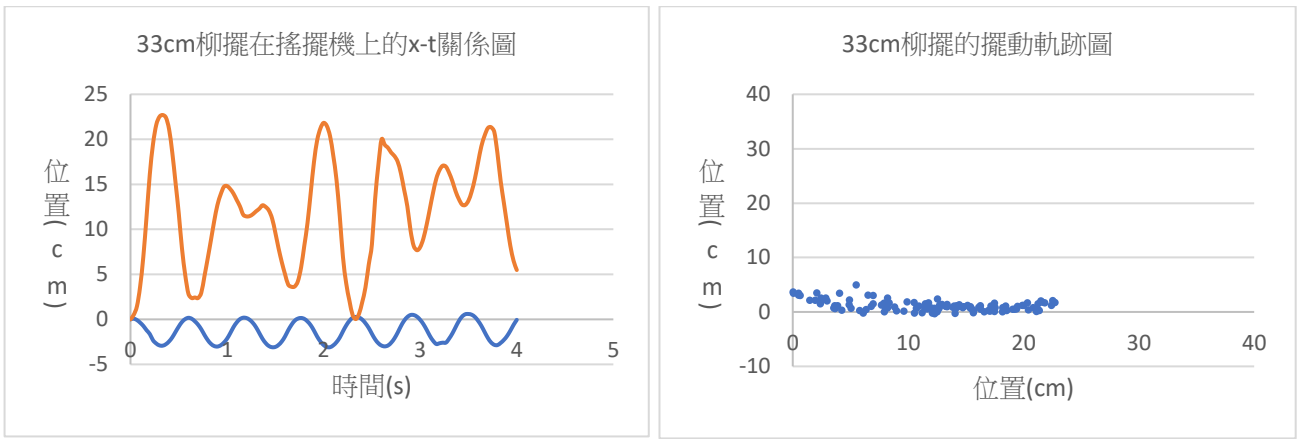
24cm



27cm



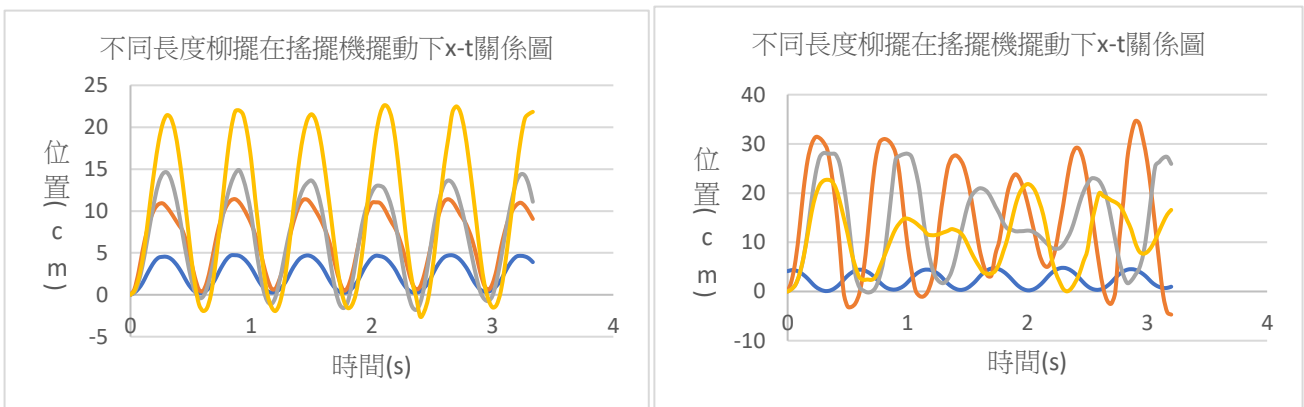
30cm



33cm

圖 35 擺動物體上的不同長度柳擺的的 x-t 及 x-y 散布分布情形(藍：搖擺機；橘：柳擺)

由上圖可發現當柳擺長度為 15cm、18cm、21cm 時，搖擺機與柳擺的擺動方向相同；而柳擺長度為 27cm、31cm、33cm 時，搖擺機與柳擺擺動方向恰相反，而當柳擺長度為 24cm 時介於兩者間。我們進一步將 15cm、18cm、21cm 與 27cm、30cm、33cm 兩組數據與搖擺機擺動作對照，我們可清楚發現，當擺長較短，擺動具有規律性；擺長越長，擺動方式越不受控，而 24cm 的柳擺擺動能量傳遞效果最好，如圖 36。

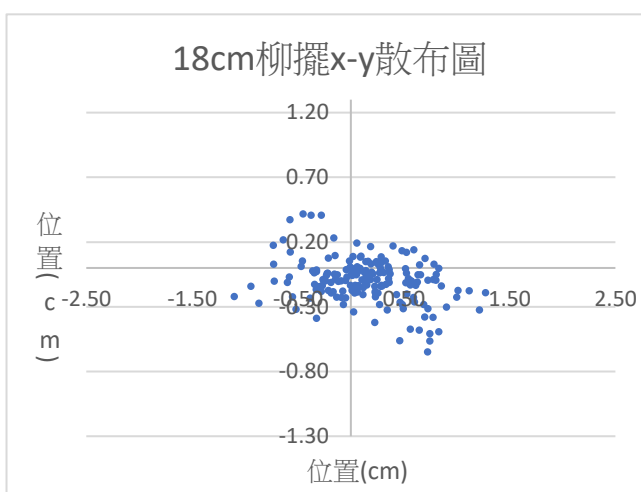
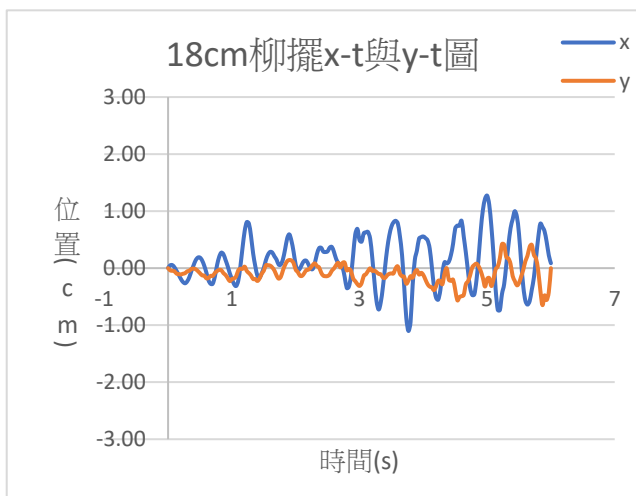


藍：搖擺機 橘：15cm 灰：18cm 黃：21cm 藍：搖擺機 橘：27cm 灰：30cm 黃：33cm

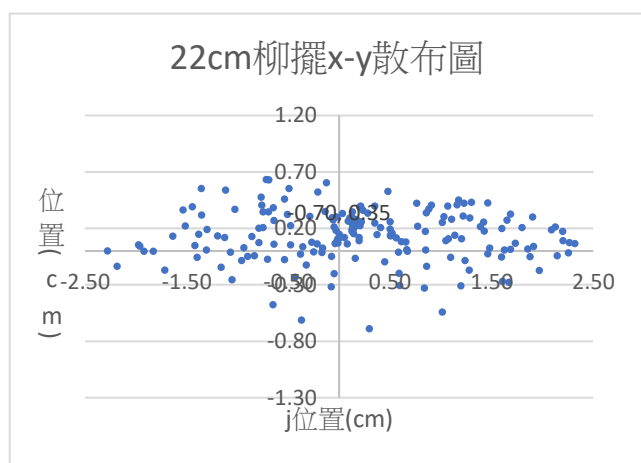
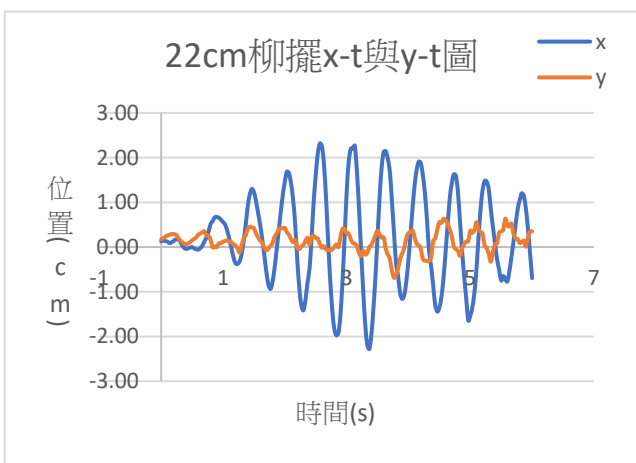
圖 36 不同長度柳擺在搖擺機擺動下 x-t 關係圖

九、探討柳擺直線運動時振動頻率及振幅的關係

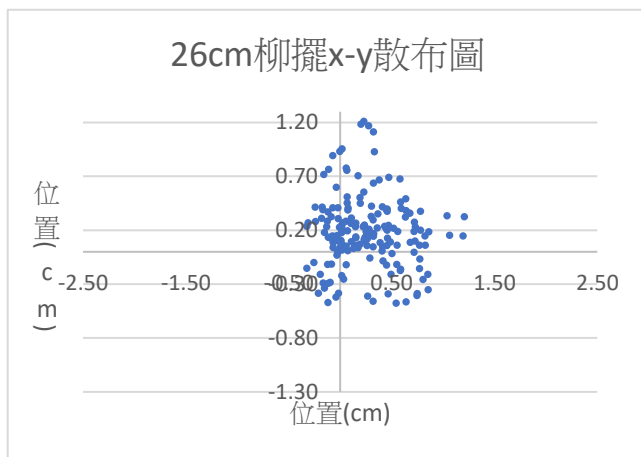
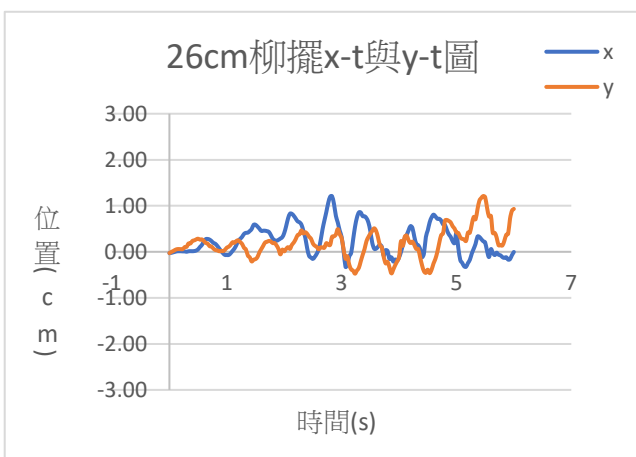
我們依實驗步驟依序將 18cm、22cm、26cm、30cm、34cm 的柳擺裝上玩具拖板車後，開啟運動，分別求出不同長度的柳擺擺盪時的 x-t 與 y-t 及柳擺位置的關係如下圖 37。



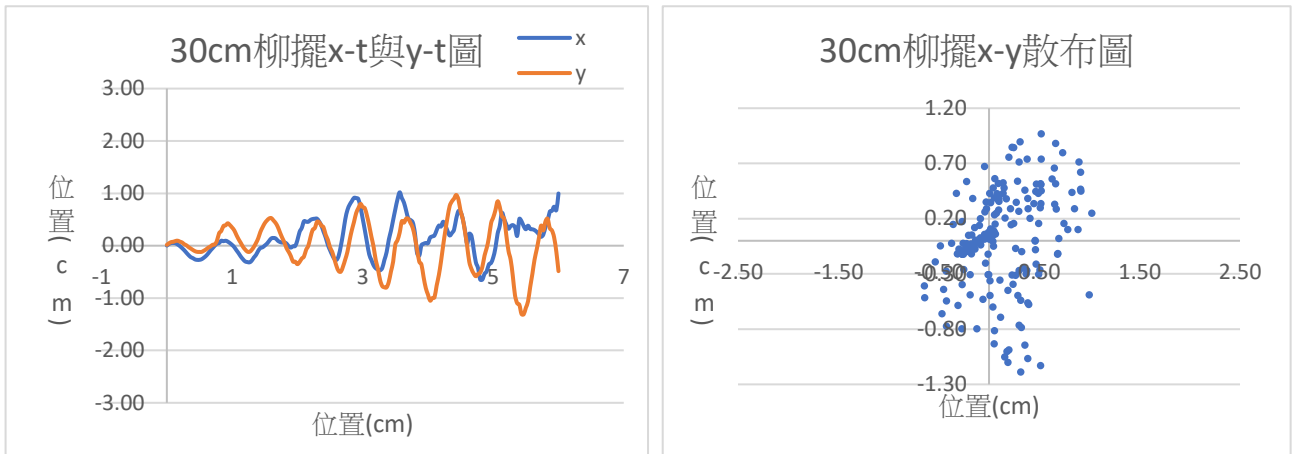
18cm



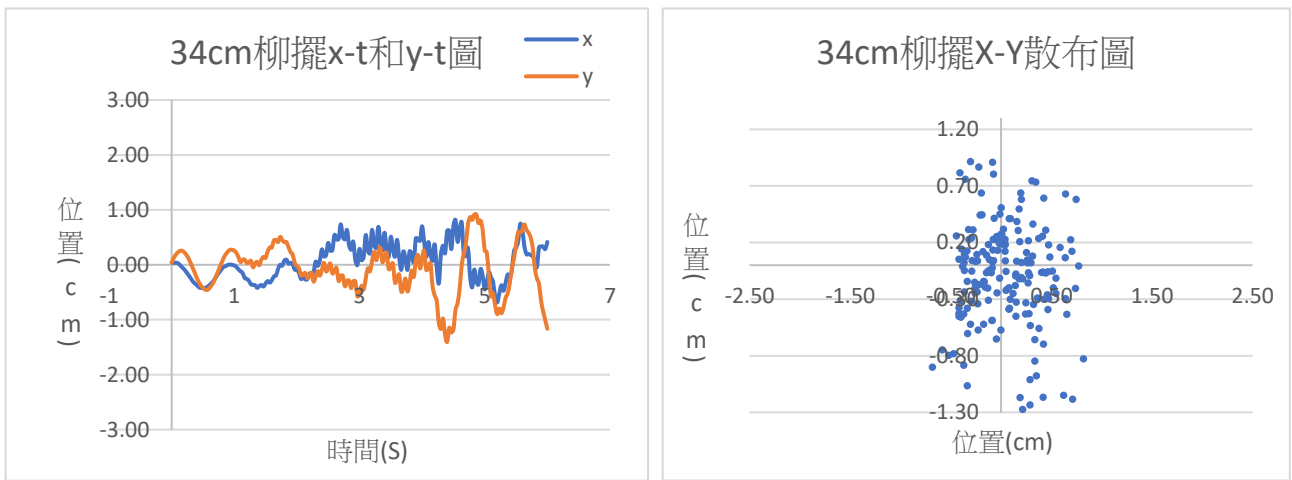
22cm



26cm



30cm



34cm

圖 37 不同長度柳擺在運動過程中 x-t 和 y-t 的關係及 x-y 的散布情形

我們可以發現，當柳擺擺長較短時移動方向以水平為主，擺長較長時移動方向以垂直為主。當柳擺長度為 22cm 時擺動方向以水平為主，且共振效果最明顯。

根據遙控車及柳擺的運動關係，如下圖 38 可以發現當遙控車在 0.2、0.83、1.1、1.4、1.7、1.9 秒時，會對應到柳擺的最大振幅，造成共振的效果。

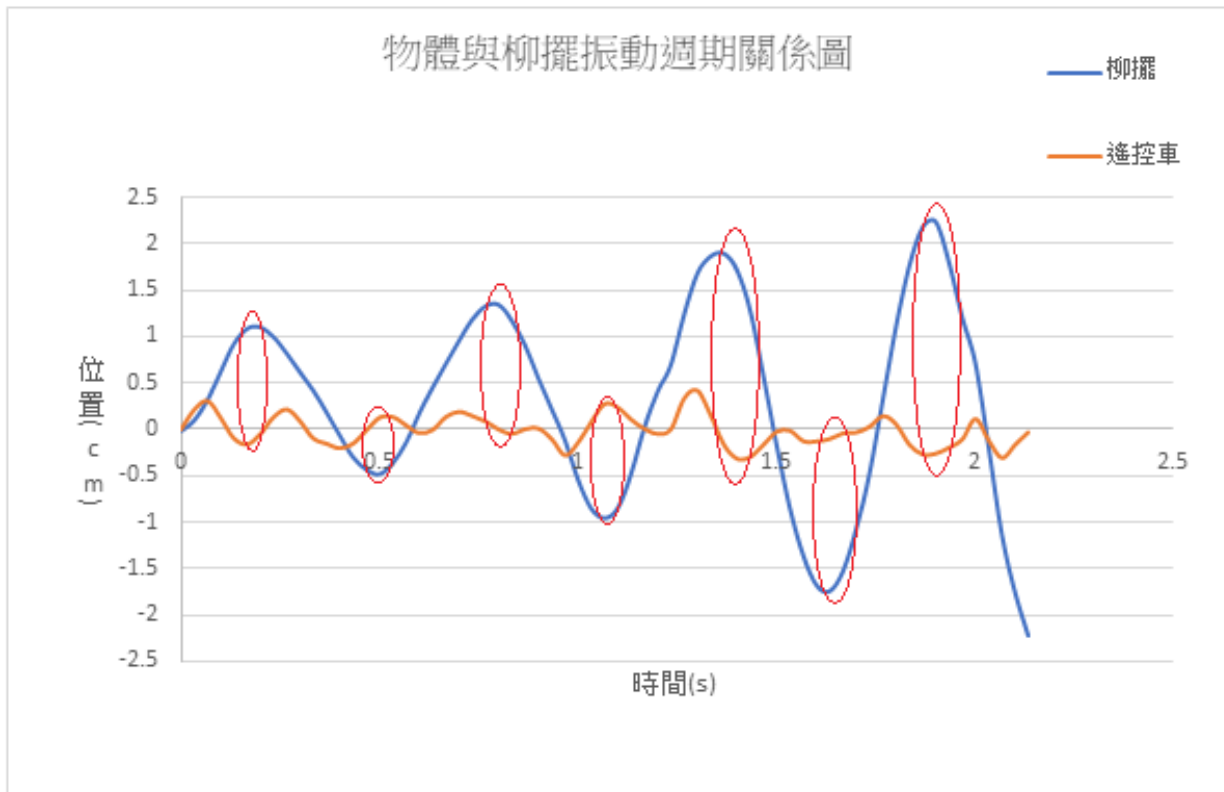


圖 38 物體與柳擺振動週期關係圖

十、探討馬尾的擺動情形

依實驗步驟，我們得到人在走路時，馬尾及頭部的擺動和馬尾的相對位置關係圖，如圖 39 我們可以發現頭部的振動頻率及方向與馬尾完全相同，馬尾綁盪越來越大且 x 的週期為 y 的 2 倍。

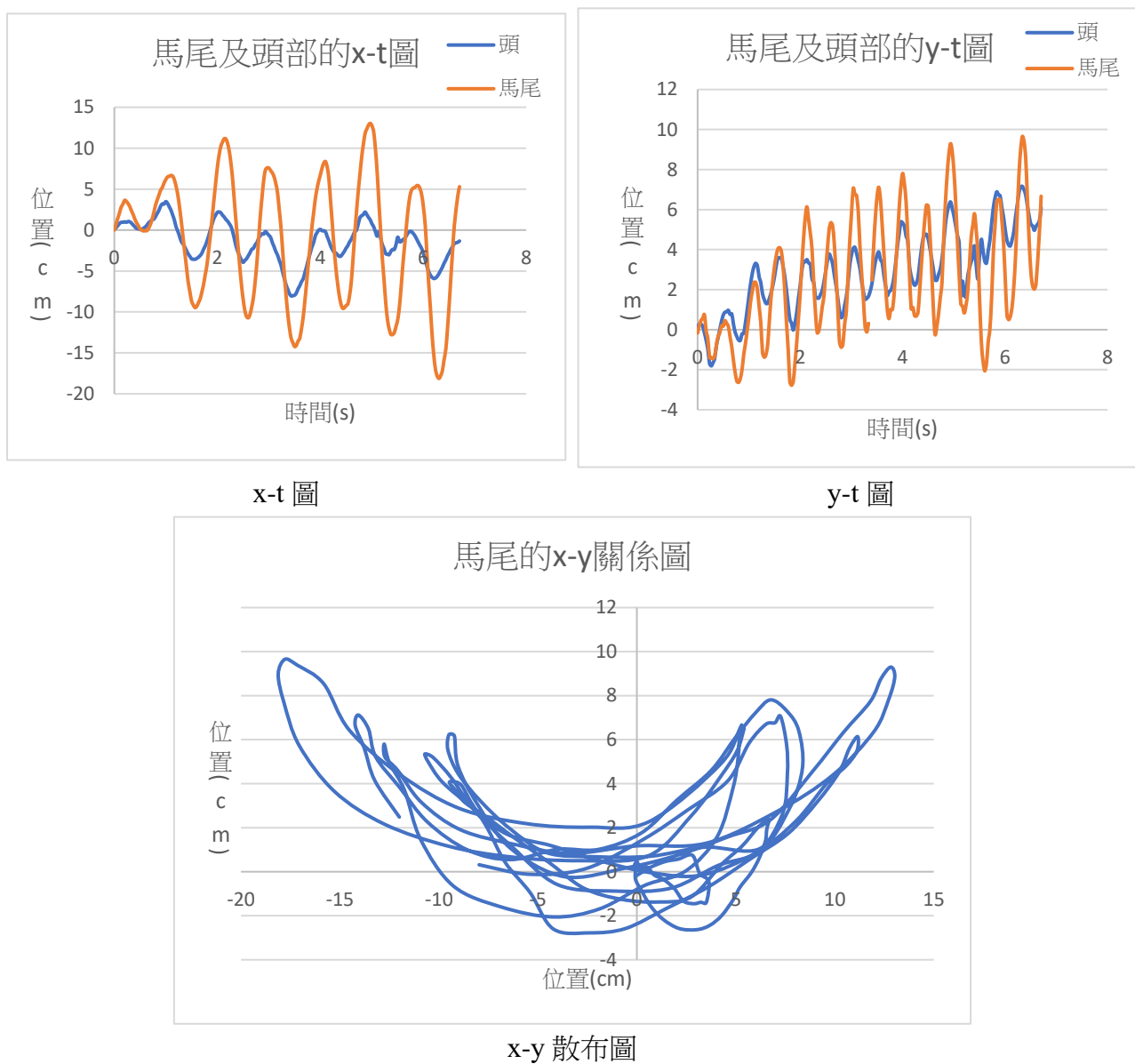
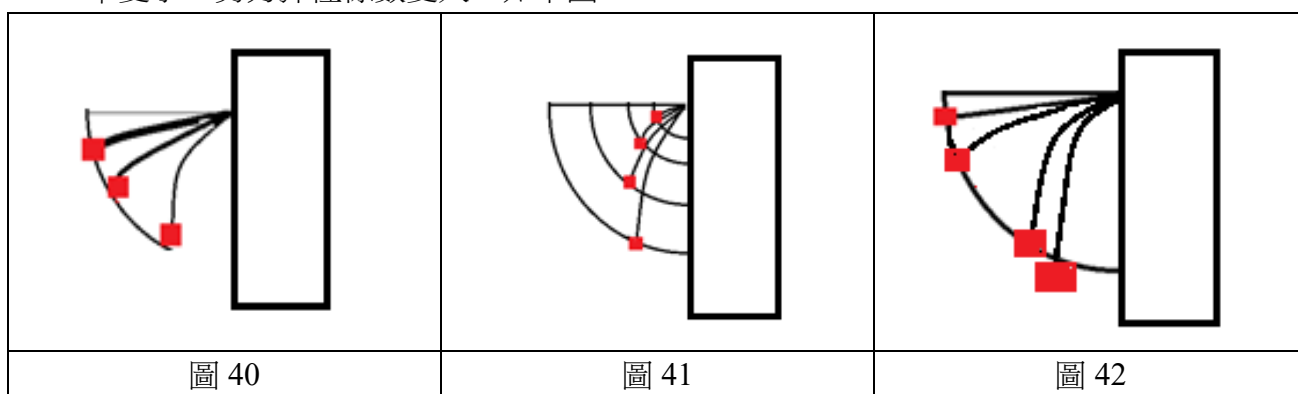


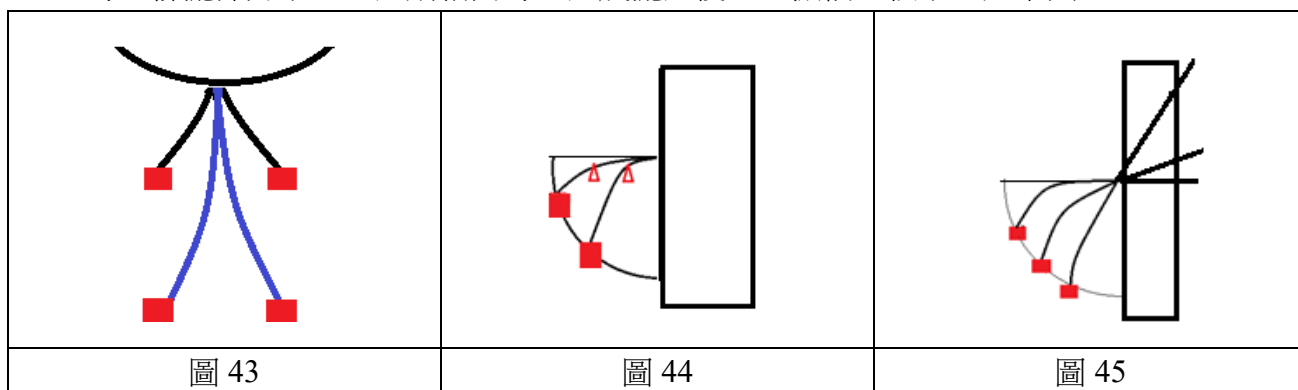
圖 39 人在走路時馬尾及頭部的擺動和馬尾的相對位置關係圖

陸、討論

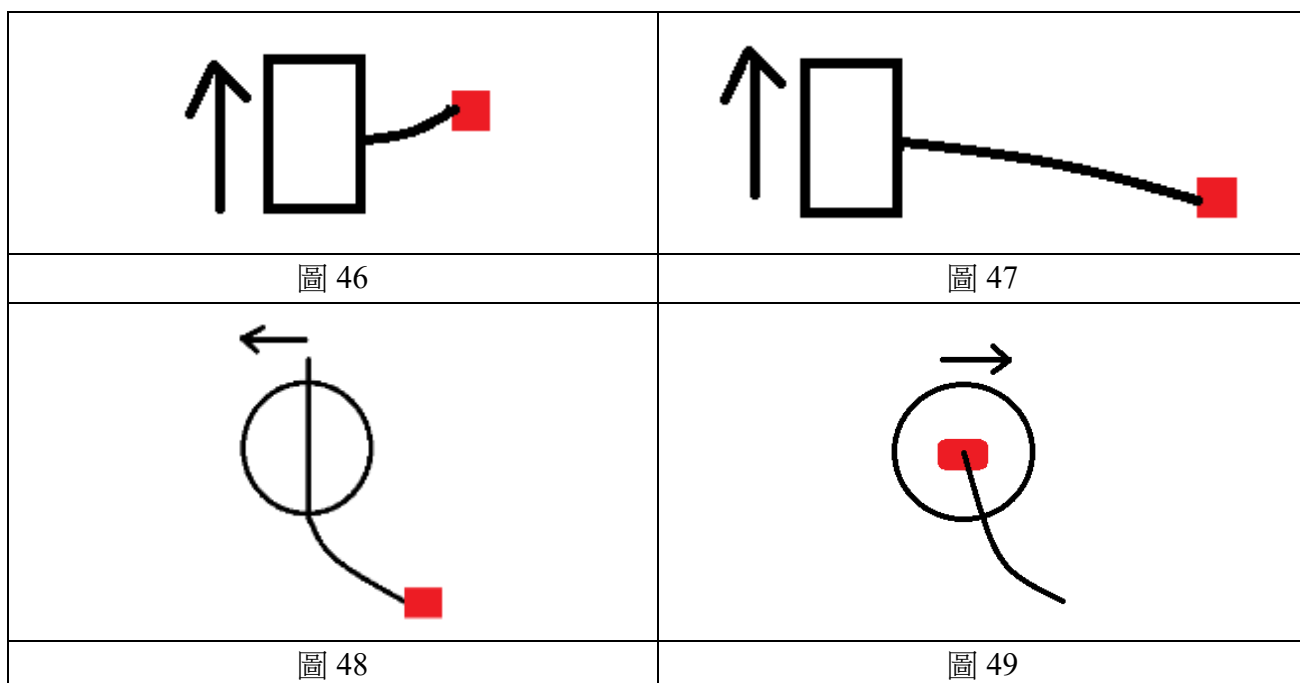
- 一、比較碳纖維、白鐵、鉛及銅四種金屬線四者比較後發現，碳纖維變形率僅次於銅，但具最佳恢復性利於重複使用。
- 二、當碳纖維棒截面積較大時，變形率變小，曲率較小，剪力彈性係數較大。無論截面積大小其倒數都呈現二次函數關係。我們推論較粗的碳纖維管具有較大的彈力，如下圖 40。
- 三、碳纖維管長度較長時，變形率較大，曲率較大，剪力彈性係數較小，呈現二次函數關係。而長度較短時，呈現一次函數關係。我們推論較長的碳纖維管受力作用後，由於槓桿原理會受到較大的力矩，產生較大的變形率，如下圖 41。
- 四、碳纖維管擺重較大時，變形率較大，曲率較大，剪力彈性係數也較大，呈二次函數關係，而擺重較小時，呈一次函數關係，我們推論擺重較大時，因彈力作用，會導致變形率變小，剪力彈性係數變大，如下圖 42。



- 五、柳擺長度越長時，上下及左右擺動週期與振幅皆變大，但振幅為左右擺動大於上下擺動。我們推論柳擺擺長週期與長度呈正相關，類似單擺的效果。而柳擺擺動時，因上下擺動受重力作用，所以振幅會小於左右擺動。因為擺長較長時，因週期較大，且受到的彈力較小產生較慢的擺速，所以會有較大的振幅。如下圖 43。
- 六、柳擺變形量較大時會有較大的振幅。因重力作用左右振幅會大於上下振幅。當柳擺變形量較小時(1cm、2cm)時，上下及左右擺動週期接近且較小；較大時(3cm、4cm、5cm、6cm)，上下及左右擺動週期接近且較大，我們推論當柳擺變形量小時，因外力不足，支點會出現在柳擺前方，造成擺長變短及週期也變小，如下圖 44。
- 七、柳擺向下角度越大時，上下及左右擺動週期不變，但振幅變小且左右擺動的振幅大於上下擺動的振幅。我們推論因重力作用導致左右振幅大於上下振幅。此外當向下角度較大時，柳擺彈力小，且週期相同時，造成擺速慢，且振幅也較小。如下圖 45。



- 八、當柳擺長度較短時，其擺動方向會和搖擺機擺動方向相同，且長度越長、振幅越大。而當柳擺長度較長時，其擺動方向會和搖擺機擺動方向相反。我們發現 24cm 的柳擺能量傳遞效果最好，我們推測有一種可能，擺長較短時，能量傳遞太快，柳擺快速被帶動導致彎曲度不足，以致柳擺能量不足，擺動效果不明顯。另一種可能是擺長較長時，無法形成足夠的彎曲度以致柳擺能量不足，擺動效果不明顯。所以當擺長 24cm 時，它的長度剛好可以搖擺機產生最適合的時間差及彎曲度，產生最佳的擺動效果。如圖 46、47。
- 九、當 22cm 的柳擺在拖板車前進時，可產生最好的擺動效果。我們由拖板車及柳擺的 x-t 圖可發現，當拖板車與柳擺擺動方向相反時，會讓柳擺振幅加大產生共振效果。我們推論，因柳擺慣性質量在前端且較大，所以當柳擺受力方向與柳擺運動相反時，可增加柳擺彈力造成更大的振幅。如圖 48。
- 八、人在走路時，頭部與馬尾擺動頻率與方向完全相同。我們推論，因馬尾慣性質量在末端且較小，所以當馬尾受力方向與頭部運動相同且重複擺盪時，可用動馬尾產生共振，造成越來越大的振幅。如圖 49。



柒、結論

- 一、碳纖維棒比較起白鐵、鉛、銅具有更佳的變形率及恢復性
- 二、較粗的碳纖維棒有較佳的彈力，具有較大的剪力彈性係數，產生較小的變形率且與截面積倒數呈二次函數關係。
- 三、較長的碳纖維棒因槓桿原理，具有較小的剪力彈性係數，產生較大的變形率且與長度呈一次函數關係
- 四、較大的擺重因產生較大的彈力，具有較大的剪力彈性係數，產生較小的變形率與擺重呈二次函數關係
- 五、相同變形量下，較長的柳擺具有較大的週期及較小的作用力，所以會產生較大的振幅。在重力作用下，左右振幅會大於上下振幅但週期相同
- 六、柳擺變形量較大時會有較大的振幅。在重力作用下左右振幅會大於上下振幅。但若變形量不足時會因柳擺支點改變造成擺長變短週期也變小。
- 七、柳擺向下角度越大時，會產生較小的彈力，在相同週期下擺速變慢以振幅變小。在重力作用下左右振幅會大於上下振幅。
- 八、半徑 0.3mm 長度 24cm 的柳擺在週期 0.6s 搖擺機擺動時，因恰好產生最大的彎曲度，會有最佳的擺動效果。
- 九、因柳擺重心和施力點較遠，所以當施力方向和柳擺擺動方向相反時，會有最佳的共振效果。
- 十、因馬尾重心和施力點較近，所以頭部施力方向與馬尾擺動方向相同時，會有最佳的共振效果。

捌、參考資料及其他

- 一、李易 (2011) 材料力學頂複習攻略
(http://www.wunan.com.tw/www2/download/2Y10_3%E7%89%881%E5%88%B7_%E8%A9%A6%E9%96%B1_102.6.PDF)。台灣：考用出版社。
- 二、郭重吉(2020) 自然與生活科技第五冊。台南：南一書局。
- 三、張寶予；林翊蓓；王宣之(2015) 馬尾擺盪的秘密-探討影響馬尾擺盪的因素。
(<https://www.ntsec.edu.tw/Science-Content.aspx?cat=&a=0&fld=&key=&isd=1&icop=10&p=97&sid=12473>) 台北：台灣網路科學教育館。

【評語】 030107

實驗設計精細與周到。得到的結果也相當清楚。是一件不錯的
研究作品。

作品簡報

國中組物理科

垂柳擺盪婀娜姿— 探討柳擺的擺動原理

研究目的及流程圖

研究動機

某天我們去台中玩的時候，看到好多卡車載水柳到別處移植，在卡車顛簸前進時，柳樹的枝條呈現左右搖擺。這讓我想起在校園中也有類似的情境，每次上體育課時都會看到綁著馬尾的女同學在跑步，馬尾會有節奏的左右擺動。這個現象引起我們的興趣，為何柳樹往前移動，但是它的枝條卻是左右擺動？所以我們設計一連串的實驗，來探討柳樹擺動跟馬尾擺動的成因跟區別。

一、柳擺的材質選定

基本性質

二、粗細與變形量

三、長度與變形量

四、擺重與變形量

靜止擺動

五、長度與週期及振幅

六、變形量與週期及振幅

七、角度與週期及振幅

移動擺動

八、物體擺動時柳擺週期與振幅

九、物體運動時柳擺週期與振幅

馬尾擺動

十、真實走動時馬尾情況

研究方法

實驗一～四

裝置圖



- 一、改變柳擺材質
- 二、改變柳擺截面積
- 三、改變柳擺長度
- 四、改變柳擺擺重

求出變形量大小及剪力彈性係數

實驗五～七

裝置圖



- 五、改變柳擺長度
- 六、改變柳擺變形量
- 七、改變柳擺角度

求出上下及左右震動的週期及振幅

實驗八

裝置圖

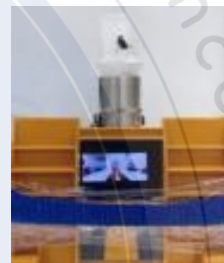


- 八、改變柳擺長度

求出週期、振幅及軌跡圖

實驗九

裝置圖

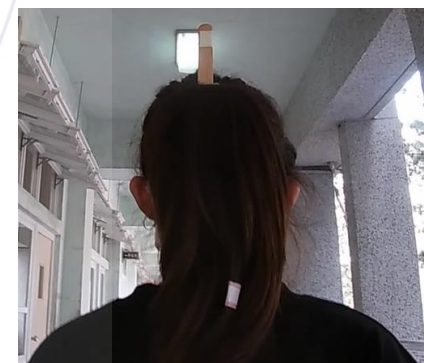


啟動拖板車電源

求出週期、振幅及軌跡圖

實驗十

裝置圖



以同頻率方式走動

求出週期、振幅及軌跡圖

結果與討論

一、尋找適合本實驗的柳擺材質

將半徑為0.8mm的碳纖維棒、銅、白鐵、鉛、鋁，伸長38cm，夾上18.8g的夾子，分別求取變形量及取下夾子後的恢復比例如下圖12、13。

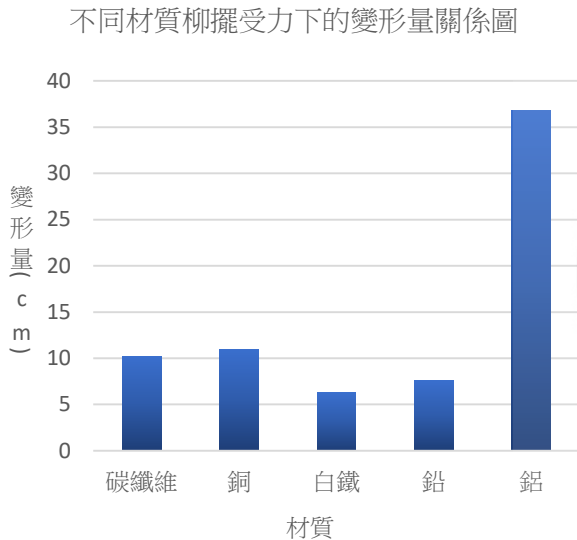


圖12 不同材質柳擺受力下變形量關係圖

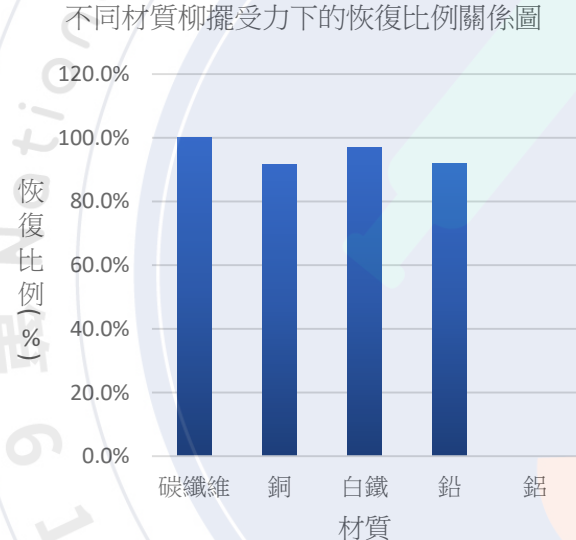


圖13 不同材質柳擺受力下恢復比例關係圖

由圖可以發現，鋁線的變形量最大，但恢復比例為0。其他金屬雖然恢復比例達9成以上，碳纖維棒可達100%，所以我們選用碳纖維棒為本實驗的柳擺材質。

二、探討柳擺截面積與變形量的關係

固定柳擺為水平狀態，以0.99g的擺錘固定在不同半徑的碳纖維棒(長度26cm)前端，求得變形量與截面積倒數可得下圖15。

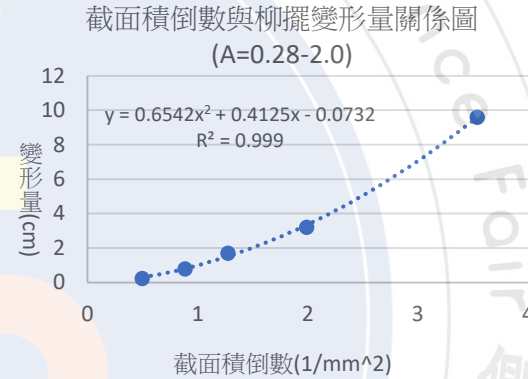


圖15 截面積倒數與柳擺變形量關係圖

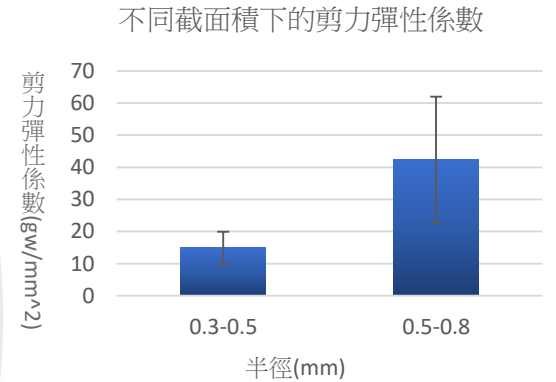


圖16 不同截面積下的剪力彈性係數

當碳纖維棒截面積較大時，變形率變小，曲率較小，剪力彈性係數較大。無論截面積大小其倒數都呈現二次函數關係。

推論：
較粗的碳纖維管具有較大的彈力，如右圖40。

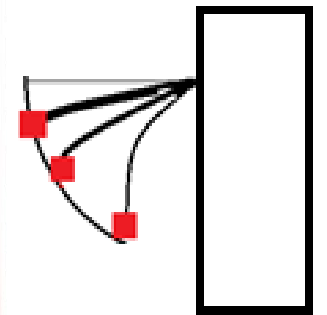


圖40

三、探討柳擺的長度與變形量的關係

固定柳擺為水平狀態，取不同長度的碳纖維管、 $r=0.4\text{mm}$ ，放入 0.99g 的擺錘後分別求變形量可得下圖 18、19。

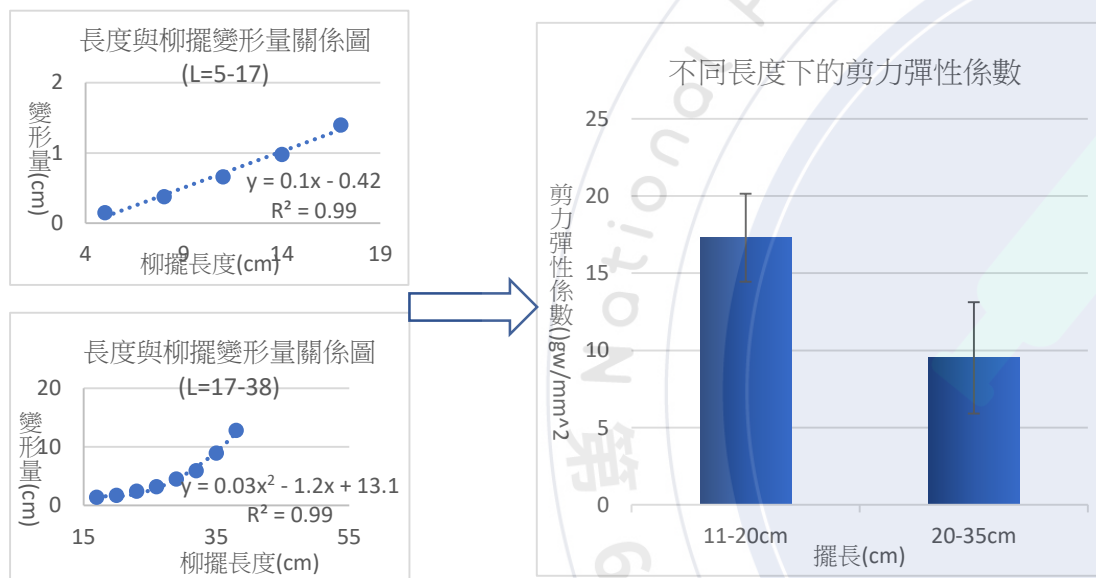


圖 18 長度與柳擺變形量關係圖

圖 19 不同長度下的剪力彈性係數

四、探討柳擺的擺錘質量與變形量的關係

固定柳擺為水平狀態，取長度為 26cm 、 $r=0.4\text{mm}$ 分別放入不同質量的擺錘，分別求變形量可得下圖 21、22。

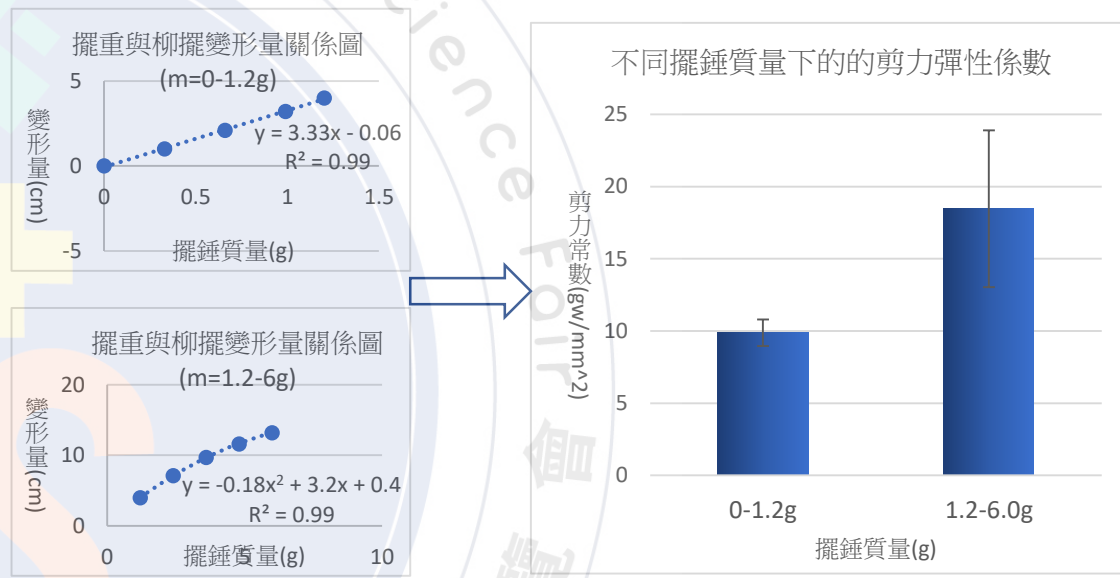


圖 21 擺重與柳擺變形量關係圖

圖 22 不同擺錘質量下的的剪力彈性係數

碳纖維管長度較長時，變形率較大，曲率較大，剪力彈性係數較小，呈現二次函數關係。而長度較短時，呈現一次函數關係。

推論：

較長的碳纖維管受力作用後，由於槓桿原理會受到較大的力矩，產生較大的變形率，如右圖 41。

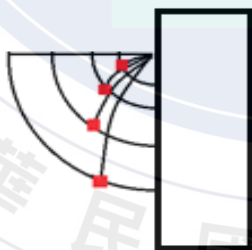


圖 41

碳纖維管擺重較大時，變形率較大，曲率較大，剪力彈性係數也較大，呈二次函數關係，而擺重較小時，呈一次函數關係，推論：

擺重較大時，因彈力作用，會導致變形率變小，剪力彈性係數變大，如下圖 42。

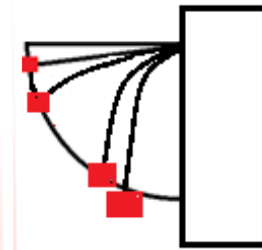


圖 42

五、探討柳擺長度與週期及振幅的關係

分別將柳擺伸出26cm、29cm、32cm、35cm、38cm，所產生上下及左右擺動的位置與時間關係圖如圖23、24。

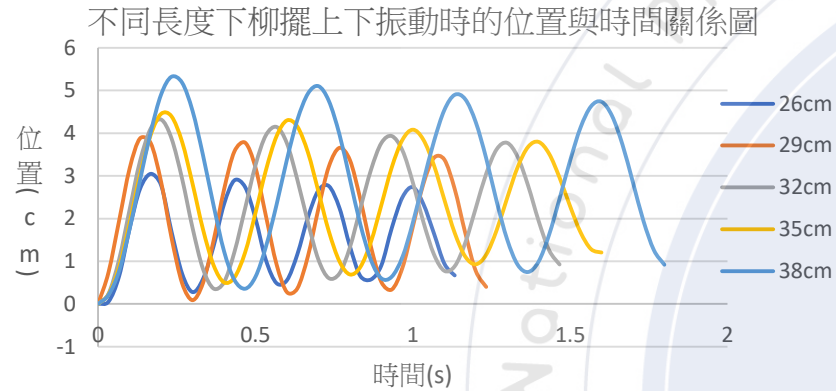


圖23 不同長度的柳擺上下振動時的位置與時間關係圖

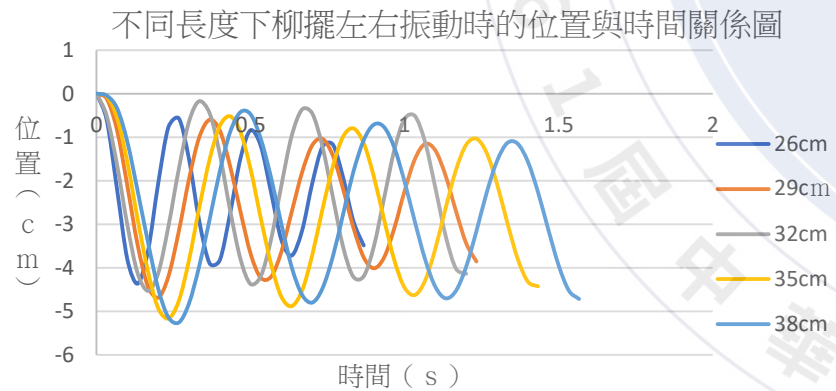


圖24 不同長度的柳擺左右振動時的位置與時間關係圖

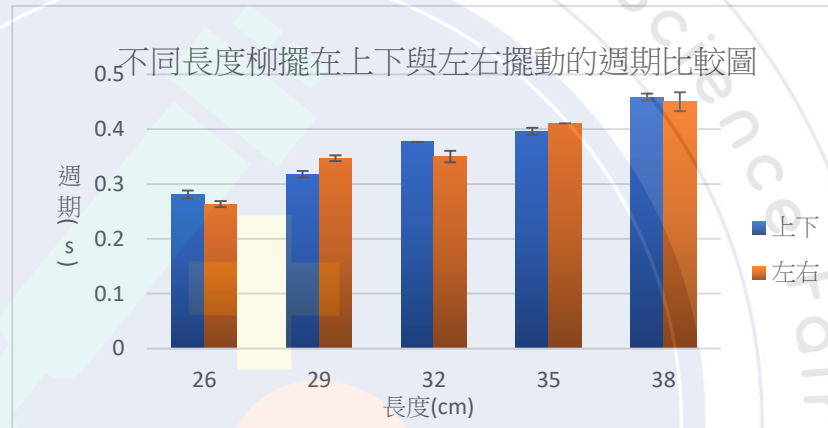


圖25 不同長度柳擺在上下與左右擺動的週期比較圖

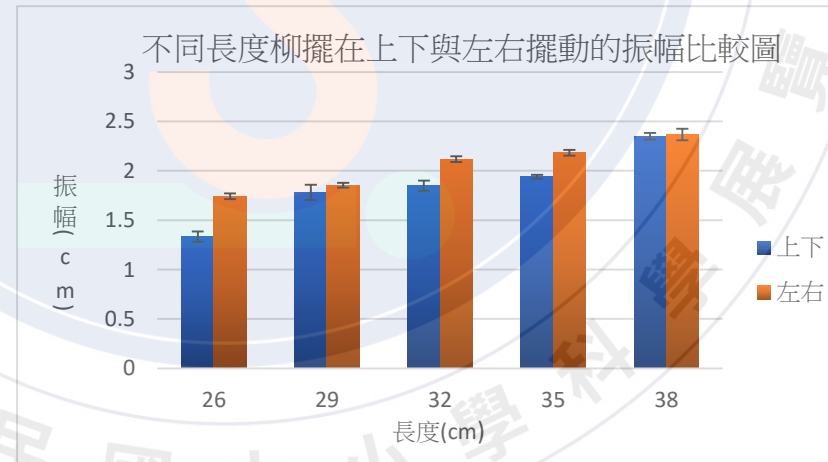


圖26 不同長度的柳擺在上下與左右擺動的振幅比較圖

柳擺長度越長時：
 (一)上下及左右擺動週期與振幅變大。
 (二)振幅左右擺動大於上下擺動。
 推論：
 柳擺擺動時，因上下擺動受重力作用，所以振幅會小於左右擺動。因擺長較長時，週期較大，且受到的彈力較小產生較慢的擺速，所以會有較大的振幅。如下圖43。

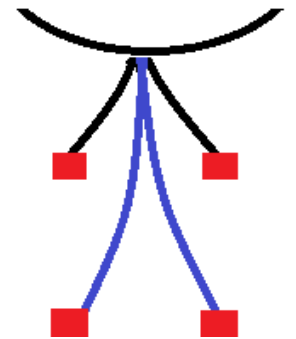


圖43

六、探討柳擺變形量與週期及振幅的關係

分別將柳擺變形量1cm、2cm、3cm、4cm、5cm、6cm，所產生上下及左右擺動的位置與時間關係圖如圖27、28。

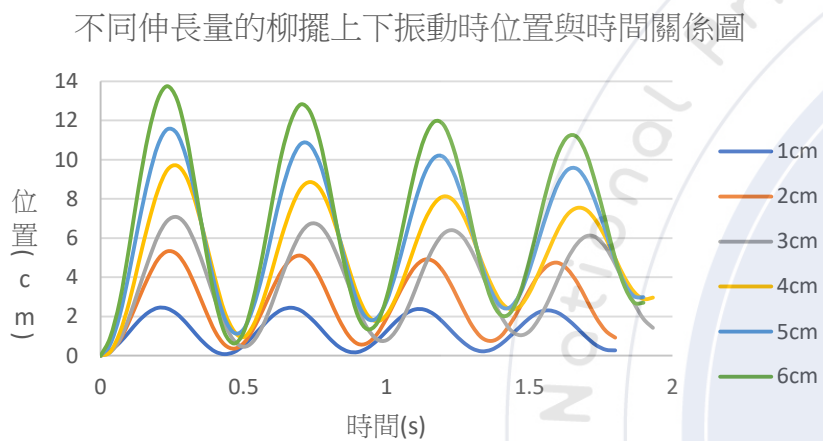


圖27 不同伸長量的柳擺上下振動時的位置與時間關係圖

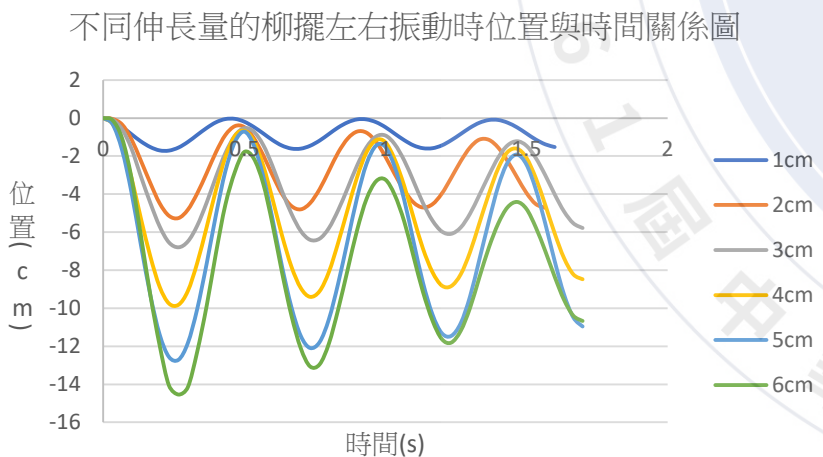


圖28 不同伸長量的柳擺左右振動時的位置與時間關係圖

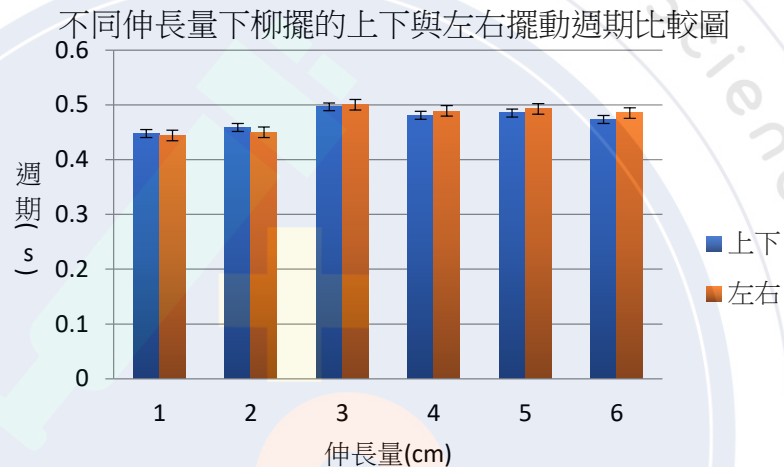


圖29 不同伸長量下柳擺的上下與左右擺動的週期比較圖

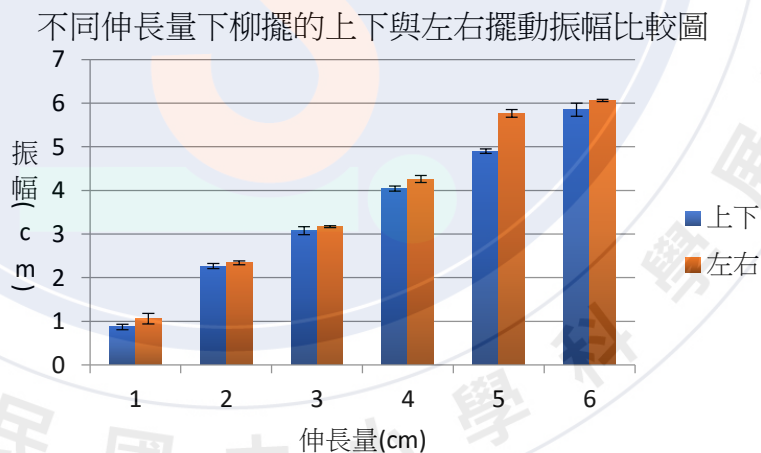


圖30 不同伸長量下柳擺的上下與左右擺動的振幅比較圖

- 柳擺變形量較大時(3~6cm)：
- (一)具有較大的振幅。
 - (二)上下及左右擺動週期接近且較大。
 - (三)柳擺變形量較小(1~2cm)時，上下及左右擺動週期接近且較小。
 - (四)無論變形量大小左右振幅皆大於上下振幅。

推論：

當柳擺變形量小時，因外力不足，支點會出現在柳擺前方，造成擺長變短及週期也變小，如下圖44。

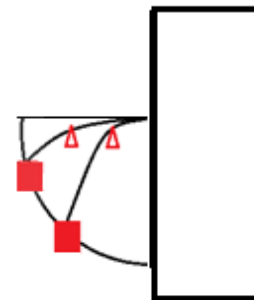


圖44

七、探討柳擺角度與週期及振幅的關係

分別將柳擺角度0度、-15度、-30度、，所產生上下及左右擺動的位置與時間關係圖如圖31、32。

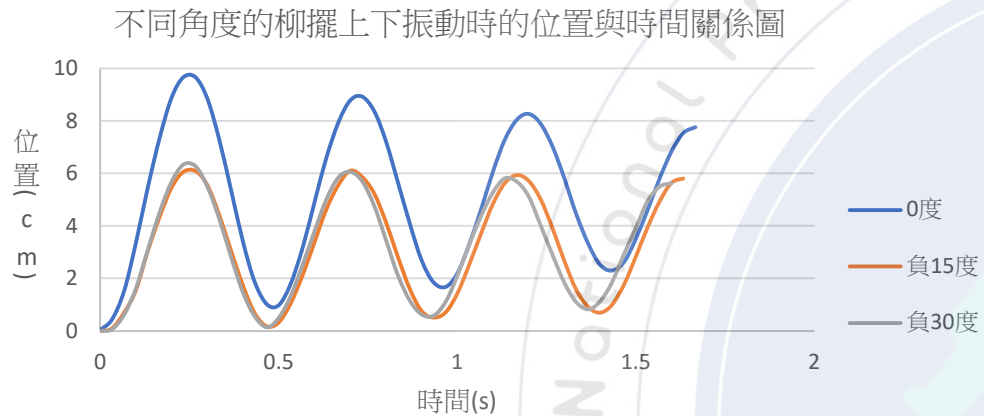


圖31 不同角度的柳擺上下振動時的位置與時間關係圖

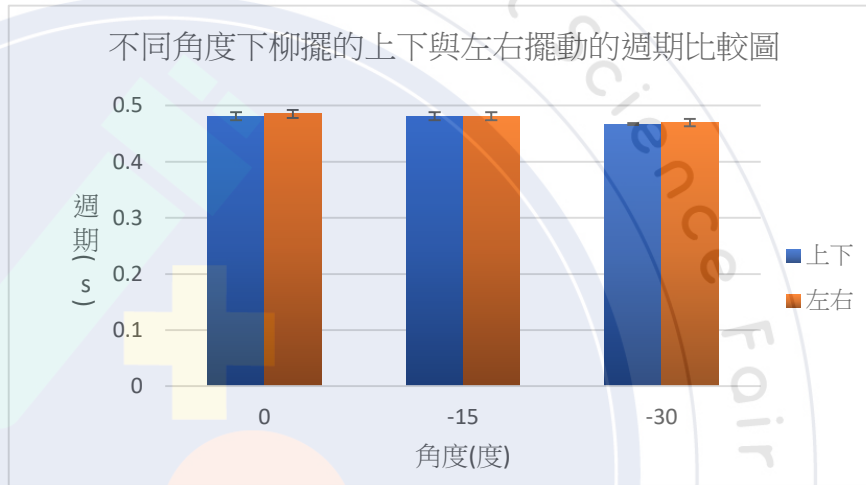


圖33 不同角度下柳擺的上下與左右擺動的週期比較圖

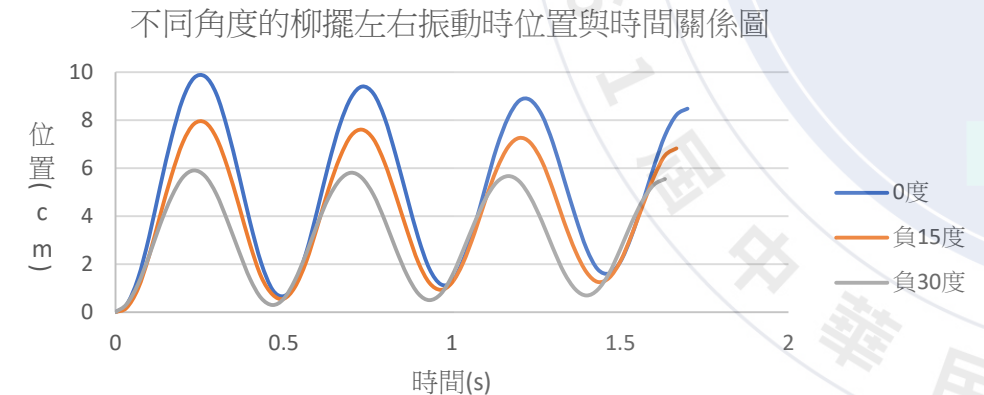


圖32 不同角度的柳擺左右振動時的位置與時間關係圖

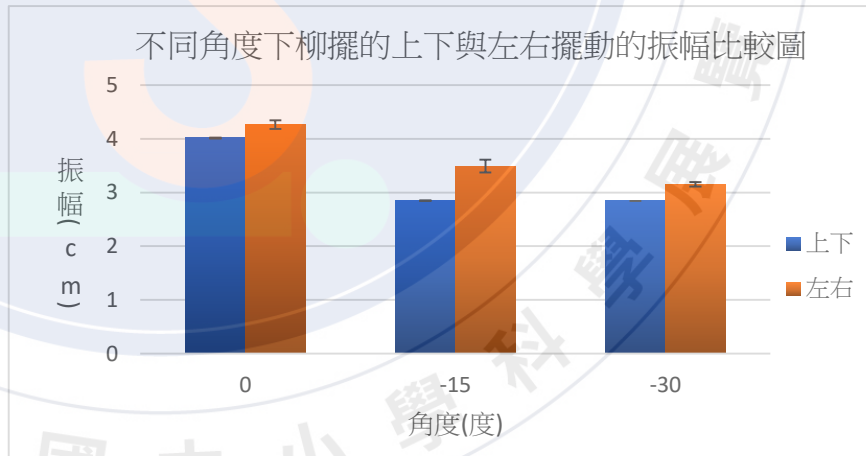


圖34 不同角度下柳擺的上下與左右擺動的振幅比較圖

柳擺向下角度越大時：
 (一)上下及左右擺動週期不變，振幅變小
 (二)左右擺動的振幅大於上下擺動的振幅

推論：
 當向下角度較大時，柳擺彈力小，且週期相同時，造成擺速慢，且振幅也較小。如下圖45。

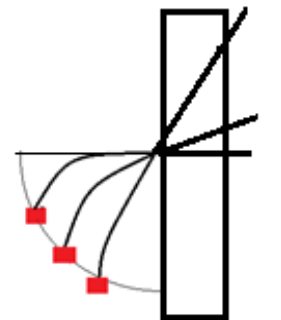
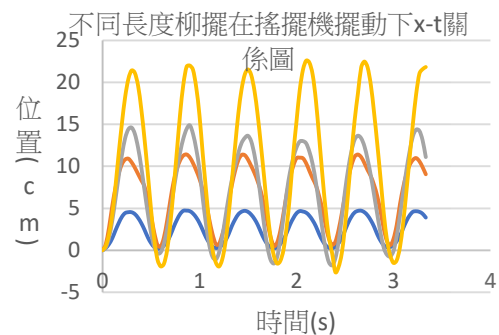


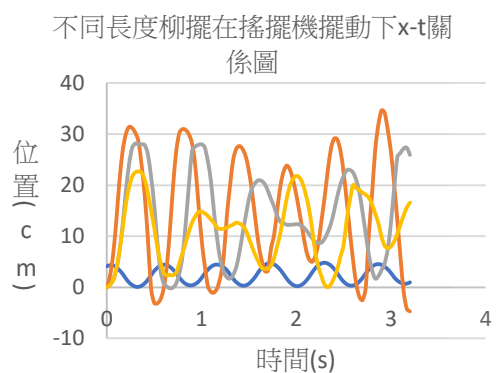
圖45

八、探討擺動物體上的柳擺週期及振幅的關係(1/2)

將半徑0.3mm、長度60cm的碳纖維棒，固定在寶可夢搖步機上，前端處夾上一個3g的夾子，利用寶可夢搖步機使柳擺隨搖步機擺動，找出在不同擺長時搖擺機及不同長度柳擺的x-t圖及柳擺的位置關係如下圖35。

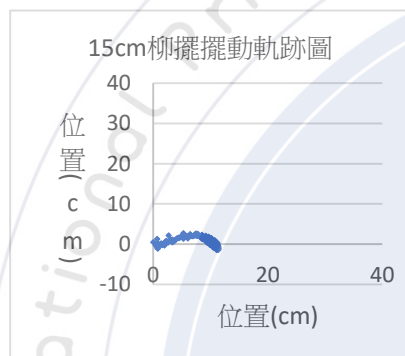


藍：搖擺機 橘：15cm 灰：18cm 黃：21cm

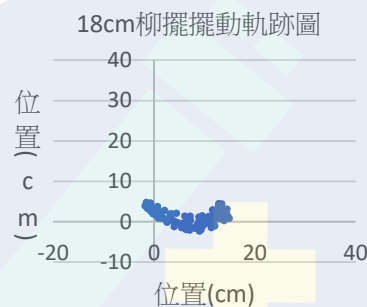


藍：搖擺機 橘：27cm 灰：30cm 黃：33cm

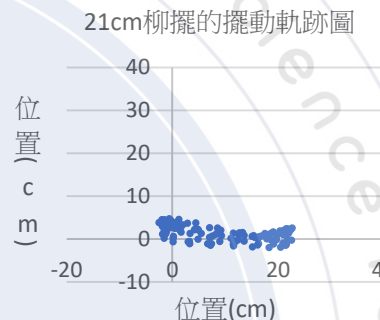
圖36 不同長度柳擺在搖擺機擺動下x-t關係圖



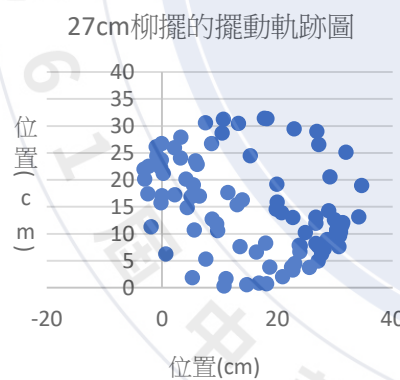
15cm



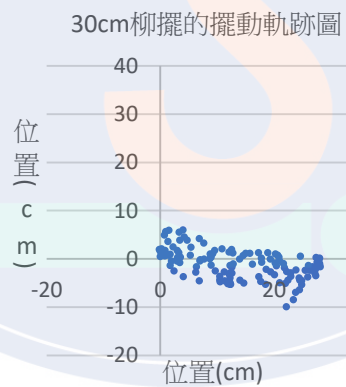
18cm



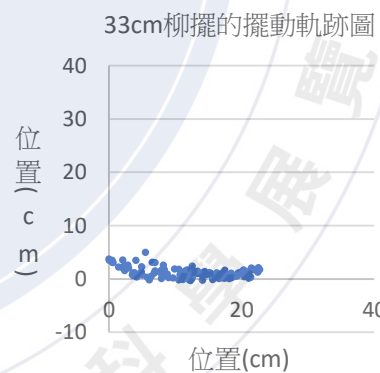
21cm



27cm

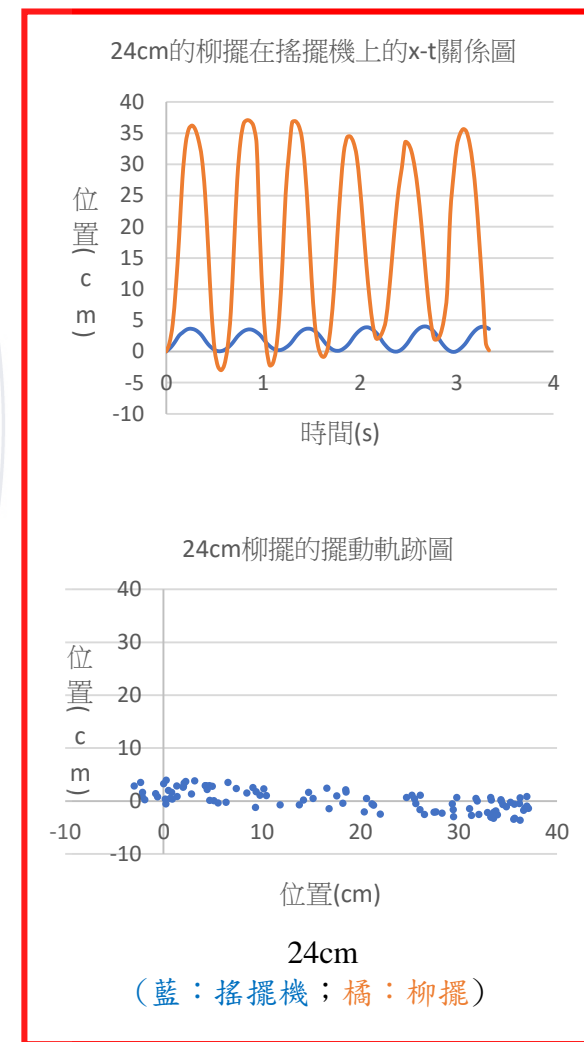


30cm



33cm

圖35 擺動物體上的不同長度柳擺的x-t及x-y散布分布情形



24cm

(藍：搖擺機；橘：柳擺)

八、探討擺動物體上的柳擺週期及振幅的關係(2/2)

當柳擺長度較短時：

(一)擺動方向會和搖擺機擺動方向相同，且長度越長、振幅越大。

(二)當柳擺長度較長時，情況相反。

推論：

(一)擺長較短時，能量傳遞太快，柳擺快速被帶動導致彎曲度不足，以致柳擺能量不足，擺動效果不明顯。

(二)擺長較長時，無法形成足夠的彎曲度以致柳擺能量不足，擺動效果不明顯。

(三)擺長24cm時，可以搖擺機產生最適合彎曲度，形成最佳效果。如圖46、47。



圖46



圖47

九、探討柳擺直線運動時振動頻率及振幅的關係(1/2)

我們依實驗步驟依序將不同長度的柳擺裝上玩具拖板車後，開啟，分別柳擺擺盪時的x-t與y-t及柳擺位置的關係如下圖37。

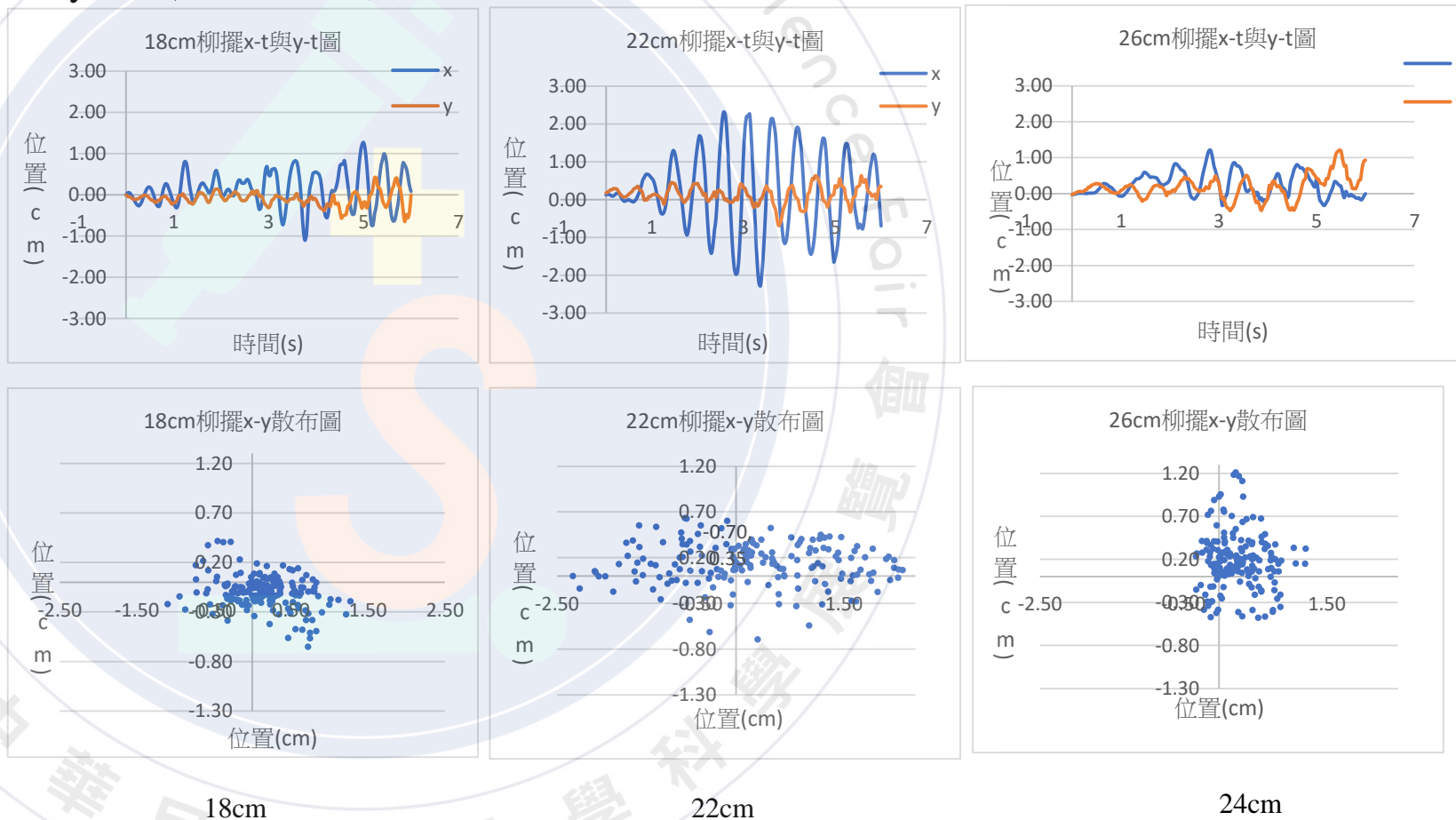


圖37 不同長度柳擺在運動過程中x-t和y-t的關係及x-y的散布情形

九、探討柳擺直線運動時振動頻率及振幅的關係(2/2)

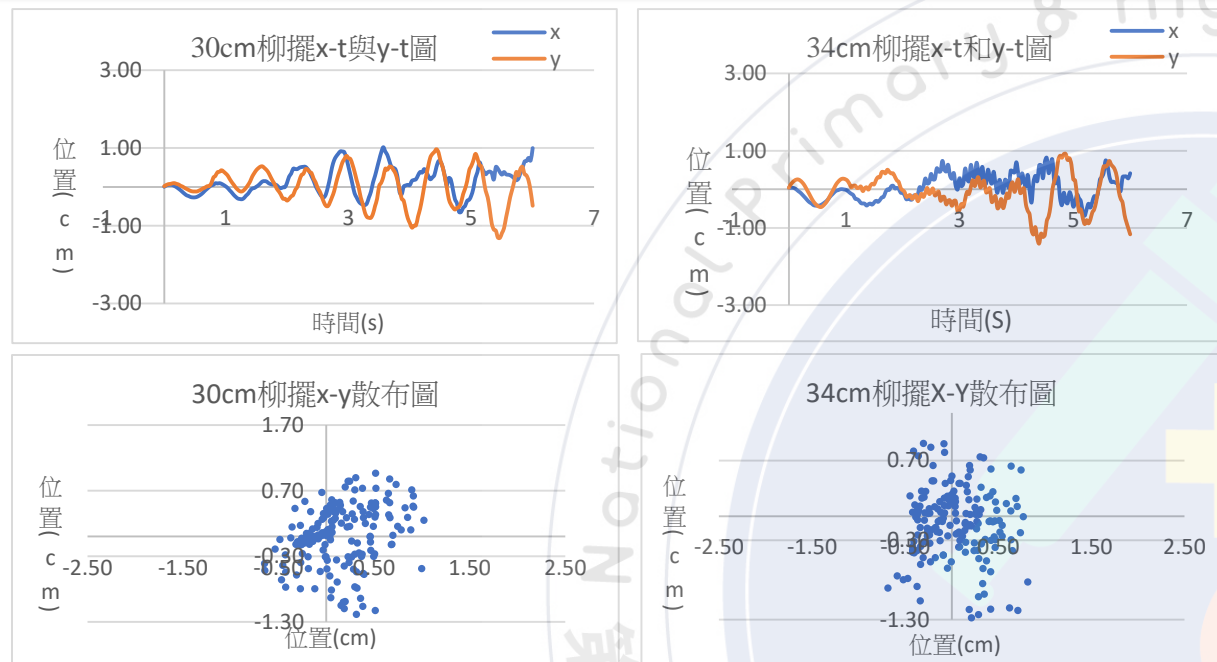


圖37 不同長度柳擺在運動過程中x-t和y-t的關係及x-y的散布情形

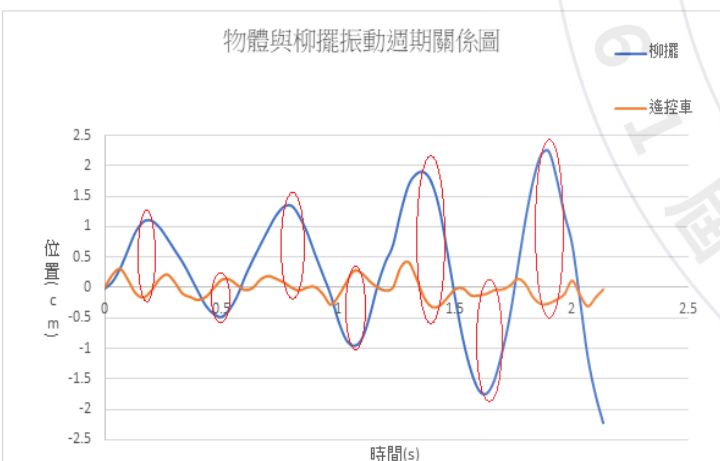


圖38 物體與柳擺振動週期關係圖

22cm的柳擺在拖板車前進時，產生最好的擺動效果。

推論：

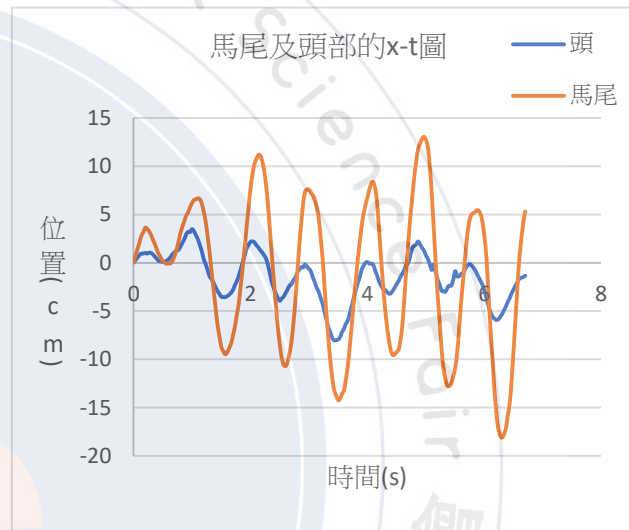
柳擺慣性質量在前端，所以當柳擺受力方向與運動相反時，可增加柳擺彈力造成更大的振幅。如圖48。



圖48

十、探討馬尾的擺動情形

人在走路時，馬尾及頭部的擺動和馬尾的相對位置關係圖，如圖39。



頭部的振動頻率及方向與馬尾完全相同。推論：馬尾慣性質量在末端且較小，所以當馬尾受力方向與頭部運動相同且重複擺盪時，可甩動馬尾產生共振。如圖49。

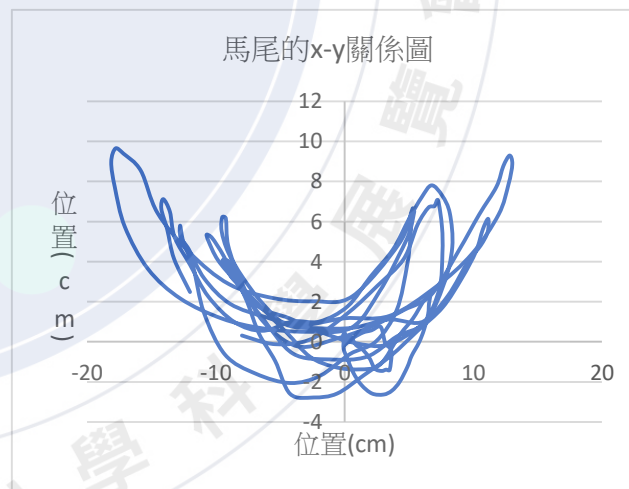


圖39 人走路時馬尾及頭部擺動和馬尾的相對位置關係圖

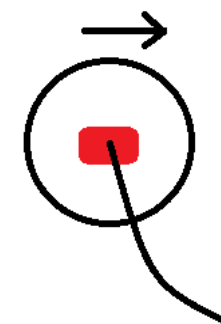


圖49

結論

- 一、碳纖維棒比白鐵、鉛、銅具有更佳的變形率及恢復性。
- 二、較粗的碳纖維棒有較佳的彈力，具有較大的剪力彈性係數，產生較小的變形率。截面積倒數與變形率呈二次函數關係。
- 三、較長的碳纖維棒因槓桿原理，具有較小的剪力彈性係數，產生較大的變形率且與長度呈一次函數關係
- 四、較大的擺重因產生較大的彈力，具有較大的剪力彈性係數，產生較小的變形率與擺重呈二次函數關係
- 五、相同變形量下，較長的柳擺具有較大的週期及較小的作用力，所以會產生較大的振幅。在重力作用下，左右振幅會大於上下振幅但週期相同
- 六、柳擺變形量較大時會有較大的振幅。在重力作用下左右振幅會大於上下振幅。但若變形量不足時會因柳擺支點改變造成擺長變短週期也變小。
- 七、柳擺向下角度越大時，會產生較小的彈力，在相同週期下擺速變慢以振幅變小。在重力作用下左右振幅會大於上下振幅。
- 八、半徑0.3mm、長度24cm的柳擺在週期0.6s搖擺機擺動時，因恰好產生最大的彎曲度，會有最佳的擺動效果。
- 九、因柳擺重心和施力點較遠，所以當施力方向和柳擺擺動方向相反時，會有最佳的共振效果。
- 十、因馬尾重心和施力點較近，所以頭部施力方向與馬尾擺動方向相同時，會有最佳的共振效果。

參考資料及其他

一、李易 (2011) 材料力學頂複習攻略

(http://www.wunan.com.tw/www2/download/2Y10_3%E7%89%881%E5%88%B7_%E8%A9%A6%E9%96%B1_102.6.PDF)。

台灣：考用出版社。

二、張寶予；林翊蒨；王宣之(2015) 馬尾擺盪的秘密-探討影響馬尾擺盪的因素。

(<https://www.ntsec.edu.tw/Science-Content.aspx?cat=&a=0&fld=&key=&isd=1&icop=10&p=97&sid=12473>)

台北：台灣網路科學教育館。